Die medizinische Physik.

Von

Dr. Adolf Fick,
Prosektor in Zürich.

Zugleich als Supplementband für Mediziner
zu
sämmtlichen Auflagen
von
Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik.

Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Dritte und vierte Lieferung.

Braunschweig,
Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.
1856.

R27072

Ankündigung.

Es ist eine Thatsache, daß der Mediziner heut' zu Tage das Bedürfniß hat, mehr physikalisches Detail kennen zu lernen, als ihm in den Hand- und Lehrbüchern der allgemeinen Physik geboten werden kann, und daß er daher einer speciell medizinisch-physiologischen Physik bedarf, die in gemeinfaßlicher Weise dieses Detail behandelt, soweit es von jenen Lehrbüchern ausgeschlossen ist.

Ein solches Buch wird ihm hier geboten. Wenn dasselbe zugleich als ein Supplement für Mediziner zu Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik bezeichnet ist, so soll das nur so viel bedeuten, daß es sich an die allgemeinen physikalischen Lehren dieses weit verbreiteten und in den Händen sehr vieler Mediziner befindlichen Werkes anlehnt, indem es gelegentlich auf dasselbe hinweist. Eine Anlehnung des Werkes findet übrigens in Beziehung auf alle besseren Lehr- und Handbücher der allgemeinen Physik statt, sofern es die allgemeinen physikalischen Lehren nicht wiederholt, sondern sich nur mit den medizinisch-physiologischen Details der Physik beschäftigt.

Das Werk wird 6 — 8 Lieferungen umfassen. Die vier ersten Lieferungen sind erschienen; die fünfte und sechste folgt bis Michaelis, der Schluß im Laufe dieses Jahres.

Der Preis jeder Lieferung ist 1/2 Thaler.

Braunschweig, im August 1856.

Friedrich Vieweg und Sohn.

Zur gefälligen Beachtung

beim

Gebrauche der dritten und vierten Lieferung

von

Professor Fick's Lehrbuch der medizinischen Physik.

Die Citate ohne speciellere Bezeichnung beziehen sich auf Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, dritte Auflage. Um jedoch den Käufern der medizinischen Physik, welche die erste, zweite, dritte oder vierte Auflage jenes Lehrbuchs besitzen, das Nachschlagen zu erleichtern, sind in der folgenden Uebersicht die Citate für alle vier Auflagen angegeben.

Das Citat in der medizinischen Physik	verweist auf Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik			
	in der ersten Auflage	in der zweiten Auflage	in der dritten Auflage	in der vierten Auflage
S. 220, Z. 10 v. u.	Bd. II, §. 368, S. 130.	Bd. I, §. 174, S. 380.	Bd. I, §. 175, S. 302.	Bd. I, §. 182, S. 404.
S. 221, Z. 5 v. u.	Bd. II, §. 358, S. 112.	Bd. I, §. 164, S. 362.	Bd. I, §. 165, S. 372.	Bd. I, §. 172, S. 384.
S. 224, Z. 6 v. o.	Bd. II, §. 372, S. 141.	Bd. I, §. 178, S. 394.	Bd. I, §. 179, S. 404.	Bd. I, §. 186, S. 414.
S. 231, Z. 7 v. u.	fehlt.	Bd. I, §. 178, S. 395.	Bd. I, §. 179, S. 406.	Bd. I, §. 187, S. 415.
S. 294, Z. 13 v. o.	Bd. II, §. 356, S. 107.	Bd. I, §. 162, S. 357.	Bd. I, §. 163, S. 367.	Bd. I, §. 170, S. 379.
S. 316, Z. 14 v. u.	Bd. II, §. 386, S. 169.	Bd. I, §. 192, S. 421.	Bd. I, §. 193, S. 435.	Bd. I, §. 200, S. 443.
S. 378, Note	Suppl. S. 116.	Bd. II, §. 77, S. 177.	Bd. II, §. 76, S. 183.	Bd. II, §. 65, S. 161.

Digitized by the Internet Archive
in 2016

https://archive.org/details/b21717424

Wärmeleitungsfähigkeit der umgebenden Substanzen kleiner ist. Im thierischen Körper wird nun von jedem Punkte alle Wärme, die ihm zugeführt wird, auch abgeleitet, denn es häuft sich erfahrungsgemäß keine daselbst an. Es kann sich also recht gut ereignen, daß ein Punkt a wegen mangelhafter Ableitungsbedingungen einer größeren stromtreibenden Kraft (einer höheren Temperatur) bedarf als ein anderer Punkt b, dessen Wärmezufluß und dessen selbständige Wärmeerzeugung nicht kleiner, vielleicht sogar beträchtlich größer ist.

Nachdem durch diese vorläufige Betrachtung hinlänglich der Irrthum beseitigt ist, daß die Temperatur einer Körperstelle ein Maß für die Wärmeerzeugung daselbst ist, müssen noch mehr im Einzelnen die Umstände untersucht werden, von welchen die Temperaturverschiedenheiten abhängen. Wir müssen namentlich darauf ausgehen, Principien zu finden, auf welche sich ein quantitativer Calcul gründen läßt. 156

Wir stützen unsere ganze Schlußfolgerung auf eine, auch bei der obigen vorläufigen Erörterung bereits unterstellte Thatsache, die um so weniger irgend welchem Zweifel ausgesetzt ist, wenn wir unsere Unterstellung selbst innerhalb des Kreises rein physiologisch normaler Erscheinungen noch einschränken und alle Fälle mehr oder weniger plötzlicher Temperaturschwankungen (etwa bei heftigen Muskelanstrengungen) von vornherein ausschließen. Die Unterstellung lautet so: Für mäßige Zeiträume (von einigen Stunden) kann der thierische Organismus gelten als ein Körper im Gleichgewichte der Temperaturen, oder die darin fließenden Wärmeströme befinden sich in einem Beharrungszustande, im »dynamischen Gleichgewichte«, d. h. trotz fortwährenden Wärmeaustausches zwischen den einzelnen Körpertheilen unter einander, sowie zwischen den Körpertheilen und dem umgebenden Medium ändert doch innerhalb mäßiger Zeiträume kein Theil seine Temperatur merklich, tritt nirgend eine merkliche Wärmeanhäufung oder ein merklicher Wärmeverlust ein. Das Gleichgewicht der Temperaturen kann aber offenbar in einem Körper immer dann und nur dann bestehen, wenn jeder Raumtheil in jedem Zeittheile genau ebenso viel Wärme empfängt, als er abgiebt. Durch die Bedingung, daß das Gleichgewicht der Temperaturen erhalten werden soll, wird daher fest bestimmt, wie viel Wärme an jedem Punkte in der Zeiteinheit frei werden muß, sobald bekannt ist, wie viel Wärme während der Zeiteinheit von jenem Punkte abgegeben wird und wie viel er auf anderem Wege als durch selbständige Wärmeerzeugung gewinnt. Es muß nämlich an jedem Punkte offenbar so viel Wärme frei werden, als die Differenz zwischen der Wärmeabgabe und der sonstigen Wärmeeinnahme beträgt, damit im Ganzen weder eine Abkühlung, noch eine Wärmeanhäufung stattfinde. Für Punkte außerhalb des Blutgefäßsystemes würden sich diese Betrachtungen sehr einfach gestalten, da der Wärmeverlust und Gewinn hier nur vermittelt wird durch Wärmezu- und Wärmeableitung, resp. an der äußeren Oberfläche durch Strahlung. Man würde daher nur für jeden Punkt aus der dort stattfindenden Wärmeleitungsfähigkeit des Gewebes, sowie aus den ebendaselbst constant bestehenden Temperaturdifferenzen zu berechnen haben, wie viel Wärme dem betreffenden Punkte zu- und abgeleitet wird. Nach einem ursprünglich von

Newton vermuthungsweise ausgesprochenen Gesetze, das freilich nach den neueren Untersuchungen von Dulong und Petit nicht in aller Strenge gültig ist, für unsere hiesigen Zwecke jedoch als gültig angesehen werden darf, geht nämlich von einem Punkte zum anderen in der Zeiteinheit eine Wärmemenge über, welche der Leitungsfähigkeit des Körpers und der Temperaturdifferenz der beiden Punkte direct ihrem Abstande umgekehrt proportional ist, und zwar ist die Richtung des Wärmeüberganges immer die vom wärmeren Punkte zum kälteren. Der Ueberschuß des Abgeleiteten über das Zugeleitete wäre dann der am Punkte selbst frei werdenden Wärme gleich zu setzen.

157 Etwas anders gestaltet sich nun der Calcul für eine Stelle innerhalb des Kreislaufes, denn hier wird jedem Orte auch durch das Fließen des Blutes Wärme zugeführt und entzogen; und zwar überwiegt der so herbeigeführte Wärmeaustausch jedenfalls den zwischen den auf einander folgenden Blutschichten durch Leitung stattfindenden der Art, daß man letzteren unbedenklich in der Rechnung wird vernachlässigen dürfen. Die ganze Betrachtung würde sich übrigens so gestalten: Man stelle sich ein durch zwei Querschnitte begränztes Stück des Kreislaufes vor und denke sich, aus anderweitigen Ermittelungen bekannt, die Geschwindigkeit des Blutstromes an dieser Stelle, die Temperatur ihres Anfangs- und die ihres Endquerschnittes, sowie endlich noch die Wärmemenge, welche während der Zeiteinheit von jenem Stücke des Kreislaufes nach außen abgegeben wird; man kann nun aus der Geschwindigkeit und dem Flächeninhalte des Querschnittes berechnen, wie viel Masseneinheiten Blutes während der Zeiteinheit das fragliche Stück des Kreislaufes durchströmen, und zwar strömt das Blut mit der Temperatur des Anfangsquerschnittes hinein, mit der des Endquerschnittes heraus, daher ist seine von außen herrührende Wärmeeinnahme während der Zeiteinheit das Product aus jener Blutmasse der Wärmecapacität des Blutes und der Temperatur des Anfangsquerschnittes, die Wärmeausgabe während der Zeiteinheit aber setzt sich zusammen aus der Wärme, die an der Stelle dem Kreislaufe von außen entzogen wird, und die wir als bekanntes Rechnungsdatum angesehen haben, und aus dem Producte der durchströmenden Blutmasse, der Wärmecapacität des Blutes und der Temperatur des Endquerschnittes. Die an dem Orte erzeugte Wärme muß nun offenbar gleich sein der Wärmeausgabe, vermindert um die Einnahme, oder mit anderen Worten, die Wärmeeinnahme, zusammen mit der an Ort und Stelle erzeugten Wärme, muß gerade die Wärmeausgabe decken, damit das Gleichgewicht der Temperatur erhalten werde, d. h. daß an dem fraglichen Orte die Temperatur im Verlaufe der Zeit constant bleibt. Bildet man nun jene Differenz zwischen Ausgabe und Einnahme wirklich, so findet sich dieselbe gleich der Summe des mehrfach erwähnten Wärmeverlustes nach außen und des Productes aus der während der Zeiteinheit durchströmenden Blutmasse, der Wärmecapacität des Blutes und der Differenz zwischen der Temperatur des End- und Anfangsquerschnittes. Der erste Summand, der Wärmeverlust nach außen, ist immer positiv, es ist wenigstens höchst unwahrscheinlich, daß an irgend einer Stelle des Körpers die Temperatur des Blutes

in den Gefäßen geringer wäre, als die der umgebenden Gewebe, und nur in diesem Falle könnte jener Wärmeverlust für eine Partie des Kreislaufes negativ ausfallen, d. h. ein Wärmegewinn sein. Der zweite Summand hingegen kann sehr wohl negativ sein, und zwar ist er es jedesmal dann, wenn die Temperatur des Endquerschnittes niedriger als die des Anfangsquerschnittes ist. In einem solchen Falle wäre also die dargestellte Summe, welche die an Ort und Stelle erzeugte Wärmequantität mißt, kleiner als ihr erster Summand, d. h. eben diese Wärmequantität kleiner als die von derselben Stelle nach außen abgegebene Wärmemenge. Mit anderen Worten ausgedrückt, nimmt sich dies Resultat so aus: wenn an einer Stelle des Kreislaufes weniger Wärme erzeugt wird, als nach außen abgeleitet wird, so verläßt das Blut diese Stelle weniger warm, als es in dieselbe eintrat. Jedenfalls geht aus dieser Betrachtung die Wahrheit der Eingangs schon aufgestellten Behauptung hervor, daß es irrthümlich sei, wenn man annehme, eine Körperstelle müsse eine um so intensivere Wärmeentwickelung besitzen, eine je höhere Temperatur sie besitzt. Die Temperatur des Ortes geht gar nicht ein in den Ausdruck für die Intensität der Wärmeentwickelung, wenigstens dann nicht, wenn man die Wärmeableitung nach außen als an und für sich gegeben ansieht. Die Ableitung nach außen ist zwar ceteris paribus der Temperatur proportional, aber sie hängt außerdem noch von vielen anderen Umständen ab, die eben durch den ganzen thierischen Körper hin keineswegs paria sind. Es kann daher sehr gut der Fall vorkommen, daß von zwei gleich großen Abschnitten des Kreislaufes der eine eine höhere Temperatur besitzt als der andere, und daß gleichwohl von letzterem mehr Wärme abgeleitet wird als von ersterem und daß mithin in letzterem auch mehr Wärme erzeugt werden muß als in ersterem, wenigstens wenn, was ja ebenfalls möglich ist, die auf die Strömung bezüglichen Umstände für beide Abschnitte dieselben sind.

Um diese ganze Betrachtung übersichtlich in Form einer Gleichung hinschreiben zu können, wollen wir die einzelnen darin vorkommenden Größen durch Buchstaben bezeichnen, sei namentlich V der Verlust und G der Gewinn durch selbständige Wärmeerzeugung in dem betrachteten Abschnitte des Kreislaufes während der Zeiteinheit; sei ferner t die Temperatur des Anfangs-, t' die des Endquerschnittes, B die während der Zeiteinheit durchströmende Blutmenge, endlich c die Wärmecapacität des Blutes. Zwischen diesen Größen besteht alsdann zufolge der obigen Auseinandersetzung die Gleichung:

$$V - G = Bc\,(t - t').$$

Versuchen wir es jetzt einmal, mit Hülfe dieser Gleichung die Temperatur- 158
differenzen des arteriellen und venösen Blutes beim Menschen zu beleuchten. Wir würden dann den ganzen kleinen Kreislauf ins Auge zu fassen haben, und unsere beiden Endquerschnitte würden den gesammten Blutstrom, etwa in der Lungenarterie (resp. rechten Herzen) und der Lungenvene (linken Herzen) durchsetzen. Bekanntlich wollen Becquerel und Breschet die Temperatur des letzteren um 0,65° im Mittel höher gefunden haben, als die des ersteren, so daß wir $t - t' = -0{,}65$ zu setzen hätten. Nehmen wir als die Zeiteinheit

einen Tag, nehmen wir ferner $c = 1$ an (die Wärmecapacität des Blutes gleich der des Wassers), und legen wir endlich die Angabe Valentin's zu Grunde, daß in der Minute 7500 Grm. Blut die Lungen durchströmen (eine Angabe, die eher zu niedrig als zu hoch sein dürfte, so ergiebt sich $Bc\ (t - t') = -$ 7020000. Mithin müßten in den Lungencapillaren mindestens (wenn nämlich $V = 0$ wäre — was von der Wahrheit jedenfalls sehr weit absteht) 7020000 Wärmeeinheiten gebildet werden. Nach überschlägigen Rechnungen, die Helmholtz in seiner mehrfach citirten Abhandlung angiebt, beträgt aber die während 24 Stunden frei werdende Gesammtwärme nur 2750000 Einheiten. Danach mag man die Temperaturangabe von Becquerel und Breschet beurtheilen. In neuerer Zeit sind von G. v. Liebig in Bischoff's Laboratorium Untersuchungen über die Temperaturdifferenz des arteriellen und venösen Blutes angestellt, die sich sehr gut mit unseren Betrachtungen vertragen. Er findet nämlich die Temperatur im rechten Herzen höher als im linken*), und giebt als kleinsten Werth der Differenz 0,04°, als größten 0,10° an, so daß wir in unserer Formel $t - t' < 0{,}10$ und $> 0{,}04$ zu machen hätten. Führen wir mit

*) In der Arbeit von Liebig werden übrigens außer den Temperaturschwankungen von Ort zu Ort noch zeitliche Schwankungen in der Temperatur des venösen Blutes verzeichnet. Wir sind überzeugt, daß dieselben, wenn sie in Wirklichkeit vorhanden wären, jedenfalls nicht durch gewöhnliche thermometrische Beobachtung, wie es Liebig behauptet, erkannt werden können. Seite 46 der citirten Abhandlung heißt es, daß die Temperatur in der vena cava zwischen Ein- und Ausathmung den höchsten, gegen Ende der Ausathmung den tiefsten Stand erreicht; die Größe der Schwankungen wird zu 0,07° bis 0,10° angegeben. Auf der folgenden Seite ist sogar von Schwankungen um 0,02° die Rede, welche eintreten sollen wenn 78 Athemzüge in der Minute erfolgen. Es ist vollkommen sicher, daß die in einer großen Thermometerkugel enthaltene Quecksilbermasse innerhalb $^1/_{78}$ Minute ihre Temperatur nicht mit der der umgebenden Flüssigkeit ausgleichen kann. Es kann höchstens (und das kaum) die äußerste, der Glaswand anliegende Schicht in dieser kurzen Zeit angefangen haben, die umgebende neue Temperatur anzunehmen. Soll nun aber der Erfolg, d. h. die Gesammtausdehnung, herrührend von dieser partiellen Erwärmung der Quecksilbermasse, derselbe sein, als ob die Temperatur der ganzen Masse um 0,02° gestiegen wäre, so muß jedenfalls der wirklich mehr erwärmte kleine Theil des Quecksilbers eine viel höhere Temperatur angenommen haben. Um so mehr müßte also die Temperaturschwankung der umgebenden Flüssigkeit unvergleichlich bedeutender sein. An einem Beispiel wird sich am deutlichsten sehen lassen, wie die Sache gemeint ist. Ein Thermometer tauche in einen Wasserstrom, dessen Temperatur 10° wäre; plötzlich soll während $^1/_{78}$ Minute eine Wassermasse in Continuität mit der übrigen vorüberströmen, deren Temperatur 11° beträgt. Niemand wird daran zweifeln, daß hierbei die Erwärmung durch das Glas der Thermometerkugel hindurch noch so unbedeutend ist, daß die abgelesene scheinbare Temperaturschwankung höchstens 0,02° betragen konnte. Andererseits wird aber gewiß Jeder zugeben und Liebig selbst wird nicht in Abrede stellen wollen, daß das venöse Herzblut nach einer Inspiration nicht um einen ganzen Grad wärmer ist, als nach einer Exspiration. Wir glauben daher, daß die angeführten zeitlichen Temperaturschwankungen irgend welchen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden müssen. Wir können uns insbesondere des Gedankens nicht erwehren, daß parallaktische Ablesungsfehler, durch kleine unvermeidliche Bewegungen des Thermometers bedingt, daran schuld sind.

diesen beiden Werthen die Rechnung aus, so ergiebt sich im ersten Falle $Bc\ (t - t') = 432000$, im zweiten $Bc\ (t - t') = 1080000$. Nach Helmholtz' Angaben ist der Wärmeverlust durch die Lungen etwa $1/5$ des Gesammtverlustes, also während 24 Stunden $= 550000 = V$. Dieser würde, wenn man $G = 0$ setzt, d. h. annimmt, daß gar keine Wärme in den Lungen frei würde, eine Temperaturdifferenz zu Gunsten des rechten Herzens bedingen, welche ins Bereich der Liebig'schen Zahlen fällt, aber die kleinste davon würde, wie man sieht, noch einen positiven Werth von G fordern, die größte einen negativen, d. h. sich gar nicht mit der Angabe Helmholtz' vertragen; mit anderen Worten, sie setzt jedenfalls einen noch viel größeren Werth von V voraus, wobei natürlich nicht entschieden ist, ob $G = 0$ oder > 0 ist. So viel sieht man jedenfalls sogleich, daß die Genauigkeit der angeführten Versuche, so groß sie auch schon ist, doch noch nicht hinreicht, zu entscheiden, ob in den Lungen Wärme frei wird oder nicht, selbst wenn der Werth von V aus anderen Versuchen mit vollkommener Sicherheit bekannt wäre.

Offenbar ist auch gerade der kleine Kreislauf, obgleich in den Lungen, an und für sich genommen, die Abkühlungsbedingungen sehr günstige sind, doch der Ort, wo die Temperaturdifferenzen am kleinsten zu erwarten sind. Nach unserer Gleichung nämlich ist $t - t' = \frac{V-G}{Bc}$, d. h. die Temperaturdifferenz ist im Allgemeinen um so kleiner, je größer B, je mehr Blut den fraglichen Abschnitt in der Zeiteinheit durchströmt; und im kleinen Kreislaufe ist in jedem Augenblicke eine gleich große Blutmasse, wie sie im übrigen ganzen Körper vertheilt ist, auf den engen Thoraxraum zusammengedrängt, daher B immer verhältnißmäßig sehr groß zu denken ist. Fassen wir dagegen ein Stück des großen Kreislaufes ins Auge, und denken uns eine Capillarenausbreitung nicht gar fern von der äußeren Oberfläche, etwa in der Cutis oder selbst in der Mundhöhle, so sind die Abkühlungsbedingungen (Wärmeleitung nach außen) der Art, daß ein großes V zu erwarten ist. Der Blutstrom ist aber an dieser Stelle weit weniger dicht als in den Lungen, B also nicht nur absolut, sondern verhältnißmäßig (zur Größe des Stückes) viel kleiner als in obigem Falle, G wird ceteris paribus mit der Dichte des Blutstromes abnehmend gedacht werden können, so daß also an einem solchen der Bruch, welchem $t - t'$ gleich ist, einen großen Zähler und einen kleinen Nenner, also einen großen Werth bekommt. So darf man also z. B. erwarten, daß die aus der Mundhöhle rückführenden Venen und die darin verbreiteten Capillaren selbst Blut von ziemlich viel geringerer Temperatur enthalten werden, als die zuführenden Arterienstämmchen. Bei ganz tief im Inneren des Körpers gelegenen Stellen des Kreislaufes, etwa bei einem Stückchen Leber oder anderen Stücken der Bauch- und Beckeneingeweide, wird sich die Sache noch anders gestalten. Die Abkühlungsbedingungen sind hier so, daß V höchst wahrscheinlich merklich gleich Null wird. G wird daher an solchen Stellen größer als V werden und dadurch $t - t'$ einen negativen Werth bekommen, d. h. aber nichts Anderes, als das in den tiefer im Inneren gelegenen Theilen befindliche und daraus zurückkehrende Blut besitzt eine höhere Temperatur als das Blut der

zuführenden Arterien. Im ganzen Arteriensysteme, wenigstens so weit es aus Gefäßen von nicht mikroskopischer Größe besteht, dürfte nun wohl unbestritten überall ein und dieselbe Temperatur herrschen, und da die der Oberfläche nahe gelegenen Theile eine niedrigere, die tiefer gelegenen eine höhere Temperatur besitzen müssen als jene überall gleiche Temperatur des Arterienblutes, so sieht man, daß um so mehr diese letzteren wärmer als jene ersteren sein müssen. In der That fand auch in letzterer Zeit wieder L. Fick*) einen weit außerhalb der Fehlergränzen liegenden Unterschied zwischen der Temperatur der Mundhöhle und der des Rectums. Ja er fand sogar bei Thieren Rectum und Vagina merklich wärmer als das Herz, was mit unseren soeben gemachten Deductionen vollständig im Einklange steht, denn im Herzen mischt sich das aus dem Inneren kommende wärmere Blut mit dem kälteren, was aus den äußeren Theilen zurückkommt, und nimmt so wieder die von der Temperatur des Arterienblutes, wie wir sahen, nur sehr wenig verschiedene Temperatur des Venenblutes im kleinen Kreislaufe an.

159 Es ist ohne Zweifel dem Leser nicht entgangen, daß die soeben mitgetheilten Betrachtungen und die Beobachtungen, auf welche sie sich stützen, ganz geeignet sind, die im vorigen Capitel ausgesprochenen Ansichten über die Entstehungsweise der thierischen Wärme von einer anderen Seite her wahrscheinlich zu machen. Wenn nämlich in der That, wie an jener Stelle behauptet wurde, die chemischen Umsetzungen der Körperbestandtheile, die vorzugsweise durch die Gegenwart des durch die Respiration ins Blut aufgenommenen freien Sauerstoffes bedingt sind, als einzige Quellen der Wärme anzusehen sind, so wird an allen Stellen der Blutbahn Wärme frei werden, da überall der Sauerstoff in Berührung mit oxydabelen Substanzen ist. Andererseits läßt sich aber kaum die Annahme von der Hand weisen, daß in den Capillaren des großen Kreislaufes, welche die functionirenden Organe durchziehen, vorzugsweise die wärmeerzeugenden Oxydationen vorfallen, da der Sauerstoff des Blutes hier vorzugsweise die durch die Function der Organe schon chemisch afficirten und darum zur Oxydation disponirten Stoffe antrifft. Aber auch in den Capillaren der Lunge darf man eine lebhafte Oxydation erwarten, weil hier das Blut noch am sauerstoffreichsten ist, indem er, eben aufgenommen, noch nicht zu Oxydationen verwandt worden ist, also hier ein anderer Umstand, wovon die Lebhaftigkeit des Oxydationsprocesses abhängt, das Maximum seiner Wirksamkeit entfaltet. Damit stimmen die aufgezählten Erfahrungen wenigstens qualitativ sehr gut, namentlich daß bei der großen Abkühlung in den Lungen das arterielle Blut kälter ist als das venöse, und daß sehr tief gelegene Gegenden des Leibes wärmer sind als selbst das rechte Herz.

160 Fassen wir jetzt den Thierkörper als Ganzes und abstrahiren von der Temperaturverschiedenheit einzelner Theile, die übrigens ohnehin immer nur sehr gering sind, so ergeben sich mehrere wichtige Folgerungen, die namentlich dann interessant und fruchtbar werden, wenn man verschiedene Thiergruppen in das

*) Müller's Archiv 1853, S. 408.

Bereich der Untersuchung zieht. Die mittlere Temperatur eines ganzen Thieres muß nämlich in derselben Weise wie die Temperatur einer besonderen Stelle ngesehen und berechnet werden als das Resultat des Verhältnisses der Wärme-ufuhr und der ableitenden Bedingungen. Natürlich ist hierbei die ganze Wärme-ufuhr nichts Anderes, als die durch den Lebensproceß des Thieres gebildete Wärme, und die Wärmeabgabe sind die Wärmemengen, welche von der äußeren Oberfläche als solche ausgestrahlt oder abgeleitet wird, und welche andererseits ur Verdunstung des Wassers verwandt wird, und welche endlich zur Erwärmung er Ingesta auf die Temperatur des Körpers, bei welcher sie als Egesta wieder ntfernt werden, verbraucht wird. In beiden letzteren Beziehungen sind große nd kleine Thiere gleich gestellt, in Beziehung auf die Wärme aber, welche urch Ausstrahlung und Ableitung verloren geht (und welche nach Nr. 147 den rößten Theil der Gesammtwärme ausmacht), sind große und kleine Thiere von inander verschieden. Die unter sonst gleichen Verhältnissen von einem Körper usgestrahlten und abgeleiteten Wärmemengen stehen begreiflicherweise im ge-aden Verhältnisse zur Größe seiner Oberfläche. Bei ähnlicher Gestalt wächst ie Oberfläche nicht so schnell als das Volumen, denn die Oberfläche wächst roportional der zweiten, das Volumen proportional der dritten Potenz ein nd derselben linearen Dimension. Sind also zwei ähnliche, ungleich große Körper von demselben Material, derselben Oberflächenbeschaffenheit und derselben Temperatur in ein und demselben Mittel der Abkühlung ausgesetzt, so wird in leichen Zeiträumen beim größeren Körper die Abkühlung einen nicht so großen Bruchtheil der gesammten, in ihm enthalten gewesenen Wärme betragen als in em kleineren. Sollen also beide durch einen inneren Verbrennungsproceß uf gleicher Temperatur erhalten werden, so muß dieser bei dem kleineren Kör-er verhältnißmäßig viel intensiver sein als beim größeren, d. h. für ein Gramm Substanz muß beim kleineren Körper mehr verbrannt werden als für in Gramm Substanz beim größeren.

Bei zwei verschiedenen Thieren kann man zwar keineswegs alles Uebrige, wie in der soeben angestellten Betrachtung geschah, vollkommen gleich setzen, namentlich nicht die Gestalt und die Oberflächenbeschaffenheit (Wärmeleitungs-fähigkeit und Ausstrahlungsvermögen der äußeren Bedeckungen), gleichwohl ist aber der eine Factor der Größe so vorwiegend wirksam, daß er sich in den Versuchen sehr deutlich bemerklich macht, und zwar ganz in der eben abgelei-teten Weise, was aufs Neue wieder rückwärts der zu Grunde gelegten An-schauung als Stütze dient, daß die thierische Wärme den Oxydationsprocessen hren Ursprung verdankt. Wenn auch, nach dem vorigen Capitel, die wärme-erregenden Umsetzungen keineswegs bloß in Verbrennung von Kohlenstoff be-stehen, so kann doch jedenfalls bei ähnlich genährten Thieren die Kohlensäure-exhalation als proportional dem ganzen Stoffwechsel und folglich als propor-tional den Wärmequellen gelten. Letellier *) bestimmte die Kohlensäure-exhalation für verschiedene Thiergattungen, deren Temperatur merklich gleich war

*) Annales de chimie et de physique. 3te Reihe, Bd. XIII, S. 478.

bei gleicher Temperatur der umgebenden Luft. Große Vögel, Tauben und dergl. deren Gewicht ungefähr 159 Gr. betrug, hauchten an Kohlensäure aus

für ein Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . . $4^{gr},581$,

kleine Vögel, deren Gewicht nur etwa 28 Gr. betrug, hauchten dagegen aus

für ein Kilogramm Körpergewicht in einer Stunde . . . $13^{gr},034$.

Ein anderer Versuch desselben Forschers vergleicht Meerschweinchen vom mittleren Gewichte 701,5 Gr. und Mäuse vom mittleren Gewichte 14,9 Gr. Auch diese beiden Thiergattungen gleichen sich annähernd in Beziehung auf Gestalt, Oberflächenbeschaffenheit und Temperatur.

Die Meerschweinchen lieferten

für 1 Kilogramm Körpergewicht in einer Stunde . $2^{gr},526$ Kohlensäure,

die Mäuse hauchten aus

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . $16^{gr},711$ »

Zu denselben Resultaten kam Regnault. Er verglich den Sauerstoffverbrauch von Hühnern (Gewicht im Mittel $1414^{gr},231$) und von kleinen Vögeln (Gewicht im Mittel $23^{gr},6$). Während die Hühner verbrauchten

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . $1^{gr},148$ Sauerstoff,

verbrauchten die kleinen Vögel

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . $11^{gr},474$ »

Es braucht wohl nicht besonders darauf aufmerksam gemacht zu werden, daß die Reduction auf 1 Kilogramm Körpermasse das Verhältniß der Intensität des Stoffwechsels bei verschiedenen Thieren stört, da der Antheil fast todter Materie (Federn, Haare ꝛc.), die zum Stoffwechsel so gut wie gar nicht mitwirken, bei verschiedenen Thieren ganz verschieden ist. Dennoch wird Niemand den soeben angestellten Vergleichungen einen großen Werth absprechen, so lange man strengere Methoden nicht anwenden kann, um so weniger, als in den Vergleichungen schon jetzt das Gesetzmäßige nicht zu verkennen ist.

Setzen wir jetzt die Größe zweier Thiere gleich, aber die Temperatur oder den Ueberschuß derselben über die Temperatur des umgebenden Mittels verschieden, so wird das Thier von höherer Temperatur in der Zeiteinheit, nach dem oben erwähnten Gesetze (Nr. 156), mehr Wärme verlieren, als das von niederer Temperatur, und folglich einen lebhafteren Stoffwechsel nöthig haben, um seine höhere Temperatur zu behaupten. In dieser Beziehung bietet die Arbeit von Regnault über die Respiration ebenfalls einige beachtenswerthe Versuche dar. Er bestimmte die absorbirte Sauerstoffmenge einmal bei Hühnern, die mit Hafer und Brod gefüttert wurden, dann bei Kaninchen, deren Größe mit der der Hühner nahezu übereinstimmten, und die mit Brod und Blättern gefüttert wurden. Das Kaninchen absorbirt im Mittel

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . $0^{gr},914$ Sauerstoff,
während das Huhn, das eine höhere Körpertemperatur zu erhalten hat, verbraucht:

für 1 Kilogramm Körpermasse in einer Stunde . . $1^{gr},186$ »

Diese beiden Versuche sind um so vollständiger unter einander vergleichbar, da der Stoffwechsel bei den verglichenen Thieren offenbar sehr ähnlich war.

Bei den Kaninchen nämlich wurden $\frac{930}{1000}$ des absorbirten Sauerstoffes, bei den Hühnern $\frac{932}{1000}$ desselben zur Bildung von Kohlensäure, der Rest in beiden Fällen zur Bildung von Wasser verwandt.

Die hier entwickelten Principien sind weiter ausgebeutet in der vergleichenden Uebersicht des Thierreiches von Bergmann und Leuckart (IV. Abschnitt). Es finden sich daselbst höchst scharfsinnige und fruchtbare teleologische Betrachtungen über den Zusammenhang der Intensität des Stoffwechsels und der Wärmebildung mit der Größe und der Lebensweise verschiedener Thiergattungen. Wir können hier nicht weiter in diese interessante Materie eingehen, haben namentlich die sogenannten kaltblütigen Thiere ganz unerwähnt lassen müssen. In diesem Betreff muß der Leser auf die citirte Stelle verwiesen werden, wo er außerdem auch noch Bemerkungen findet über die sonst dunkle Frage, wie es den warmblütigen Thieren möglich wird, sich so verschiedenen äußeren Bedingungen der Wärmeableitung anzupassen, ohne daß die Temperatur der inneren Organe bedeutend geändert wird.

Es folgen hier noch einige numerische Data über die Temperatur ver- 161
schiedener Organismen. Ich entnehme sie zum größten Theil dem bereits oben citirten Werke von Gavarret.

I. Temperaturbestimmungen einiger Säugethiere und Vögelarten.

Säugethiere.

Bezeichnung.	Temperatur.	Beobachtungsort.	Beobachter.
Hammel	37,3° — 40,0°	Rectum.	J. Davy.
Desgl.	39,5 — 40,0°	»	»
Desgl.	40,0 — 40,5°	»	»
Ziege	40,0°	»	»
Affe	35,5°	»	Prevost u. Dumas.
Pferd	36,8°	»	»
Hund	37,4°	»	»
Meerschweinchen	38,0°	»	»
Kaninchen	38,0°	»	»
Hammel	38,0°	»	»
Katze	38,5°	»	»
Ziege	39,2°	»	»
Erwachsenes Meerschweinchen	35,76	»	Despretz.
Hund von drei Monaten .	39,48	»	»
Erwachsene Katze	39,78	»	»
Ochs	37,5°	»	J. Hunter.
Kaninchen	37,5°	»	»

Bezeichnung.	Temperatur.	Beobachtungsort.	Beobachter.
Esel	36,95	Rectum.	J. Hunter.
Eselin	37,78	Vagina.	»
Tiger	37,20	Rectum.	J. Davy.
Gemeine Ratte	38,80	»	»
Gemeiner Hase	37,80	»	»

Vögel.

Gemeiner Sperling . . .	42,10	Rectum.	J. Davy.
Gemeine Taube (im Käfig) .	42,10	»	»
Gemeines Huhn	42,50	»	»
Gemeine Drossel	42,80	»	»
Taube (frei)	43,30	»	»
Gemeines Huhn	43,90	»	»
Gemeine Ente	43,90	»	»
Reiher	41,00	»	Prevost u. Dumas.

Als Mittelzahlen aus vielen Beobachtungen ergeben sich die Körpertemperaturen in verschiedenen Lebensaltern, nach Bärensprung, wie folgt:

Kind unmittelbar nach der Geburt . . .	30,25°*)
» etwas später	29,56
» in den ersten 10 Tagen	30,04
» bis zu Pubertät	30,1
Erwachsener von 15 bis 20 Jahren . .	29,91
» » 21 » 30 »	29,66
» » 31 » 40 » . . .	29,69
» » 41 » 50 » . . .	29,55
» » 51 » 60 » . . .	29,57
» » 61 » 70 » . . .	29,67
» » 80 » . . .	29,97.

Zwischen den beiden Geschlechtern findet sich beim Menschen kein merklicher Temperaturunterschied.

Die Temperaturschwankungen nach der Tageszeit sind gleichfalls von Bärensprung bestimmt und finden sich seine Resultate in nachstehender Tabelle zusammengestellt. Die Temperaturen sind in Graden der Réaumur'schen Scala angegeben und unter der Achsel gemessen.

*) Die folgenden Angaben sind gemacht in Graden der Réaumur'schen Scala.

Tageszeit.	Stunde.	Puls.	Temperatur.	Zahl der Beobachtungen.
Morgens im Bett vor dem Kaffee	5 — 7	50	29,35	2
» nach dem Kaffee	7 — 9	57,3	29,75	3
Vormittags	9 — 11	62,5	29,81	4
Vor dem Mittagessen	1 — 2	59,5	29,47	4
Nach » »	2 — 4	66,5	29,73	5
Nachmittags	4 — 6	74,4	29,99	5
»	6 — 8	74	29,95	4
Nach dem Abendbrot	8 — 10	67,3	29,62	6
Vor Schlafengehen bei der Arbeit .	10 — 12	61,3	29,48	3
Nachts aus dem Schlaf geweckt . .	12 — 2	59,6	29,32	5
» » » » » . . .	2 — 4	44	29,05	1

Am Schlusse dieses Capitels mag noch ein Wort über Temperaturbestim- 162
mungen von lebenden Körpertheilen Platz finden. Die erste zu erfüllende Bedingung ist natürlich die, daß das angewandte Verfahren nicht selbst die Temperatur des fraglichen Theiles verändert. Die Gefahr, diese Bedingung unerfüllt zu lassen, ist am größten bei der Bestimmung der Oberflächentemperatur des Körpers. Legt man auf die Haut eine Thermometerkugel und umgiebt dieselbe irgendwie mit einem schlechten Wärmeleiter (der sonst an dieser Stelle nicht befindlich ist), so wird sofort die Temperatur der Stelle gesteigert werden; denn man hemmt dadurch den Wärmeabfluß, ohne daß in der Wärmezufuhr eine Aenderung einträte. Es scheint mir, daß überhaupt zur Bestimmung der Hauttemperaturen thermoelektrische Apparate dem gewöhnlichen Thermometer vorzuziehen wären. Man kann die anzulegenden Löthstellen so klein machen, daß ihre Anlegung die Abkühlungsbedingungen nur in einem so kleinen Umfange verändern, daß der unmittelbare Wärmeaustausch mit der Nachbarschaft die Temperatur der dem Versuche unterbreiteten Stelle immer genau auf der Höhe erhält, die sie ohne Anlegung des Werkzeuges eingehalten hätte. Gavarret schlägt in diesem Sinne zusammengelöthete dünne Metallplatten vor. Ich sehe nicht ein, welchen Vortheil diese den sonst auch schon angewandten feinen zusammengelötheten Nadeln gegenüber bieten sollten. — Die zweite unerläßliche Bedingung einer brauchbaren Temperaturbestimmung ist, daß die Kugel des Thermometers oder die Löthstelle des thermoelektrischen Apparates wirklich ganz die Temperatur des Theiles annimmt, welche bestimmt werden soll. Man weiß aus der Theorie, daß irgend ein Körper, der mit einer constanten Wärmequelle verbunden ist, streng genommen, deren Temperatur niemals genau erreicht, wenn er sie nicht schon von Anfang an hatte, selbst dann nicht, wenn er ganz in die Wärmequelle eingetaucht ist, weil die Intensität des die Ausgleichung herbeiführenden Wärmestromes in jedem Augenblicke der noch vorhandenen Temperaturdifferenz proportional ist, also mit ihr zugleich unendlich klein wird. Die Temperatur eines in eine constante

Wärmequelle eingetauchten Körpers nähert sich der Temperatur derselben, wie man sich auszudrücken pflegt, asymptotisch, anfangs rasch, allmälig immer langsamer, ohne sie jedoch jemals ganz zu erreichen. Für unsere Bedürfnisse kann jedoch diese Unvollkommenheit ganz unbeachtet bleiben, um so mehr, da die Temperaturen der Wärmequellen, mit denen wir es in der Wirklichkeit zu thun haben, doch nicht absolut constant sind. Senkt man also ein Thermometer in eine Höhle des thierischen Körpers ein, so wird dasselbe, nach längerer oder kürzerer Frist, indem es mit immer abnehmender Geschwindigkeit steigt, die wahre Temperatur der Höhle mit der Genauigkeit zeigen, die überall erreichbar ist. Die Zeit, welche hierzu erfordert wird, kann natürlich nicht allgemein als eine bestimmte angegeben werden, sie hängt von den Umständen des einzelnen Falles ab: von der Größe der Thermometerkugel, von der Leitungsfähigkeit der die messende Flüssigkeit umgebenden Hülle u. s. w. Man braucht aber diesen Zeitraum auch nicht vorher zu kennen, es zeigt sich vielmehr im Verlaufe des Versuches selbst, wann er abgelaufen ist. Es ist in dieser Beziehung die Regel festzuhalten (die auch schon früher meist, wenigstens von sorgfältigen Beobachtern befolgt worden ist): das Thermometer hat die zu bestimmende Temperatur angenommen, wenn es innerhalb fünf Minuten nicht mehr merklich steigt. Wenn dagegen das eingeführte Meßinstrument selbst eine namhafte Wärmeableitung hervorbringt, so kann es niemals die Temperatur des Körpertheiles, die bestimmt werden soll, auch nur mit einer relativen Genauigkeit anzeigen. Die Temperatur eines mit einer Wärmequelle verbundenen Körpers nämlich nähert sich der Temperatur der letzteren auch nicht einmal asymptotisch, sobald er mit Wärmereservoiren von anderer Temperatur in leitender Verbindung steht, durch die ein erheblicher Theil der von der Quelle zugeleiteten Wärme abfließen kann. Tauchte man z. B. eine Thermometerkugel zur Hälfte in eine Flüssigkeit, deren Temperatur constant erhalten wird, so würde doch nimmermehr das Thermometer die wahre Temperatur der Flüssigkeit zeigen, selbst wenn länger als fünf Minuten die Quecksilbersäule nicht mehr gestiegen wäre; es würde sich vielmehr ein Gleichgewichtszustand zwischen der in die erstere Hälfte der Kugel einströmenden und der aus der oberen Hälfte (in die Luft) ausströmenden Wärme herstellen, das für die Thermometerkugel eine zwischen der Temperatur der Flüssigkeit und der der Luft gelegene Temperatur erfordert. Bei Messungen der Temperatur von Körperhöhlen hat man dies aber nicht zu befürchten, sobald man (wie dies ja auch immer geschieht) die Thermometerkugel ganz in die Höhle versenkt und sie um die Glasröhre herum dicht verschließt. In der That kann die dünne Röhre von Glas — einem schlecht leitenden Material — und die verschwindend dünne, noch dazu vollständig in Glas eingeschlossene Quecksilbersäule unmöglich einen erheblichen Theil der zugeleiteten Wärme entführen. Natürlich ist dieser Anforderung um so vollständiger entsprochen, je dünner die Röhre im Verhältniß zur Kugel ist. Eine dicke Kugel, die demnach günstig wäre, hat freilich den Mißstand zu Folge, daß die Temperaturausgleichung länger dauert. Einen anderen Nachtheil könnte man auf den ersten Blick noch davon befürchten, der aber bei genauerer Ueberlegung nicht vorhanden ist. Man könnte nämlich glauben, eine dicke

Thermometerkugel absorbirte selbst eine große Wärmequantität und setzte so die Temperatur, die bestimmt werden soll, herunter. In der That wäre dies der Fall, wenn man es mit einer bestimmten Wärmemenge zu thun hätte, z. B. ein abgeschlossenes Stück Materie würde einer Thermometerkugel, die dagegen nicht verschwindend klein wäre, eine geringere Temperatur mittheilen, selbst wenn alle Wärmeableitung verhindert wäre. Wir haben es aber hier mit einem dynamischen Gleichgewicht von Zu- und Abfluß zu thun, und dabei muß eine noch so große Thermometerkugel zuletzt die Temperatur eines Theiles annehmen, in den sie ganz eingesenkt ist.

Viertes Capitel.

Thierische Wärme in krankhaften Zuständen.

Wir haben in den vorigen Capiteln gesehen, daß die Wärmeökonomie ge- 163
wissermaßen einen in jedem Augenblicke gezogenen Rechnungsabschluß des gesammten organischen Haushaltes darstellt, in so fern jeder Umsatz schließlich in der Wärmesumme als positiver oder negativer Summand erscheinen muß. Es ist daher von vornherein zu erwarten, daß wenn der organische Haushalt krankhaft von der Norm abweicht, auch die Wärmeökonomie eine andere werden wird. Leider sind die Forschungen über diesen so außerordentlich wichtigen Gegenstand, da seine Natur das Experiment im Allgemeinen verbietet und uns auf bloße gelegentliche Beobachtung beschränkt, noch nicht weit gediehen. Es liegen nur Temperaturbestimmungen kranker Körper und Körpertheile vor, insbesondere die zahlreichen exacten Messungen von Bärensprung*) und Traube**). Es kann daher an dieser Stelle nichts weiter geschehen, als Mittheilung der wesentlichsten Resultate dieser verdienstvollen Untersuchungen.

Was zunächst die Störung oder allmälige Hemmung des gesammten Stoffwechsels durch Nahrungsentziehung betrifft, so ist ohne Weiteres aus theoretischen Gründen ersichtlich, daß dabei die Temperatur des Körpers sinken muß, da die Wärmequellen allmälig versiegen, während die Abzugsgräben offen bleiben. Es liegen über diesen Punkt ältere Versuche von Chopat***) vor, die keinen Zwei-

---

*) Müller's Archiv, 1851, S. 125, und 1852, S. 217.

**) Beobachtungen und Bemerkungen zur Pathologie und Therapie des Typhus. Berliner Charité-Annalen, Jahrgang 1850, S. 436. — Ueber die Wirkung der Digitalis rc., ebenda Jahrgang 1850, S. 622, und Jahrgang 1851, S. 1. — Krisen und kritische Tage. Berlin 1852 (auch in der deutschen Klinik).

***) Recherches expérimentales sur l'inanition. Paris 1843.

fel übrig lassen. Er findet, daß die Temperatur hungernder Thiere sinkt und zwar immer rascher, je mehr sie sich dem Tode nähern. Thiere, deren Temperatur im gesunden Zustande 42° C. beträgt, zeigten beim Hungertode nur noch 26° C. Der Einfluß der Tageszeiten macht sich bei hungernden Thieren ungleich fühlbarer als bei gesunden. Es scheint, nach Chopat, sogar, als ob die Abkühlung die wesentlichste Todesursache beim Verhungern sei, denn künstliche Erwärmung kann ein schon fast verhungertes Thier wieder dahin bringen, daß es von Neuem Nahrung assimilirt und fortlebt. — Bärensprung hat Entziehungscuren zum Zwecke der Heilung von Syphilis benutzt, um am Menschen zu experimentiren; er fand jedoch die Temperatur nicht namhaft erniedrigt, was er dem Umstande zuschreibt, daß gleichzeitig febrile Aufregung vorhanden war, welche die Temperatur zu erhöhen strebt. Ohnehin besteht ja übrigens die Entziehungscur nur im Ausschluß der Fleischkost und Beschränkung der sonstigen Nahrung.

Abnorme Verminderung der Blutmasse durch Aderlässe hat, nach den übereinstimmenden Experimenten an Thieren von Marshall Hall und Bärensprung, eine lange andauernde Verminderung der Körpertemperatur um 0,2 bis 0,4° R. zur Folge, die sich aber erst nach einigen Schwankungen 2 bis 3 Tage nach der Operation einstellt. Während des Aderlasses selbst steigt die Temperatur in der Regel um wenige Zehntelgrade, wohl in Folge von Convulsionen, dann sinkt sie unter die Norm, um vor dem dritten Tage noch ein oft über der Norm liegendes Maximum zu erreichen; darauf tritt die schon bezeichnete Erniedrigung der Temperatur ein, deren Dauer nicht bestimmt wurde.

164 Wir kommen zu den Temperaturbestimmungen in eigentlichen Krankheiten. In erster Linie verdienen die fieberhaften Krankheiten Berücksichtigung, die ausnahmslos mit Erhebung der Temperatur über die Norm einhergehen. Ich theile zunächst einige Beobachtungsreihen, von Bärensprung in verschiedenen fieberhaften Krankheiten angestellt, vollständig mit. Die Temperatur wurde überall bestimmt durch ein in die wohlverschlossene Achselhöhle eingesenktes Quecksilberthermometer, und mit der definitiven Ablesung so lange gewartet, bis die Quecksilbersäule während fünf Minuten nicht mehr gestiegen war. Die Temperatur ist angegeben in Graden der Réaumur'schen Scala.

24jähriger Mann. Wechselfieber (tertiana anteponens) mit reinen Apyrexien.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athemzüge in der Min.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
10. IV.	2 pm.	80	14	29,75	Apyrexie. Verord.: Pulv. febrifug. Unzeri.
	9 vesp.	76	14	29,6	
11. IV.	7 mat.	88		29,6	
	9 mat.	100		30	Noch keine Frostempfindung. Etwa um 10 Uhr heftiger Frost bis nach 12 Uhr. Um 11 Uhr waren Gesicht und Hände bleich und kühl, Rumpf von natürlicher Wärme.
	11 am.	112	22	33,1	
	1 pm.	120	30	33	
	4 pm.	112		32,6	
	6 pm.	116		32,25	Um 4 Uhr noch trockenes Auge mit stark eingenommenem Kopf. Um 6 Uhr Haut feucht. Nachts starker Schweiß bis zum Morgen.
	10 vesp.	92	16	31,5	
12. IV.	1 noct.	88	18	31	
	7 mat.	100		30,3	Apyrexie.
	2 pm.	96	14	30	
	9 vesp.	80	12	29,75	
13. IV.	5 mat.	92	16	29,3	
	7 mat.	108	18	31,25	Leichtes Frösteln. $8^1/_2$ Uhr Schüttelfrost.
	9 mat.	108	25	33,05	Froststadium.
	10 am.	116	22	33,25	
	1 pm.	120	32	33,1	Hitzestadium bald nach 10 Uhr beginnend.
	5 pm.	104		32,2	Schweißstadium.
	9 vesp.	104		31,3	
14. IV.	7 mat	88		30,3	Apyrexie
	1 pm.	92	14	30,2	
	9 vesp.	76		29,6	
15. IV.	10 am.	108	20	32,9	Hitzestadium.
	9 vesp.	96	16	31	Schweißstadium.
16. IV.	7 mat.	72	14	29,8	Apyrexie. 12 Gr. Chinin. sulph. genommen.
	1 pm.	80		29,6	
	8 vesp.	80	14	29,4	
17. IV.	5 mat.	84		30,8	Kein Anfall; aber der Kranke empfindet wiederholt Frösteln und Ziehen im Rücken.
	7 mat.	80		30,6	
	1 pm.	76	16	30,3	
	9 vesp.	80		30	
18. IV.	7 mat.	60	12	29,2	Noch einmal 12 Gr. Chinin. sulph. genommen.
	10 vesp.	56	14	29,2	
19. IV.	7 mat.	64	18	29,6	
	1 pm.	84	16	29,6	
	$8^1/_2$ vesp.	72		28,8	
22. IV.	7 mat.	68		29	Verbraucht: Cort. Chin. ℥j. Cort. Cinnamom. ℨj. Opii pur. Gr. ij.
	2 pm.	80	14	29,4	
	9 vesp.	72		29,2	
23. IV.	7 mat.	60		29,4	
	1 pm.	72	16	29,75	
	9 vesp.	68	14	29,4	

23jähriger Mann. Variolois.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
14. I.	7 vesp.	116	32	33,5	Eruptionsfieber
	10 vesp.	116		33,5	
15. I.	9 mat.	84	20	31,05	Exanthem im Stadium der Papelbildung.
	4 pm.	80	16	30,7	
	9 vesp.	76	18	30,4	
16. I.	8 mat.	76	16	30,3	
	8 vesp.	72	14	30,6	
17. I.	8 mat.	76	14	30,5	Exanthem im Stadium der Bläschenbildung.
	9 vesp.	80	18	30,7	
18. I.	7m at.	76	16	30,4	
20. I.	7 mat.	80	16	30,75	Exanthem im Stadium der Pustelbildung.
	11 am.	84	16	30,75	
	4 pm.	88	18	30,85	
	9 vesp.	88	16	30,8	
21. I.	7 mat.	80	16	30,6	
	9 vesp.	80	16	30,8	
24. I.	9 vesp.	68	16	29,9	Exanthem im Stadium der Verschorfung.
26. I.	11 am.	64	16	29,3	Reconvalescenz.

Abdominaltyphus.

Datum.	Stunde.	Puls.	Respiration.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
4. X.	9 mat.	92	18	31,4	Der 31jährige Kranke war bereits 9 bis 10 Tage krank, als er am 4. X. in Behandlung kam. Der Verlauf war im Allgemeinen leicht, die Diarrhöen mäßig, torpider Charakter des Fiebers. Nachts Delirien, Tags Betäubung. Exspectative Behandlung. Gegen den 10. hatte sich Hypostase der Lungen, am 14. Hypatisation des rechten unteren Lungenlappens ausgebildet. (Senega infusum mit liq. ammon. anisat.) Am 30. befand sich der Kranke seit etwa 8 Tagen in der Reconvalescenz.
	2 pm.	92		31,3	
	7 vesp.	100	22	31,7	
5. X.	9 mat.	96	18	31,4	
	2 pm.	92	18	31,4	
	5 pm.	96		31,5	
	8 vesp.	100	20	31,7	
	10 vesp.	108	24	31,75	
6. X.	9 mat.	88	14	31,5	
14. X.	9 mat.	112	24	31,6	
	8 vesp.	120	32	32	
30. X.	9 mat.	56		29,3	
	7 vesp.	60	14	29,3	
4. XI.	10 mat.	64		29,5	

4jähriger Mann. Pneumonia sinistra. Hepatisation schon am ersten Tage gefunden.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Temperatur.	Krankheitsverlauf.
14. III.	12 mer.	108	36	32,75	9 Uhr: Aderlaß von 14 ℥, danach tartar. stibiat. gr. VI. aq. destill ℥ VI, alle 2 Stunden 1 Eßlöffel.
	9 vesp.	120	36	33,1	
15. III.	7 mat.	100	24	32	
	2 pm.	108		32,25	12 Schröpfköpfe.
	10 vesp.	120	38	33	
16. III.	6 mat.	100	32	32	
	10 am.	100	32	32,25	Aderlaß von 12 ℥.
	2 pm.	104	32	32	
	10 vesp.	116	36	32,6	In der Nacht mäßiger Schweiß. Pulvis Doweri.
17. III.	8 mat.	96	22	32,25	
18. III.	8 mat.	80	18	31,5	In der Nacht starker Schweiß. Keine Sputa.
20. III.	9 mat.	64	15	29,4	Hepatisation hat sich durch Resorption getheilt ohne eiterige Sputa.
	7 vesp.	60	15	28,7	
22. III.	7 vesp.	60	12	29,1	

Es folgen noch einige Beobachtungsreihen von Traube; die Temperaturen sind in der Achsel gemessen und in Graden der 100theiligen Scala angegeben.

40jähriger Mann an Pleuropneumonie leidend.

Tag der Krankheit.	Exacerbationszeit.		Remissionszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
III.	104	40,8°	91	40,6°
IV.	99	40,75	92	40,3
V.	97	40,6	80	38,7
VI.	72	37,75	56	37,1

Mädchen von 18 Jahren an leichtem Typhus leidend.

Tag der Krankheit.	Remissionszeit.		Exacerbationszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
X.	—	—	112	41,1°
XI.	100	39,3°	108	39,8
XII.	100	38,6	104	40,3
XIII.	92	38,3	100	39,9
XIV.	92	38	100	40,1
XV.	84	37,9	100	39,9
XVI.	84	37,6	96	39,7
XVII.	80	37,3	88	39,3
XVIII.	88	37,1	80	38,9
XIX.	92	36,8	80	38,3
XX.	72	36,8	68	37,4
XXI.	76	37,025	68	37,5
XXII.	68	37,1	80	37,5
XXIII.	80	36,9	—	—

Mann von 29 Jahren an heftigem acuten Trachealkatarrh leidend.

Tag der Krankheit.	Remissionszeit.		Exacerbationszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
IV.	—	—	72	39,025°
V.	68	40°	60	39,95
VI.	56	39	60	39,5
VII.	52	38,5	52	37,5
VIII.	48	37,425	—	—

165 Die allgemeinen Sätze, welche aus diesen und ähnlichen Beobachtunge[n] gefolgert werden, sind kurz folgende:

1) Temperaturerhöhung über die Norm ist ein constantes Symptom de[s] Fiebers. Traube hält sie sogar mit den Alten für das eigentliche Wesen de[s] Fiebers. Die Temperaturschwankungen sind geradezu ein Abbild vom Verlau[f] der Krankheit, der in einer Temperaturencurve graphisch dargestellt werden könnt[e]

daher ist die Temperatur prognostisch von Wichtigkeit. Auch diagnostisch kann e verwerthet werden, es macht sich oft ein sonst übersehener Fieberparoxysmus urch Temperaturerhöhung bemerklich.

2) Die während des Fiebers statthabende erhöhte Temperatur kann auf veierlei Weisen zur Norm zurückkehren, entweder sprungweise (Krisis), so daß e in einem Zeitraum von 12 bis 36 Stunden um 2 bis 3 Grade sinkt, oder llmälig (Lysis) während der Reconvalescenz, namentlich wenn sich dieselbe nach ner Krisis einstellt, ist die Temperatur häufig 0,5 bis 1 Grad unter der Norm. risen erfolgen nur an ungeraden Tagen der Krankheit (Traube).

3) Im Allgemeinen geht zwar die Temperatursteigerung einer abnormen ulsfrequenz parallel, doch ist sie dieser keineswegs proportional, und kommen amentlich Fälle vor (siehe die letzte Beobachtungsreihe von Traube), wo neben ner außerordentlich hohen Temperatur eine sehr geringe Pulsfrequenz besteht. ndererseits kann zuweilen eine bedeutende Pulsfrequenz ohne namhafte Tempe- aturerhöhung vorkommen.

4) Die höchste mit Sicherheit beobachtete Temperatur in fieberhaften Krank- eiten kann zu 34° R. angegeben werden. Es scheint, daß der Körper keine öhere Temperatur verträgt.

5) Die höchsten Temperaturen kommen in den Paroxysmen solcher Fieber or, die sich durch kurzdauernde Paroxysmen auszeichnen, nämlich bei Intermit- ens und exanthematischen Fiebern. Fieber mit langsamerem Verlaufe, die emittirenden, typhösen, hektischen, entzündlichen, lassen nie die höchsten Tempe- aturwerthe beobachten. Die längste Dauer einer Temperatursteigerung über 33 Grad ar 4 Stunden (Intermittens; siehe die erste Tabelle). Eine Temperatursteige- ung über 32 Grad dauerte 4 Tage (in dem mitgetheilten Falle von Pneumonie). Die andauerndste (11 Tage) Steigerung der Temperatur über 31 Grad wurde i einem Typhus beobachtet (siehe den mitgetheilten Fall von Typhus). Ge- ingere Temperatursteigerungen von 30 bis 31 Grad erträgt offenbar der Organismus Wochen und Monate lang. Solche wurden namentlich bei hektischen iebern beobachtet.

6) Die höchste Temperatur scheint aus Ende des Froststadiums zu fallen, enigstens ist dies beim Wechselfieber Regel. Die subjective Empfindung sagt lso nichts über die Körperwärme aus. Bei remittirenden Fiebern fällt freilich as Maximum oft aus Ende der trockenen Hitze. Bei Fiebern mit langem itzestadium mischt sich in die dem Krankheitsverlaufe verdankten Temperatur- hwankungen noch die normale tägliche Schwankung ein.

Die Temperaturabnahme nach Krisis und Lysis kann nicht allein der Ver- unstung des Schweißes auf Rechnung gesetzt werden, denn sie kommt auch ganz hne Schweiß vor, namentlich bei der Eruption der Exantheme.

7) Der Temperaturunterschied zwischen Exacerbation und Remission beträgt ei remittirenden Fiebern 0,4 bis 1,1 Grad. Dieser Unterschied wird bei ab- ehmender Lebenskraft immer größer.

8) In Fällen mit tödtlichem Ausgange pflegt diesem eine bedeutende Steigerung der Temperatur vorherzugehen.

166 Unter den Krankheiten, die mit einer merklichen Erniedrigung der Körper-temperatur einhergehen und die sich durch einen auffallenden allgemeinen Col-lapsus auszeichnen, steht die asiatische Cholera obenan. Es wird bei dieser Krankheit gemeiniglich besonders die Temperatur der Mundhöhle ungemein nie-drig gefunden. Zwei von Bärensprung mitgetheilte Fälle, in welchen sich dies Verhalten scharf ausprägt, mögen hier Platz finden.

Knabe von 17 Jahren.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Ort der Messung.	Tempera-tur.	Krankheitsverlauf.
24. V.	3 pm.	fehlt.		Mund	24,7° R.	Stadium algidum. Cyanose. Kält des Gesichts, der Zunge und de Extremitäten. Herzschlag matt 120 Respiration unregelmäßig. Breche und Laxiren heftig. Stadium re-actionis; Haut gleichmäßig warm nicht heiß. Brechen und Laxire haben aufgehört; Urinsecretion is zurückgekehrt; etwas Stupor.
				Brust	25,1	
				After	29,1	
26. V.	10 am.	80	20	Mund	28,25	
				Hand *)	27,75	
				Brust	26	
				After	29,5	

Mann von 65 Jahren.

Datum.	Stunde.	Puls.	Athmung.	Ort der Messung.	Tempera-tur.	Krankheitsverlauf.
14. V.	8 mat.	100 sehr klein	26	Hand	24° R.	Stadium algidum; seit 6 Stun den ist der Kranke eiskalt, cyano tisch, bricht und laxirt.
				Mund	21,25	
				Brust	26,25	
				After	28,5	

Abgesehen von spontan entstehenden Krankheiten, kann die Körpertempera-tur durch Medicamente zum Sinken gebracht werden. Insbesondere hat dies Traube bei der Digitalis erwiesen, von der man schon wußte, daß sie unfehl-bar die Pulsfrequenz vermindert. Eine tabellarisch zusammengestellte Beobach-tungsreihe mag genügen.

*) Thermometer in die geballte Faust.

39jähriger Mann an rheumatismus acutus articulorum leidend.

Tag der Krankheit.	Exacerbationszeit.		Remissionszeit.	
	Pulsfrequenz.	Temperatur.	Pulsfrequenz.	Temperatur.
X.	108	39,6° C.	95	39,3° C.
XI.	94	39,5	85[I]	39,3
XII.	83	39,4[II]	68	38,6
XIII.	76	38,4	73	37,8[III]
XIV.	79	37,9	75	38,2
XV.	68—72	38,2	66—68½	38,25
XVI.	68½	39[IV]	68[V]	38,9
XVII.	88	38,8	92	38,8
XVIII.	92½	38,8	88	38,8[VI]
XIX.	88	39,05	80	38,4
XX.	80	38,95	75	38,3
XXI.	76	38,4	76	38,25
XXII.	71	37,8	67	37,5

Bemerkungen. I. Beginn der Wirkung der Digitalis (deren Gebrauch m neunten Krankheitstage begonnen hatte) auf den Puls.

II. Beginn der Digitaliswirkung auf die Temperatur.

III. Temperaturminimum unter der Einwirkung der Digitalis.

IV. Höchster Stand, den die Temperatur nach eingetretenem Minimum on Neuem erreicht.

V. Minimum der Pulsfrequenz unter Einwirkung der Digitalis.

VI. Eintritt der täglichen Schwankungen, welche die Temperatur im fie-erhaften Zustande darbietet.

Auf diese und mehrere ähnliche Beobachtungsreihen gestützt, stellt Traube olgende Sätze auf:

1) Nicht nur die Pulsfrequenz, sondern auch die Temperatur kann unter inwirkung der Digitalis in großen Dosen (2stündlich $3\frac{3}{4}$ Gran) bis tief nter die Norm herabsinken.

2) Die Temperaturerniedrigung steht nicht in einem augenfälligen zeit-chen und quantitativen einfachen Abhängigkeitsverhältniß zu der gleichzeitigen Berminderung der Pulsfrequenz.

3) Die Wirkung der Digitalis auf die Pulsfrequenz tritt entweder (und war gewöhnlich) früher als die Wirkung auf die Temperatur oder gleichzeitig it derselben ein.

4) Die Verminderung der Pulsfrequenz beginnt 24 bis 48 Stunden, die Temperaturverminderung 36 bis 60 Stunden nach Beginn der Anwendung des Mittels.

5) Nicht nur die Pulsfrequenz, sondern auch die Temperatur fährt fort, sich zu vermindern, nachdem das Mittel bereits ausgesetzt ist.

Einige andere Sätze, die sich auf andere Wirkungen der Digitalis beziehen, sind ausgelassen.

Die Messungen der Temperatur entzündeter, an der Oberfläche liegender Körpertheile, welche Bärensprung angestellt hat, können nur vergleichsweise verwendet werden. Die Methode nämlich scheint nicht mit Sicherheit die absolute Temperatur der betreffenden Stelle zu geben. Er setzt auf die Haut eine Thermometerkugel, die zwar durch eine Glasglocke vor Luftzug geschützt ist, die aber darum doch nicht wohl die Temperatur der Haut vollkommen annehmen kann. Ueberdies muß das Aufsetzen der Glasglocke schon die Temperatur der untersuchten Stelle verändern. Es bleibt freilich immerhin interessant, verschiedene nach derselben Methode gewonnene Zahlen zu vergleichen. So findet sich unter Anderem, daß eine Hautstelle durch die Congestion, welche ein Senfteig hervorruft, nicht wärmer wird (?). Eine mit Masernexanthem bedeckte Haut zeigt sich um 2,75° R. wärmer als die gesunde. Aehnliches ergiebt sich bei Erysipelas und Scarlatina. Längere Zeit gelähmte Körpertheile findet Bärensprung in der Regel weniger warm als gesunde. Zum Zwecke der Hauttemperaturmessung dürften wohl feine thermoelektrische Nadeln geeigneter sein als Thermometer.

167 Es knüpfen sich an die mitgetheilten Thatsachen noch Betrachtungen, die hier nicht bei Seite gelassen werden können. Vor Allem entsteht die Frage, die auch von den Forschern, deren Arbeiten das Vorstehende entlehnt ist, in den Vordergrund gestellt wird: Ist die krankhafte Steigerung oder Erniedrigung der Temperatur ein Ausdruck für eine entsprechende Steigerung oder Verminderung des Stoffumsatzes? Nach den im vorigen Capitel dargelegten Grundsätzen kann nämlich eine Veränderung der Körpertemperatur zwei ganz wesentlich verschiedene Ursachen haben. Eine Steigerung der Temperatur z. B. kann hervorgebracht werden entweder durch ein reichlicheres Fließen der Wärmequellen oder durch eine Hemmung des Wärmeabflusses. Man könnte sich also denken, daß die (objective) Fieberhitze durch ein lebhafteres Verbrennen bei gleichen Wärmeableitungsbedingungen entstehe, dafür sprechen manche Umstände, die Bärensprung (der sich überhaupt dieser Ansicht entschieden zuneigt) namhaft macht. Er führt die rasche Abmagerung, die copiose Harnstoff- und Kohlensäureausscheidung an, die auf einen lebhaften Verbrauch organischer Materie hindeuten. Die rasche Abmagerung ist allerdings eine leicht und oft constatirte Thatsache; über die reichlichere Harnstoffausscheidung liegen aber doch nur sehr wenige, und über die reichlichere Kohlensäureausscheidung in fieberhaften Krankheiten liegen meines Wissens gar keine Beobachtungen vor. Die Abmagerung könnte also doch wohl auch aus der unterdrückten Assimilation, ohne daß die Verbrennung gerade rascher als sonst vor sich geht, erklärt werden. Andererseits liegt die physikalische Möglichkeit vor, die Fieberhitze abzuleiten, aus verminderter Wärmeableitung, die, wenn sie in geeignetem Maße einträte, selbst bei verminderter Verbrennung eine abnormere Steigerung der Temperatur zu Wege bringen könnte. Eine directe

Entscheidung der Frage, ob die Fieberhitze der einen oder der anderen Art von Umständen auf Rechnung zu setzen ist, könnte natürlich nur durch calorimetrische Versuche herbeigeführt werden. Wenn man geradezu die Wärmequantität, die ein Fieberkranker während einer bestimmten Zeit abgiebt, nebst Anfangs- und End-vorrath gemessen hätte, so kennte man die Wärmequantität, welche er während dieser Zeit producirt hat. Man könnte diese mit der vergleichen, die er im gesunden Zustande während der gleichen Zeit producirt. Ich glaube aber kaum, daß man in der nächsten Zeit an die Ausführung solcher Versuche denken kann. Man müßte offenbar — so zu sagen — das ganze Krankenzimmer zum Calorimeter einrichten. Man kann solche Versuche an Kranken um so weniger erwarten, da sie an Gesunden noch nicht einmal angestellt sind, wo sie doch entschieden weniger Schwierigkeiten machen würden.

Bei dem hohen Interesse, welches die hier angeregte Frage für die gesammte Heilkunde hat, muß man sich daher auch noch nach indirecten Wegen umsehen, die wenigstens einstweilen einen Wahrscheinlichkeitsbeweis für die eine oder andere Alternative anbahnen könnten. Am nächsten liegt wohl folgender Gedanke. Da die ausgehauchte Kohlensäure- und die ausgeschiedene Harnstoffmenge annähernd einen Maßstab für die Lebhaftigkeit des Stoffwechsels abgeben, so ist man wohl einigermaßen berechtigt, anzunehmen, daß die von einem Thier producirte Wärmemenge eine Summe sei, deren einer Summand der ausgehauchten Kohlensäure-, deren anderer der ausgeschiedenen Harnstoffmenge proportional ist. Man hätte somit zwei constante Coefficienten zu denken, mit denen die Kohlensäure- und die Harnstoffmenge zu multipliciren wäre; die Summe beider Producte würde die erzeugte Wärme darstellen. Man dürfte wohl ferner darauf rechnen, daß diese beiden Coefficienten bei Thieren, deren Stoffwechsel im Ganzen dem des Menschen ähnlich ist, nicht merklich von den für den Menschen geltenden verschieden wären. Aus calorimetrischen Versuchen an solchen Thieren ließen sich diese Coefficienten leicht berechnen. Bestimmte man nun nachher bei einem Kranken die Kohlensäure- und Harnstoffmenge, so könnte die von ihm erzeugte Wärmemenge unter Zulassung der Hypothese berechnet und mit der im gesunden Zustande erzeugten verglichen werden. Es würde sich alsdann mit einiger Wahrscheinlichkeit behaupten lassen, ob die Temperaturerhöhung beim Fieber von gesteigerter und die Temperaturerniedrigung in der Cholera von verminderter Wärmeerzeugung herrührten. Derartige Bestimmungen sind aber noch äußerst wenige gemacht. Es kann nicht geläugnet werden, daß sie — und namentlich die Kohlensäurebestimmungen — ihre großen, aber wohl nicht unüberwindlichen Schwierigkeiten haben.

Weit weniger versprechend scheint mir ein anderer indirecter Weg zu sein. Man könnte nämlich auch aus einzelnen Versuchen die Größe der Ableitungswege der Wärme bestimmen. Wir haben dieselben in einem früheren Capitel kennen gelernt und wissen daher, wie viele Größen bekannt sein müßten, um sie quantitativ auszuwerthen. Verdunstung und Erwärmung der Luft in den Lungen wäre noch am ersten auszumitteln, obwohl auch die Temperaturbestimmung der Ausathmungsluft ihre eigenthümlichen Schwierigkeiten hat. Noch schlimmer

steht es aber mit der Bestimmung der Hautverdünstung und der Wärmeableitung und Ausstrahlung von der Haut. Man könnte in Betreff dieses Punktes etwa an calorimetrische Versuche im Kleinen mit einzelnen Körpertheilen — einer Extremität — angestellt denken; doch sieht man dabei keinen Weg, die Hemmung der Ausdünstung zu vermeiden, die sofort wieder die normalen Bedingungen abändern würde. Bärensprung hat einige hierher gehörige Versuche angestellt, zunächst freilich in der Absicht, die scheinbaren Hauttemperaturen zu erklären, welche die zufühlende Hand des Arztes empfindet. Man weiß, daß die zufühlende Hand einen Gegenstand nur dann als warm empfindet, wenn er wirkich wärmer, und nur dann als kalt, wenn er wirklich kälter ist als sie selbst. Der Unterschied wird aber bei objectiver Gleichheit um so größer geschätzt, je rascher die Temperaturausgleichung zu Stande kommt. Diese kommt um so rascher zu Stande, ein je besserer Wärmeleiter der untersuchte Körper ist. So — weiß man — kommt uns ein Metallstück, das wärmer ist als die Hand, wärmer vor, als ein gleich warmes Holzstück. Aber ein Metallstück, das kälter als die Hand ist, kommt uns auch viel kälter vor, als ein gleich kaltes Holzstück. Die Raschheit der Temperaturausgleichung kann aber ferner noch durch Bewegung der Masse gesteigert werden, indem dann in der Zeiteinheit eine größere Anzahl von Theilchen Gelegenheit haben, die Temperaturausgleichung zu beginnen. Aus diesem Grunde verursacht z. B. bekanntlich ein kalter Wind in höherem Grade das Kältegefühl als gleich kalte unbewegte Luft. Man weiß, daß bei manchen Fieberkranken die zufühlende Hand eine fast unerträglich scheinende Hitze empfindet; man weiß ferner, daß ein Cholerakranker sich eiseskalt anfühlt, obwohl in beiden Fällen die vom Thermometer ausgewiesenen wirklichen Temperaturunterschiede von der der untersuchenden Hand ziemlich unbedeutend sind. Die Haut des Fieberkrauken wie die des Cholerakranken müßte sich also in Beziehung auf Wärmeaustausch gleich verhalten, beide nämlich müßten wie ein Metall, im Gegensatze zum Holz, einer sehr raschen Temperaturausgleichung günstige Eigenschaften besitzen, sei es nun, daß die Wärmeleitungsfähigkeit des Stoffes sehr groß wäre, oder sei es, daß eine lebhafte Blutcirculation vielen Theilchen während der Zeiteinheit zur Ausgleichung Gelegenheit giebt. Bärensprung's Versuche stehen mit dieser unbestreitbaren Schlußfolgerung in scheinbarem Widerspruch, der hier um so mehr ausgeglichen zu werden verdient, als die angezogene Abhandlung mit Recht in großem Ansehen steht. Er hat nämlich die Zeit bestimmt, während welcher die Thermometerkugel die Temperatur der Hautstelle, auf welcher sie steht, annimmt. Diese Zeit findet sich nun bei einem Cholerakranken im Verhältniß zu dem ausgeglichenen Temperaturunterschiede größer als beim Gesunden, beim Fieberkranken verhältnißmäßig kleiner. Man kann aber hieraus allein keineswegs schließen, daß die Wärmeleitungsfähigkeit der Haut beim Cholerakranken kleiner, beim Fieberkranken größer sein müßte als beim Gesunden. Die Ausgleichungszeiten sind nämlich bei gleicher Wärmeleitungsfähigkeit keineswegs den auszugleichenden Temperaturunterschieden proportional, vielmehr wird eine größere Temperaturdifferenz in verhältnißmäßig viel kürzerer Zeit ausgeglichen als eine kleinere. In der That war aber bei den Cholerakranken die anfäng=

liche Differenz kleiner, so daß trotz der verhältnißmäßig größeren Ausgleichungszeit das Wärmeleitungsvermögen doch erhöht sein konnte. Außerdem hat in den angezogenen Experimenten Bärensprung aus verschiedenen Zahlen arithmetische Mittel genommen, die der Natur der Sache nach nicht genommen werden dürfen. Daß die Wärmeleitung der Haut eines Fieberkranken die der gesunden Haut übertrifft, bleibt freilich immer noch sehr wahrscheinlich nach den erwähnten Versuchen, weil die anfänglichen Temperaturdifferenzen in den verglichenen wenigstens nahezu gleich waren.

Bei der Temperaturerhöhung entzündeter Körpertheile tritt eine andere 168
Frage auf, nämlich die: rührt diese her von der vermehrten Blutzufuhr oder von einer örtlich gesteigerten Wärmeerzeugung? Diese Frage ist aus dem Gesichtspunkte der Nr. 158 zu betrachten. Wir sahen daselbst, daß die Temperatur irgend einer Körperstelle abhänge von drei Größen: von der zugeführten Wärmemenge, deren größter Theil der zuströmenden Blutmenge proportional ist; von der abfließenden Wärmemenge, und von der an Ort und Stelle erzeugten Wärmemenge. Die zufließende Wärme an sich kann die Temperatur irgend einer Körperstelle offenbar nie auf einen höheren Grad bringen, als die Temperatur der Quelle, aus welcher sie fließt; mit anderen Worten: vermehrter Zufluß arteriellen Blutes kann an sich einen Körpertheil nicht wärmer machen, als das arterielle Blut selbst ist. Während also keineswegs behauptet werden kann, daß an einer Stelle, deren Temperatur von der des arteriellen Blutes übertroffen wird, keine Wärme frei wird, so ist doch das Umgekehrte unbedingt richtig: In einem Körpertheile, dessen Temperatur die des zuströmenden arteriellen Blutes übertrifft, muß jedenfalls Wärme gebildet werden. Stiege in einem solchen Körpertheile abnormer Weise die Temperatur noch höher, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß in demselben mehr Wärme als gewöhnlich frei wird. Dies ergiebt sich aus der in der citirten Nummer abgeleiteten Formel unmittelbar. Wir lassen den dort gebrauchten Buchstaben ihre Bedeutung und denken uns unter t' insbesondere die für den ganzen fraglichen Theil (dessen Capillarnetz ja als ein Abschnitt des Kreislaufes anzusehen ist) als constant geltende Temperatur, welche zugleich auch das aus demselben hervorströmende Venenblut ohne Zweifel haben wird. Wir schreiben die Formel: $t' - t = \frac{G - V}{B\,c}$, und wissen, daß unter den hier geltenden Voraussetzungen die Differenz linker Hand positiven Werth haben muß. Sie stellt den Temperaturüberschuß des Theiles (und des daraus strömenden Venenblutes) über die des zuströmenden Arterienblutes t vor. Dieser Ueberschuß nimmt nun offenbar mit wachsendem B, wenn alles Uebrige gleich bleibt, ab, d. h. eine raschere Blutströmung muß den Ueberschuß über die Temperatur des arteriellen Blutes vermindern, wenn nicht zugleich G größer wird, d. h. wenn nicht zugleich die örtliche Wärmebildung zunimmt. Würde also in einem entzündeten Theile der Temperaturüberschuß abnorm vergrößert gefunden, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß die örtliche Wärmebildung G abnorm gesteigert wäre, um so mehr, da die gesteigerte Temperatur den negativen Summanden V ebenfalls vergrößert. Würde aber ande-

rerseits in einem entzündeten Theile der sonst vorhandene Ueberschuß über di Temperatur des arteriellen Blutes vermindert gefunden, so wäre dies noch kein hinlänglicher Beweis für Verminderung der örtlichen Wärmebildung; denn di vermehrte Circulation strebt schon für sich diesen Erfolg hervorzubringen. Wi wir gleichfalls am angeführten Orte gesehen haben, sind nun gewisse Theile deren normale Temperatur, nach den Messungen von Ludwig Fick, die des arteriellen Blutes übertrifft, der thermometrischen Messung zugänglich; es sind dies die in der Beckenhöhle gelegenen Theile. Es wäre daher wohl leicht aus- führbar, zu untersuchen, ob ein entzündeter Uterus oder Mastdarm eine höhere Temperatur zeigt, als ein gesunder, und wenn dies der Fall wäre, so wäre bewiesen, daß ein entzündeter Körpertheil mehr Wärme producirt, als derselbe im gesunden Zustande.

Bärensprung hat nur oberflächliche entzündete Theile untersucht, deren Normaltemperatur von der des arteriellen Blutes bei Weitem übertroffen wird. Für solche ist also die Differenz $t - t'$ positiv und eine Vergrößerung von B (des Blutstroms) ist in demselben Sinne wirksam, wie eine Vergrößerung von G (der örtlichen Wärmebildung). Daher kann eine einfache Temperatursteigerung bis zu der des arteriellen Blutes noch nicht zur Entscheidung der hier aufgewor- fenen Frage führen. Dahingegen würde ebenfalls eine Steigerung über die Temperatur des arteriellen Blutes hinaus, d. h. ein Negativwerden von $t - t'$, nur von einer Vergrößerung von G, nicht von einer Vergrößerung des Nenners B herrühren können. Eine derartige Steigerung darf man vielleicht bei Ent- zündungen der Mundschleimhaut, deren Normaltemperatur nur wenig unter der des arteriellen Blutes liegt, am ersten erwarten; auf diese könnte man also sein Augenmerk richten.

Sechster Abschnitt.

Optik.

Vorbemerkung.

Es scheint mir nothwendig, diesem Abschnitte einige Bemerkungen vorauszuschicken, weil ich darin einige Materien zu behandeln unterlassen habe, die vielleicht Mancher hier anzutreffen erwarten wird. Man ist gewöhnt, Alles, was zum Sehact in irgend welchem Bezuge steht, in den Abhandlungen der physiologischen Optik, zuweilen selbst in Lehrbüchern der allgemeinen Physik besprochen zu finden. Ich glaubte, dem in der Vorrede dargelegten Plane dieses Buches gemäß, von dieser Uebung abweichen zu müssen. In diesem Glauben bestärkte mich noch die Ueberlegung, daß die wegzulassenden Lehren in allgemein faßlicher Weise an vielen, Allen zugänglichen Orten behandelt werden, und daß ich daher durch ihre Weglassung für andere Dinge Raum gewinnen dürfte.

Der Lichtstrahl, so lange er in den brechenden Medien des Auges verweilt, ist unzweifelhaft Gegenstand der Physik. Sie hat die Entstehung des Bildes auf der Netzhaut zu erklären. Dies Bild aber übergiebt sie nun der Physiologie. Sie hat dasselbe durch den Sehnerven — wenn ein etwas uneigentlicher Ausdruck erlaubt ist — nach dem Hirn zu begleiten, und hat Rechenschaft zu geben von den Veränderungen und Wirkungen, welche die objectiven Reize erleiden und ausüben. Die Psychologie endlich bemächtigt sich des physiologisch bearbeiteten Empfindungsmaterials und baut daraus Vorstellungen, Begriffe, Urtheile rc. auf.

Im Sinne dieser Betrachtung habe ich Alles, was auf den Gang der Lichtstrahlen im Auge Bezug hat, mit möglichster Ausführlichkeit behandelt. Ich habe zuerst ein ideales Auge mit absolut homogenen Medien und vollkommen sphärischen Flächen vorausgesetzt und dann die Wirkungen der kleinen Abweichungen des wirklichen Auges von diesem Ideal untersucht. Auch die Lehre

von der Accommodation gehört hierher und wird mithin ebenso ausgeführt. Andererseits aber habe ich Alles der Physiologie überlassen, was auf die Zustände der Nervenfaser Bezug hat, in welche sie durch Lichtreize versetzt wird; so wird also die Lehre von den Nachbildern, von den Contrastfarben ꝛc. hier nicht berührt. Endlich habe ich die Lehre von der Bildung der Raumvorstellung, von der Beurtheilung der Größe, von der Sehrichtung, so wie Alles, was mit binocularem Sehen zusammenhängt, z. B. Stereoskopie, als streng genommen psychologisch übergangen. Das Stereoskop als Instrument wird noch im letzten Abschnitte seine Stelle finden.

Was die Anordnung betrifft, so bin ich von der in den anderen Abschnitten befolgten, aus Zweckmäßigkeitsgründen, ein wenig abgewichen. Ich habe nämlich die am Organismus vorkommenden Erscheinungen — den Gang der Lichtstrahlen im Auge — als den umfangreichsten Theil des Abschnittes vorangestellt, dem sich dann einige Paragraphen gleichsam nur anhangsweise anschließen, die rein physikalische Erscheinungen enthalten. Der Erörterung des Ganges der Lichtstrahlen im Auge mußte nun aber wieder die allgemein physikalische Lehre von der Brechung in Systemen sphärischer Flächen vorangeschickt werden, so daß sich eine unsystematische Stellung der Capitel ergiebt. Hoffentlich wird mir daraus kein Vorwurf gemacht werden, um so weniger, als in einem Buche wie das vorliegende systematische Anordnung des Stoffes im Ganzen doch nur leerer Schein sein würde.

Erstes Capitel.

Von der Brechung an sphärischen Trennungsflächen.

169 Im ersten Bande *) von Müller's Lehrbuch der Physik ist durch geometrische Constructionen anschaulich gemacht, daß ein homocentrisches **) Strahlenbündel homocentrisch bleibt, wenn es eine von zwei Kugelsegmenten begränzte Glaslinie durchsetzt. Wir müssen hier in etwas allgemeinere Betrachtungen ein-

---

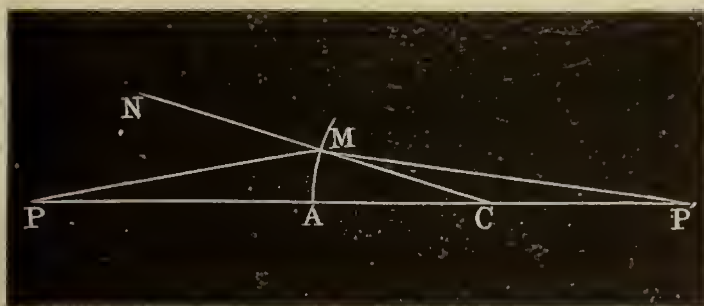
*) Seite 404 u. fgd. (4te Aufl.)

**) Homocentrisch heißt ein Bündel, dessen einzelne Strahlen, sich wirklich oder gehörig verlängert, alle in einem Punkte schneiden. Dieser Punkt soll das Centrum des Bündels heißen, das »physische«, wenn sich die Strahlen wirklich, das »geometrische«, wenn sich bloß die Verlängerungen ihrer Richtungen in ihm schneiden.

chen, da die Strahlenbrechung im Auge der höheren Thierclassen durch mehrere inter einander liegende Kugelsegmente hervorgebracht wird, ohne daß die Strahen schließlich wieder in dasselbe Medium übergehen, aus dem sie gekommen sind. Wir fassen zunächst den einfachsten Fall ins Auge: Zwei verschieden stark rechende Medien — etwa Luft und Glas — sind durch ein Kugelsegment von inander getrennt, im Uebrigen aber unbegränzt, so daß ein aus der Luft in das Glas übergegangener Lichtstrahl in dem letzteren bleibt. Wir denken uns ein omocentrisches Strahlenbündel, aus der Luft kommend, treffe die sphärische Trennungsfläche, jedoch mit der Einschränkung, daß kein Strahl desselben mit er Tangentialebene der Trennungsfläche in dem Punkte, wo er diese trifft, einen Winkel bildet, der von einem rechten bedeutend abweicht; oder, was dasselbe agt: Alle Strahlen des gedachten Bündels müssen mit der Linie, die ihr (physisches oder geometrisches) Centrum mit dem Centrum der Trennungsfläche verindet, nur sehr kleine Winkel bilden, und es muß gleichzeitig der von Strahlen etroffene Theil der Trennungsfläche nur ein sehr kleiner Theil einer ganzen Kugel sein. Dieses angenommen, werden die an der Trennungsfläche gebrochenen Strahlen wieder ein homocentrisches Bündel bilden, und die Lage seines Centrums kann leicht gefunden werden, wenn man das Centrum des einfallenen Bündels, das Centrum der Trennungsfläche und den relativen Brechungsndex der beiden Substanzen kennt. Der Beweis wird, wie folgt, geführt *).

Sei P das Centrum des einfallenden homocentrischen Lichtbündels, wir denken uns dasselbe hier physisch, d. h. wir denken uns einen Strahlenkegel, der wirklich vom Punkte P ausgeht. C sei der Mittelpunkt der gegen P hin convexen kugelförmigen Trennungsfläche zweier optisch heterogener Medien, und zwar sei der Punkt P in dem weniger stark brechenden Medium (etwa in Luft) gelegen, während die Kugelfläche mit ihrer concaven Seite das stärker brechende Medium (etwa Glas) umschließt; innerhalb des letzteren befindet sich also auch der Punkt C (Fig. 59). A ist der Punkt, wo die Verbindungslinie CP die Trennungsfläche trifft. PM sei nun ein nahe bei dieser Verbindungslinie einfallender Strahl des gedachten Bündels. AM ist alsdann der Durchschnitt der Trennungsfläche mit einer durch CP und den Strahl PM gelegten Meridianebene, die

Fig. 59.

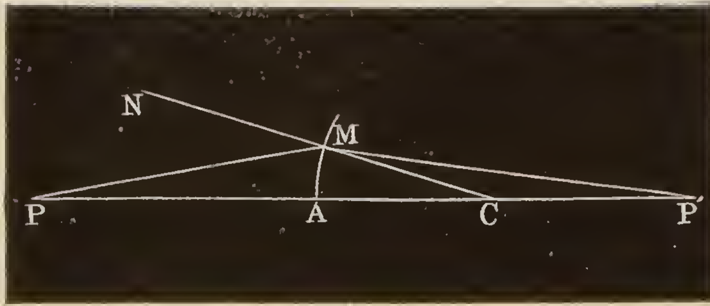


jedenfalls als Ebene der Zeichnung gedacht werden kann. Diese Ebene ist alsdann gleichzeitig für den vorgestellten Strahl PM die Bd. I, Nr. 172 definirte Einfallsebene, denn auf jedem unendlich kleinen, eben gedachten Elemente einer Kugeloberfläche steht der zugehörige Radius senkrecht; die Linie CM ist also die Normale zu dem um den Punkt M herum gelegenen Elemente der Trennungs-

*) Lamé's Lehrbuch der Physik, übersetzt von Schnuse. Bd. II, S. 163

fläche, ist, mit anderen Worten, für den bei M einfallenden Strahl das Einfallsloth. Die Ebene der Zeichnung enthält also das Einfallsloth nebst dem Strahl und ist, wie behauptet, eine Einfallsebene, folglich befindet sich der gebrochene Strahl, der nach dem ersten Grundgesetze der einfachen Brechung in der Einfallsebene verbleiben muß, ebenfalls in der Ebene der Zeichnung, und muß also die Linie PC irgendwo schneiden (allenfalls auch in unendlicher Ferne). Wir werden jetzt zeigen, daß alle Strahlen, die von P ausgehen und nach unserer engeren Annahme nicht weit von PC divergiren, diese Linie in einem und demselben Punkte schneiden. P' sei der Punkt, in welchem der Strahl PM nach seiner Brechung an der Trennungsfläche die Linie PC schneidet, so daß MP' die Richtung des gebrochenen Strahles ist. Wir wollen mit n den relativen Brechungsindex der beiden fraglichen Medien bezeichnen, ferner durch r die Entfernung des geometrischen Mittelpunktes der Trennungsfläche von dieser selbst oder den Halbmesser der Kugel, aus welcher die Trennungsfläche geschnitten ist, diese Größe soll positiv genommen werden, wenn in der Richtung des Ganges der Lichtstrahlen der Mittelpunkt hinter der Trennungsfläche liegt, in unserem Beispiel ist also $r = + AC$. Wir bezeichnen weiterhin durch p die Entfernung des Centrums unseres homocentrischen Lichtbündels von der Trennungsfläche auf der Verbindungslinie PC gemessen und nehmen diese Größe positiv, wenn das Centrum in der Richtung des Ganges der Lichtstrahlen vor der Trennungsfläche gelegen ist, in unserem Beispiel ist demnach $p = + PA$. Wir nennen p' die Entfernung des Punktes P', wo der gerade herausgegriffene Strahl nach seiner Brechung die Linie PC schneidet, entweder selbst oder rückwärts verlängert; die Rechnung ergiebt für diese Größe entweder einen positiven oder negativen Werth; ein positiver Werth ist so zu deuten, daß der Punkt P' hinter die Trennungsfläche (wie in der Zeichnung) fällt, ein negativer Werth bedeutet, daß der Punkt vor der Trennungsfläche liegt. Bedeute noch K die Länge des Bogens AM, sowie J und R beziehlich den Einfalls- und Brechungswinkel. Endlich sollen die vorhin für die betreffenden Punkte gebrauchten Buchstaben P, C, P' im Folgenden diejenigen Winkel bezeichnen, unter denen der Bogen AM von den Punkten aus erscheint, so daß P den Winkel MPA, C den Winkel MCA und P' den Winkel $MP'A$ bedeutet. Zwischen den so bezeichneten Größen finden offenbar folgende Beziehungen statt: $P = J - C$, da J oder der Winkel NMP als Außenwinkel der Summe der beiden inneren gegenüberliegenden im Dreieck PMC gleich ist; $P' = C - R$ nach demselben Satze angewandt auf das Dreieck $CP'M$, der Brechungswinkel R ist nämlich offenbar in der Figur $P'MC$. Ferner ist nach dem Brechungsgesetz (Bd. I, Nr. 172) $\sin J = n . \sin R$. Da der Voraussetzung gemäß die Winkel J und

Fig. 60.



R klein sind, so kann man sie mit ihren Sinus selbst vertauschen *) und annähe- rungsweise setzen $J = nR$. Somit geht die Gleichung $F' = C - R$, wenn man sie mit n multiplicirt und mit der zuletzt geschriebenen combinirt, über in $nP' = nC - J$, und wenn man zu dieser die erste $P = J - C$ addirt, so ergiebt sich $P + nP' = (n-1)C$. Weil der Bogen AM der Voraussetzung nach ein sehr kleiner Theil der ganzen Peripherie ist, kann man ihn mit großer Annäherung ansehen als eine in A zu PC senkrechte Gerade, oder auch als Stück eines Kreises mit dem Radius PA oder $P'A$ beschrieben, und kann folglich für die Winkel P, P' und C substituiren die Quotienten $\frac{K}{p}$, $\frac{K}{p'}$ und $\frac{K}{r}$; dadurch ergiebt sich die Gleichung:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r} \text{ oder } p' = \frac{nrp}{p(n-1) - r};$$

die erste Folgerung aus dieser Gleichung ist aber die an die Spitze unserer Betrachtungen gestellte Behauptung, welche zu beweisen war, daß nämlich das gebrochene Lichtstrahlenbündel ebenfalls homocentrisch ist; denn der Werth von p' ist dadurch, daß die Größe K aus der Gleichung herausdividirt wurde, unabhängig von dem Winkel MPA geworden. Mit anderen Worten: Aus dem ursprünglich gedachten Strahlenbündel kann man jeden beliebigen Strahl herausgreifen, immer wird der zugehörige gebrochene Strahl die Linie PC in demselben Punkte P' schneiden. Immer natürlich unter der Voraussetzung, welche zu der Vereinfachung der Betrachtung führte, daß nämlich der Bogen K ein sehr kleiner Theil der ganzen Peripherie und daß P ein sehr kleiner Winkel ist. Je mehr man von der Erfüllung dieser Bedingungen abweicht, um so unrichtiger wird die als Schluß aufgestellte Behauptung.

Zwei Punkte von der gegenseitigen Beziehung der Punkte P und P' un- 170
seres Beispiels nennt man »conjungirte Brennpunkte«, und zwar nennt man einen solchen »reell«, wenn sich die physischen Strahlen in ihm wirklich schneiden, »virtuell« heißt er dagegen, wenn sich nur die geometrischen Verlängerungen der Strahlen in dem Punkte schneiden. Man nennt auch wohl den einen Punkt das optische Bild des anderen; welchen von beiden Punkten, ob P oder P', man als Object, und welchen man als Bild ansehen will, ist gleichgültig. In der obigen Ausführung sahen wir P als Object an, oder dachten uns physisch, die Strahlen seien von P ausgegangen und liefen nach der Brechung in P' zusammen; aber es ist offenbar, daß, wenn wir P' als ursprünglichen physischen Ausgangspunkt der Strahlen — als Object — gedacht

*) Der numerische Werth eines Winkels ist bekanntlich das Verhältniß der Bogenlänge, die er umspannt, zu dem Halbmesser des Kreises. Der numerische Werth seines Sinus ist das Verhältniß des von einem Ende des Bogens auf den anderen Schenkel gefällten Perpendikels zu demselben Halbmesser. Ist der Winkel klein, so ist das Perpendikel dem Bogen selbst fast gleich und die beiden definirten Verhältnisse weichen nicht merklich von einander ab.

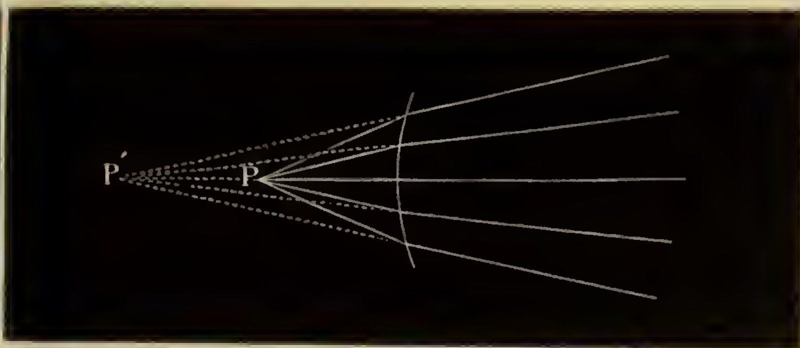
hätten, es sich gezeigt hätte, daß die Strahlen nach dem Uebergang in da
schwächer brechende Medium in P zusammengelaufen wären, denn jeder einzeln
Strahl hätte nach dem Gesetze der Reciprocität denselben Weg in umgekehrte
Richtung machen müssen, den wir ihn oben machen sahen.

171 Discutiren wir das Resultat der vorhin angestellten Rechnungen noch etwa weiter, so kommen wir zu Sätzen, die den Bd. I, Nr. 186 u. f. (4te Aufl.) übe Linsengläser aufgestellten ganz analog sind. Betrachten wir zuerst den Fall, daß de Objectpunkt P in unendliche Ferne rückt, d. h. daß das einfallende Strahlen bündel aus parallelen Strahlen besteht, dann haben wir in der Gleichung de Größe p einen unendlichen Werth beizulegen. Dadurch wird $p' = \frac{n\,r}{n-1}$, d. h parallele einfallende Strahlen laufen nach der Brechung in einem Punkte zu sammen, der ein »Hauptbrennpunkt« der Trennungsfläche genannt wird un dessen Entfernung von derselben, »die Hauptbrennweite«, $\frac{n\,r}{n-1}$ beträgt. Fra gen wir uns umgekehrt, wie weit vor der Trennungsfläche würden sich Strahlen durchschneiden, die von hinten (aus dem stärker brechenden Medium) paralle herkämen, oder fragen wir uns, was auf dasselbe herauskommt, von einem wi weit vor der Trennungsfläche gelegenen Punkte müßten Strahlen ausgehen, di nach der Brechung im zweiten Mittel parallel weitergehen sollen, so fragen wi nach dem »anderen Hauptbrennpunkte« der Trennungsfläche; seine Entfer nung von derselben oder die »andere Hauptbrennweite« wird, wie man sieht gefunden, wenn man in die Grundgleichung für p' den Werth ∞ einsetzt un p bestimmt. Man findet aber so $p = \frac{r}{n-1}$. Es ist beachtenswerth, daß die beiden Hauptbrennpunkte — wir wollen im Anschluß an eine später noch zu gebrauchende Nomenclatur den zuletzt bestimmten den ersten nennen — nicht gleich weit von der Trennungsfläche abstehen, vielmehr liegt ihr der erste $n$mal näher als der zweite. Die Entfernungen der beiden Hauptbrennpunkte vom Scheitel der Trennungsfläche, die Hauptbrennweiten mögen durch f und f' bezeichnet werden und die Fundamentalgleichung schreibt sich dann noch:
$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{n}{f'}$ oder durch Elimination von n wie folgt: $(p - f)$ $(p' - f') = ff'$. Anders stellte sich die Sache bei einer beiderseits von Luft umgebenen Glaslinse heraus, denn bei einer solchen vereinigten sich parallele Strahlen in gleicher Entfernung von ihrem Mittelpunkte, mögen sie von der einen oder von der anderen Seite kommen.

Aus derselben einfachen Formel läßt sich fernerhin leicht ableiten, in welchen Fällen das Bild reell, in welchen virtuell wird. Am bequemsten übersieht sich das Ganze, wenn man einzelne Gruppen von Fällen gesondert behandelt. Wir bleiben zunächst noch bei der in der obigen Auseinandersetzung zu Grunde gelegten Anordnung stehen, wo die concave Seite der Trennungsfläche das stärker brechende Medium umschließt. Wir sahen schon soeben: wenn die

ıs dem schwächer brechenden Medium kommenden Strahlen parallel waren, so reinigen sie sich nach der Brechung im zweiten Hauptbrennpunkte, d. h. in der ntfernung $\frac{nr}{n-1}$ hinter der Trennungsfläche. Läßt man sie jetzt von einem unkte kommen, der zwar nicht mehr in unendlicher Ferne, aber doch noch immer eiter vor der Trennungsfläche liegt, als der erste Hauptbrennpunkt, d. h. nimmt an $p < \infty$ aber $> \frac{r}{n-1}$, so zeigt die Formel, der man am bequemsten e Fassung $p' = \frac{nr}{(n-1) - \frac{r}{p}}$ giebt: die Vereinigungsweite wird größer als ie Hauptbrennweite, weil der Nenner des sie messenden Bruches wegen des rößeren Subtrahenden kleiner wird, und zwar um so größer, je mehr p abimmt. Ist p der ersten Hauptbrennweite $\frac{r}{n-1}$ gleich geworden, so wird der enner des Bruches gleich Null, folglich sein Werth ∞. D. h., wie wir schon ben sahen, Strahlen, die vom ersten Hauptbrennpunkte ausgehen, vereinigen ch im zweiten Mittel in unendlicher Ferne, oder gehen in demselben parallel eiter. Wird ferner $p < \frac{r}{n-1}$, d. h. gehen die Strahlen von einem Punkte us, der der Trennungsfläche noch näher liegt, als der erste Hauptbrennpunkt, wird $\frac{r}{p} > (n-1)$ und der Bruch p' bekommt also ein negatives Vorzeichen, er absolute Werth dieser negativen Größe wird offenbar um so kleiner, je kleier p wird. Eine negative Vereinigungsweite heißt aber nach der obigen Uebereinkunft nichts Anderes, als daß die gebrochenen Strahlen sich gar nicht wirklich ereinigen, sondern daß sich nur die geometrischen Verlängerungen der Strahlen ückwärts über die Trennungsfläche hinaus gezogen in einem Punkte schneiden. Eine negative Vereinigungsweite bedeutet mit anderen Worten ein virtuelles Bild auf derselben Seite der Trennungsfläche gelegen, von der die Strahlen erkommen. Fig. 61 führt einen solchen Fall vor. Die ausgezogenen Linien sind die wirklichen Strahlen, die vom Punkte P' ausgehen, die punktirten Linien sind die Verlängerungen der gebrochenen Strahlen, die sich in P' schneiden. Anschaulich wird noch das soeben Bewiesene, wenn man die Wirkung einer Trennungsfläche von der Natur der bisher etrachteten dahin definirt, daß sie die Divergenz der auffallenden Strahlen vermindert oder sie convergiren macht. Bedenkt man nun, daß die Trennungsfläche

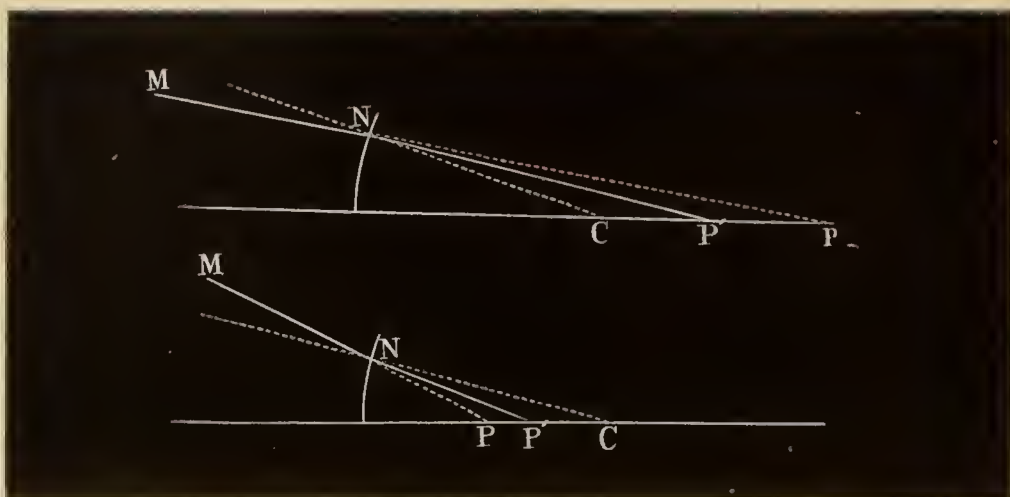
Fig. 61.



ein vom ersten Hauptbrennpunkte aus divergirendes Strahlenbündel bloß bi zum Parallelismus bringen kann, so ist klar, daß sie die Divergenz eines vo einem noch näher gelegenen Punkte kommenden, also noch stärker divergirende Bündels noch nicht einmal bis zum Parallelismus vermindern kann. In eine solchen Falle wird also das Bündel noch divergent austreten, d. h. es werde sich bloß die rückwärts verlängerten Strahlen in einem Punkte schneiden.

Fallen die Strahlen schon convergent auf die gedachte Trennungsfläche, s wird ihre Convergenz durch die Brechung nicht immer noch größer, sie vereinige sich zwar immer reell in einem hinter der Trennungsfläche liegenden Punkt der ihr aber zuweilen ferner liegt als der virtuelle Vereinigungspunkt, den si ursprünglich hatten, d. h. das zu dem virtuellen Objecte gehörige Bild ist zwa allemal reell, liegt aber der Trennungsfläche bald näher bald ferner als das Object je nachdem letzteres ferner oder näher als das Centrum der Fläche liegt. Ei Blick auf die Fig. 62 macht dies anschaulich. Im oben gezeichneten Falle i

Fig. 62.



MN ein beliebiger Strahl eines Bündels, dessen virtueller Vereinigungspunk P hinter dem Centrum C liegt. Er schneidet, weil er durch die Brechung den Einfallslothe CN genähert wird, nach derselben die übrigen Strahlen und folg lich die Linie CP in P' vor P. Im unten gezeichneten Falle ist MN ei Strahl eines convergenten Bündels, dessen virtueller Vereinigungspunkt P vo C gelegen ist. Weil er abermals durch die Brechung dem Einfallslothe CN genähert wird, schneidet er diesmal die Linie CP (und die übrigen Strahlen in P' hinter P. In dem Gränzfalle, wo $p = r$ ist, fällt der virtuelle Ver einigungspunkt des einfallenden Bündels und der reelle des gebrochenen i einen Punkt, nämlich den Mittelpunkt selbst zusammen, weil in diesem Fall alle Strahlen, die Fläche senkrecht treffend, nach der Brechung ihren Weg gerad fortsetzen. Daß sich diese Resultate auch durch Rechnung aus der Formel her leiten lassen, versteht sich von selbst.

172 Wir gehen zu der zweiten möglichen Anordnung einer brechenden Vorrich tung aus zwei Mitteln über, wo das schwächer brechende Mittel von der concaven Seite der Kugelfläche begränzt wird. Die Gleichung, nach welcher alle durch eine solche Anordnung hervorgebrachten Brechungen zu beurtheilen sind, kann

ıs der zuerst entwickelten leicht abgeleitet werden. Wir waren oben von der rgliederung des Vorganges ausgegangen, bei welchem ein Strahl physisch rtschreitend die convexe Seite der Trennungsfläche trifft, so daß das Centrum rselben im zweiten Mittel enthalten ist; dabei wurde der Halbmesser der äche als positive Größe in Rechnung gebracht. Ferner wurde der Abstand s Objectes von der Trennungsfläche positiv gedacht, wenn es (reell) vor — im sten Mittel —, negativ, wenn es (virtuell) hinter der Trennungsfläche gelegen ar, und es wurde endlich das Vorzeichen der berechneten Vereinigungsweite gedeutet, daß für ein + Zeichen der Vereinigungspunkt oder das Bild reell ı zweiten Mittel gelegen sei, während ein — Zeichen ein virtuelles Bild im sten Mittel bedeutet. Diese sämmtlichen Vereinbarungen können für den jetzi- n Fall bestehen bleiben, denn man kann sich auch hier zuerst vorstellen, daß e Strahlen so fortschreiten, daß sie auf die convexe Seite der Fläche treffen, ır muß man sie dann aus dem dichteren Mittel, aus dem Glase (wenn wir die enennungen der beiden Mittel beibehalten) kommend denken, während sie oben ıs der Luft in das Glas übergehend gedacht wurden. Durch diese Umkehrung r Reihenfolge der Mittel wird aber nichts an der Formel geändert, als daß r den Brechungsindex n sein reciproker Werth $\frac{1}{n}$ zu setzen ist; denn wenn im Uebergange des Lichtes aus Luft in Glas der Sinus des Einfallswinkels ırch n zu dividiren ist, um den Sinus des Brechungswinkels zu geben, so uß umgekehrt beim Uebergange aus Glas in Luft der Sinus des Einfallswin- ıls durch $\frac{1}{n}$ dividirt werden, damit sich der Sinus des Brechungswinkels er- be. Die Gleichung für alle möglichen Brechungen an einer Glasmasse, die von ner concaven Kugelfläche begränzt ist, stellt sich demnach so heraus:

$$\frac{1}{p} + \frac{\frac{1}{n}}{p'} = \frac{\frac{1}{n} - 1}{r} \text{ oder } \frac{n}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1-n}{r'}.$$

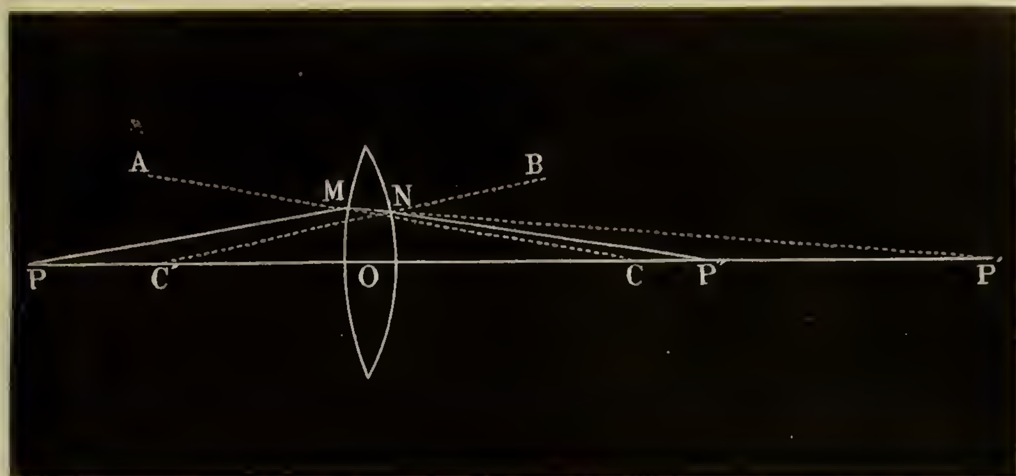
a wir nun wissen, daß $n > 1$ ist, so steht auf der rechten Seite des Gleich- itszeichens eine in allen Fällen negative Größe. Man sieht also, daß bei der genwärtigen Anordnung für ein positives p stets $\frac{1}{p'}$ und folglich auch p' ne- ıtiv ausfallen muß, sowie daß umgekehrt für ein positives p' allemal $\frac{n}{p}$, also ıch p negativ ist. Wir ziehen hieraus den Schluß: Eine concav begränzte lasmasse liefert für ein reelles Object, mag dasselbe im dünneren oder dichteren Nedium liegen, immer ein virtuelles Bild in demselben Medium. Nur wenn negativ ist und so klein, daß $\frac{n}{p}$ die Größe $\frac{1-n}{r}$ an absolutem Werthe über- ifft, wird p' positiv. Ebenso stellt die Rechnung ein positives p heraus, wenn ′ negativ und so klein ist, daß $\frac{1}{p'}$ die Größe $\frac{1-n}{r}$ an absolutem Werthe

übertrifft. D. h. eine reelle Vereinigung der gebrochenen Strahlen kommt nur dann zu Stande, wenn die einfallenden schon convergent waren, und zwar bestimmter, wenn sie auf einen virtuellen Vereinigungspunkt zielten, der näher an der Trennungsfläche liegen muß als $\frac{nr}{n-1}$, wofern er im dünneren Mittel befindlich ist, d. h. wofern die Strahlen aus dem dichteren kommen, oder als $\frac{r}{n-1}$, wofern er im dichteren gelegen ist, d. h. die Strahlen aus dem dünneren kommen. Diese beiden Entfernungen selbst heißen wiederum die »Hauptbrennweiten«, und die ihnen entsprechenden Punkte die (virtuellen) Hauptbrennpunkte. Sie können auch noch so definirt werden: Fallen parallele Strahlen auf die Trennungsfläche, so treten sie divergent in das zweite Mittel über, und zwar so, als ob sie von einem der Hauptbrennpunkte kämen. Gehen namentlich die parallelen Strahlen aus Glas in Luft, so divergiren sie von einem Punkte aus, der im Glase um die Größe $\frac{r}{n-1}$ von der brechenden Fläche absteht. Treten sie aus der Luft ins Glas, so divergiren sie von einem in der Luft gelegenen Punkte, der um $\frac{nr}{n-1}$ von der Trennungsfläche absteht. Für den ersten Fall hat man nämlich $p = \infty$, also $\frac{1}{p'} = \frac{1-n}{r}$ oder $p' = \frac{r}{1-n} = -\frac{r}{n-1}$; für den anderen ist $p' = \infty$ zu setzen, also $\frac{n}{p} = \frac{1-n}{r}$ oder $p = \frac{nr}{1-n} = -\frac{nr}{n-1}$. Wenn nun auch im Allgemeinen eine brechende Anordnung, wie die zuletzt erörterte, die Divergenz eines Strahlenbündels vermehrt oder seine Convergenz vermindert, so kommt doch auch hier ähnlich, wie S. 226, ein Ausnahmefall vor. Wenn nämlich vom Glase aus auf die convexe Seite der Trennungsfläche ein convergentes Bündel fällt, dessen virtueller Vereinigungspunkt im zweiten Mittel (in der Luft) näher an der Fläche liegt als ihr eigenes Centrum, so wird seine Convergenz durch die Brechung vermehrt und reciproce die Divergenz eines Bündels vermindert, das von einem so nahe an der Trennungsfläche gelegenen Punkte in der Luft ausgeht. Der Beweis kann dem oben S. 226 gegebenen ganz analog geführt werden.

173 Wir wollen jetzt auch noch auf diesem Wege die Formel ableiten, nach der die Vereinigungsweiten für eine sogenannte Linse berechnet werden. Man versteht unter Linse ein von zwei Kegelsegmenten begränztes, sehr dünnes Stück einer durchsichtigen Substanz rings umgeben von einem anderen durchsichtigen Stoffe, dessen Brechungsindex einen anderen (meist kleineren) Werth hat. Wir wollen uns vor der Hand eine beiderseits convexe Linse vorstellen, wir haben es dann bloß mit zweimaliger Anwendung der zuerst oben abgeleiteten Formel zu thun. Sei in der Figur 63 O der Schwerpunkt der Linse, von dem aus wir alle Entfernungen auf der Linie $C'C$, welche die geometrischen Mittelpunkte

r beiden Gränzflächen verbindet und die gewöhnlich Axe genannt wird, messen rden, da wir ja die Dicke der Linse der Definition gemäß vernachlässigen.

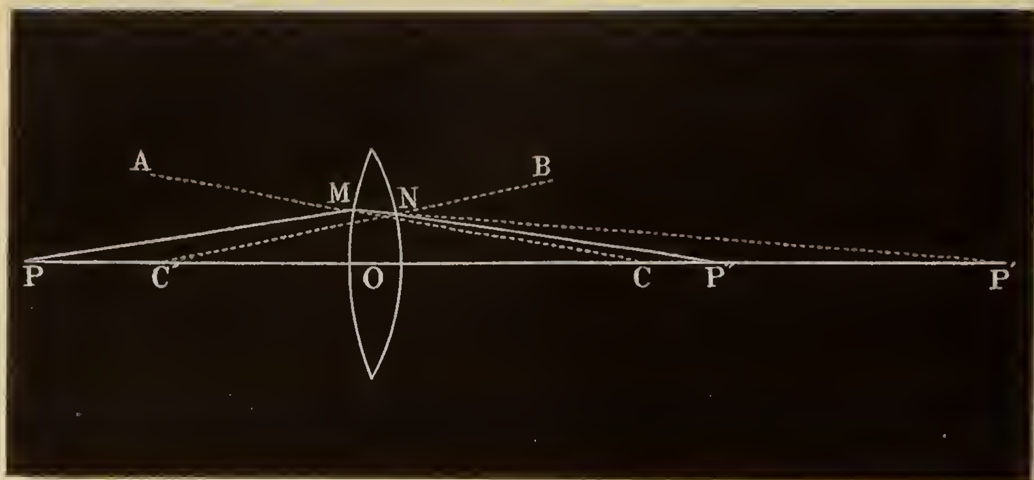
Fig. 63.



ei ferner PM ein Strahl eines von P ausgehenden homocentrischen Strahlen- ndels. Ist wieder n der für den Uebergang des Lichtes aus Luft in Glas gültige rechungsindex, so würde die Entfernung $OP' = p'$, in welcher der Strahl nach r ersten Brechung bei M die Axe schneiden würde, wenn keine fernere Bre- ung vorkäme, aus der Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r}$ gefunden werden, wo noch $= OC$ zu nehmen ist. In der Wirklichkeit wird nun aber der Strahl MP' i N von Neuem abgelenkt, und zwar abermals durch Brechung an einer Ku- lfläche, welche ihre convexe Seite dem schwächer brechenden Medium zukehrt. Um so den Vereinigungspunkt P'' des Strahlenbündels nach der zweiten Brechung ermitteln, muß man dieselbe Formel noch einmal anwenden, indem man nur i die Stelle von p' mit negativem Vorzeichen den Werth einsetzt, welcher sich is der ersten Anwendung für P' ergeben hat. Man hat es nämlich bei der rechung an der zweiten Fläche zu thun mit einem homocentrischen Strahlen- indel (in unserem Beispiel ist P' sein für diese Betrachtung virtuelles Centrum), as aus dem dichteren Mittel in das dünnere übergeht. Wir bezeichneten aber e Entfernung der Con-, respective Divergenzpunkte der Strahlen, so lange sie ch im dichteren Medium bewegen, in unserer Fundamentalformel mit p', wäh- nd p die Entfernung des Con- oder Divergenzpunktes der entsprechenden trahlenrichtungen hieß, während dieselben sich im dünneren Medium bewegen. s muß also der aus der ersten Rechnung gefundene Werth von p' in die zweite echnung wiederum für p' eingesetzt werden, denn der Punkt P' ist Convergenz- unkt für die Richtungen der Strahlen, so lange sie im dichteren Medium, im meren der Linse, begriffen sind. Daß aber ein negatives Vorzeichen vor diesen Berth gesetzt werden muß, ergiebt sich, wenn man Folgendes bedenkt: Hätte die ste Rechnung (wie unsere Zeichnung beispielsweise voraussetzt) einen positiven Berth für p' ergeben, so wäre der Vereinigungspunkt des neuentstandenen Strahlenbündels vom Gesichtspunkte der zweiten Brechung betrachtet ein vir- ueller, d. h. er läge im dünneren Mittel für die Richtungen der Strahlen,

die im dichteren sich fortpflanzen; es müßte also die gefundene positive Größ als negative von demselben absoluten Werthe in die Rechnung eingehen. Hätt umgekehrt die erste Rechnung für p' einen negativen Werth ergeben, so läge de Vereinigungspunkt der Richtungen, welche die Strahlen in der Linse haben, au der concaven Seite der zweiten brechenden Fläche (links von derselben), es müßt folglich für die über die zweite Brechung angestellte Rechnung ein positives p angenommen werden. Diesen beiden Anforderungen genügt man gleichzeiti durch ein negatives Vorzeichen vor dem aus der ersten Rechnung hervorgehende Werthe von p'; es sei nun r' die Entfernung des Mittelpunktes der zweite

Fig. 64.



brechenden Fläche von O, d. h. die Linie $C'O$; es sei ferner p_1 (um es vo dem ersten p zu unterscheiden) die Entfernung desjenigen Punktes vom Linsen mittelpunkt O, in welchem sich die Strahlenrichtungen nach der zweiten Brechun vereinigen, so muß, wie soeben gezeigt wurde, $\frac{1}{p_1} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{r'}$ sein, wen in diese Formel an die Stelle von p' der negative Werth von p' aus der erste Formel gesetzt wird, d. h. wenn man $p' = -\frac{n\,r\,p}{p\,(n-1) - r}$ macht, d. h $\frac{1}{p_1} + \frac{n}{-\frac{n\,r\,p}{p\,(n-1)-r}} = \frac{n-1}{r'}$. Die Umformung dieser Gleichung er giebt $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$. Dies ist zugleich die Beziehung, zwischen p und p' in der einfachsten Form, d. h. welche statt hat zwischen der Entfernung des ursprünglichen Centrum eines Lichtbündels und dem Centrum desselbe Lichtbündels, nachdem es die beiden Brechungen an den Flächen einer Lins erlitten hat. Man kann nach dieser Beziehung leicht p_1 berechnen, wenn p gegeben ist. Der soeben abgeleiteten Gleichung giebt man gewöhnlich eine andere Form, die noch eine neue Eigenthümlichkeit sehen läßt. Die Größe rechte Hand vom Gleichheitszeichen $\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$ ist offenbar für ein und dieselbe Linse eine Constante, die also ein- für allemal berechnet werden kann.

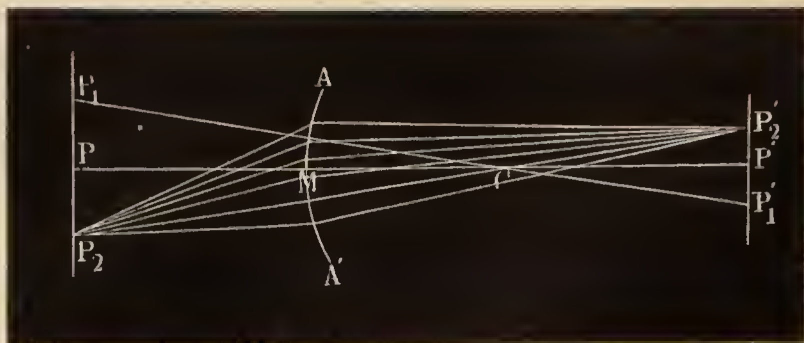
r wollen ihren reciproken Werth durch f bezeichnen, so daß man hat $+ \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$. Die Größe f hat nun noch eine physische Bedeutung, sie die Vereinigungsweite eines parallelen Strahlenbündels; denn setzt man $= \infty$, so hat man $\frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$ oder $p_1 = f$.

Auf die Gleichung, die hier entwickelt wurde für eine biconvexe Linse, lassen alle anderen Linsengattungen sofort zurückführen. Man wird sogleich zu- ɔen, je mehr sich eine der Linsenflächen, z. B. die erste der Ebene nähert, je ößer also der Halbmesser dieser Fläche wird, desto kleiner wird der reciproke erth $\frac{1}{r}$ des Halbmessers, er wird in der That Null, wenn die Fläche wirklich e Ebene ist; die Gleichung für die Brechungen durch eine planconvexe Linse also $\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = \frac{n-1}{r'}$. Wird die Vorderfläche der Linse noch mehr in selbe hineingedrückt, so muß auch entsprechend der reciproke Werth des Halb- ssers unter Null abnehmen, d. h. negativ werden; mit anderen Worten, wenn e der Linsenflächen concav wird, so muß der zugehörige Halbmesser als nega- e Größe in die Rechnung gebracht werden, für eine concav-convexe Linse hat ın demnach die Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = -\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$. Sind beide ächen concav, so sind beide Halbmesser mit negativen Vorzeichen zu versehen, und ın hat für eine biconcave Linse die Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = -\frac{n-1}{r} - \frac{n-1}{r'}$. a in der letzten Gleichung der Ausdruck rechter Hand allemal negativ ist, die soluten Werthe von r, r' und n mögen sein, welche sie wollen, so ist für ɔen beliebigen positiven Werth von p die Größe p_1 oder die Vereinigungs- ite stets negativ, d. h. in physischer Deutung: eine biconcave Linse liefert n einem reellen Objecte allemal ein virtuelles auf der Seite des Objectes ge- genes Bild. Anders ist es bei Linsen mit einer concaven und einer convexen läche. Es ist übrigens begreiflicherweise gleichgültig, ob die concave Fläche, ie oben, als die erste oder als die zweite angesehen wird, d. h. ob r ɔer r' als negative Größe auftritt, da in der Formel r und r' auf ganz eiche Weise eingehen und folglich mit einander vertauscht werden dürfen. ei einer solchen Linse kann $-\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{r'}$ sowohl positiv als negativ erden, je nachdem r oder r' größer ist. Im ersten Falle gehört die Linse zu den sammellinsen (Bd. I, S. 414, 4. Aufl.), denn es kann unter Umständen ein reelles ild eines reellen Objectes dadurch erzeugt werden, und es werden namentlich ırallele Strahlenbündel in einem Punkte hinter der Linse wirklich vereinigt, im veiten Falle, wo der positiv zu nehmende Halbmesser größer als der andere, wo $' > r$ ist, gehört die Linse zu den Zerstreuungslinsen. 174

Bisher wurde immer nur gesprochen von dem optischen Bilde, welches urch eine brechende Vorrichtung erzeugt wird, von einem leuchtenden Punkte, 175

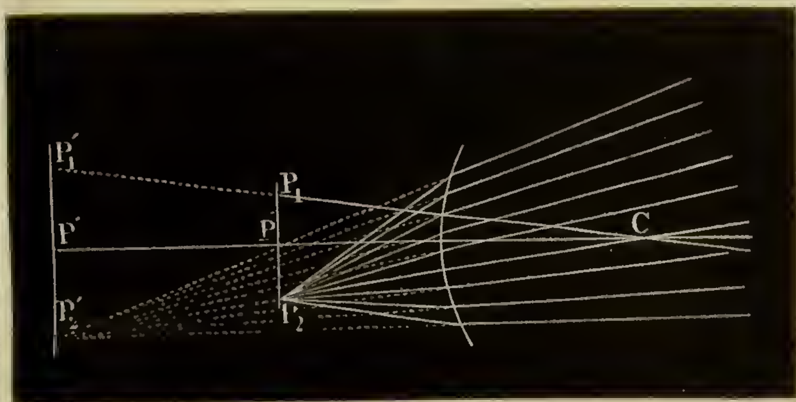
oder von dem Vereinigungspunkte eines einzigen homocentrischen Strahlenbündels; es muß jetzt noch mit zwei Worten erörtert werden, was aus mehreren gleichzeitig einfallenden Strahlenbündeln wird, wenn sie sämmtlich den Bedingungen genügen, die für die Zulässigkeit der ganzen Schlußfolgerungen Eingangs aufgestellt wurden. Sei AA' (Fig. 65) der Durchschnitt einer brechenden Fläche, die ihre Concavität dem dichteren Mittel zukehrt, sei C wieder der Mittelpunkt der Kugel, von welcher sie ein Segment ist, und sei M der mittelste Punkt des Segmentes; auf der verlängerten Linie CM stehe in P eine Ebene senkrecht. Wir nehmen in dieser Ebene einige leuchtende Punkte P selbst P_1 und P_2 an; wenn ihre Entfernung von P gegen PM sehr klein ist, so senden sie offenbar Strahlenbündel aus, deren einzelne Strahlen sämmtlich mit den Linien P_1C und P_2C sehr kleine Winkel machen, deren Einfallswinkel auf der brechenden Fläche demnach auch sehr klein sind. Diese Strahlenbündel können also alle nach den in den vorigen Nummern aufgestellten Gleichungen behandelt werden. Für das von P ausgehende Strahlenbündel wird sich ein Vereinigungspunkt P' auf der Linie PC ergeben, für das von P_1 ausgehende aber ebenso ein auf der Linie P_1C gelegener, etwa P'_1, und zwar wird dieser, da der Voraussetzung gemäß zwischen P_1C und PC nur eine verschwindend kleine Differenz ist, ebenso weit von der Trennungsfläche oder auch von C entfernt liegen, als P'. In ganz gleicher Weise wird sich für das von P_2 ausgehende Strahlenbündel in P'_2 ein Vereinigungspunkt ergeben auf der Linie P_2C, ebenso weit über C hinaus, als P'_1 auf P_1C von C entfernt liegt. Da aber die Winkel P'_2CP' und P_1CP' der Voraussetzung nach nur sehr klein sind und $P_2C = P'_1C = P'C$, so liegen die Punkte P', P'_1 und P'_2 nahezu (mit derselben Annäherung, mit welcher unsere ganzen Raisonnements überhaupt gültig sind) in einer Ebene, welche wie die Ebene PP_1P_2 auf der Linie PC senkrecht steht. Nimmt man in der ursprünglich gedachten Ebene PP_1P_2 nahe um P herum unendlich viele, stetig auf einander folgende, leuchtende Punkte an, so hat man ein Object von endlicher Ausdehnung, und durch wiederholte Anwendung des alten Principes erhält man von diesem Objecte ein ebenso endlich ausgedehntes, in der Ebene $P'_1P'P'_2$ befindliches Bild, das Punkt für Punkt dem Objecte entspricht. Die geometrische Aehnlichkeit von Bild und Object zeigt sich leicht, wenn man die Aehnlichkeit der sämmtlichen Dreieckspaare, wie P'_1CP' und P_1CP, bedenkt, und beachtet, daß allemal zwei solcher Paare, z. B. P'_1CP' und P_1CP einerseits und P'_2CP' und P_2CP, ein gemeinschaftliches Seitenpaar PC und $P'C$ haben. Dieselbe Aehnlichkeit der Dreiecke zeigt, daß sich alle linearen Dimensionen des Bildes (z. B. $P'_1P'_2$)

Fig. 65.



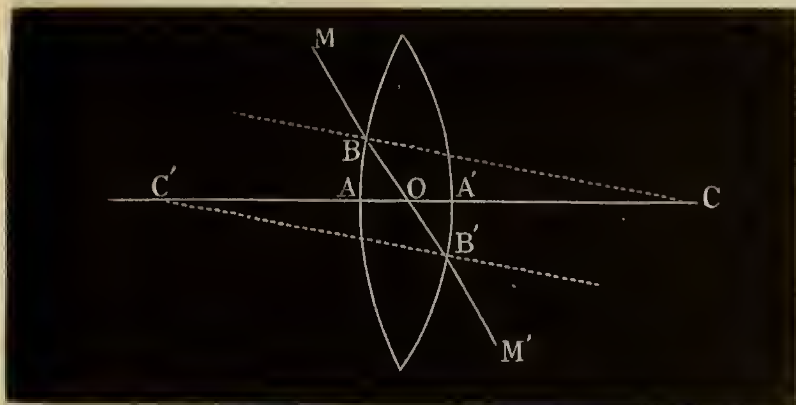
u den entsprechenden linearen Dimensionen des Gegenstandes ($P_1 P_2$) verhalten, wie CP' zu CP, d. h. wie die Entfernung des Bildes vom Mittelpunkt der Trennungsfläche zur Entfernung des Gegenstandes von demselben Punkte. Daß endlich das Bild verkehrt ist, wenn es reell, aufrecht, wenn es virtuell ist, lehrt ein vergleichender Blick auf Fig. 65 und Fig. 66. Eine concave Trennungsfläche bedarf wohl keiner besonderen analogen Erörterung. In beiden Figuren ist der Einfachheit wegen bloß das von P_2 ausgehende Strahlenbündel ausführlich gezeichnet.

Fig. 66.



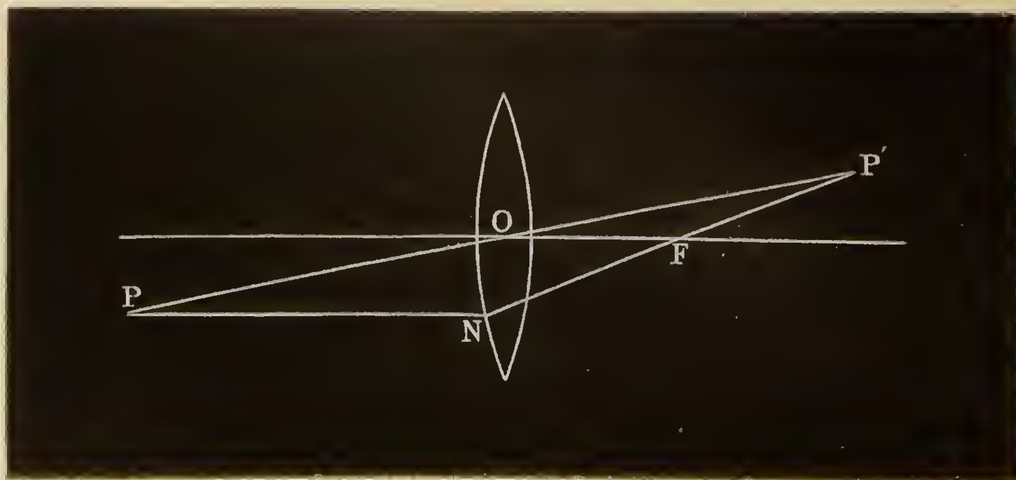
Was die Entstehung eines Bildes von einem aus mehreren Punkten zusammengesetzten Objecte bei einer Linse betrifft, so ist darüber Folgendes noch hinzuzufügen. Bei der Ableitung der Formel war der strahlenaussendende Punkt in der Axe der Linse angenommen. Wenn nun ein ebenes zu dieser Axe senkrechtes Object die Strahlenbündel liefert, so kommen nothwendig auch Strahlenbündel vor, deren Centra nicht in der Axe gelegen sind, aber es werden immer natürlich nur solche berücksichtigt werden dürfen, deren Centra von der Axe wenig entfernt sind im Vergleich mit der Entfernung derselben von der Linse. Um diese seitlichen Strahlenbündel gehörig discutiren zu können, müssen wir noch einen bemerkenswerthen Punkt der Linse ins Auge fassen, den man gemeiniglich den optischen Mittelpunkt nennt. Jeder Strahl, der auf seinem Wege durch die Linse durch diesen Punkt geht, hat vor seinem Eintritte und nach seinem Austritte parallele Richtungen. Die Existenz eines solchen Punktes zeigt sich so: Man ziehe durch die beiden Mittelpunkte CC' (Fig. 67) der beiden Linsenflächen zwei beliebige parallele Linien CB und $C'B'$, man verbinde B mit B' durch eine gerade Linie; ihr Durchschnitt O mit der Linsenaxe CC' ist der gesuchte optische Mittelpunkt. Daß nämlich erstens für den einzelnen Strahl BB' der eintretende MB und der austretende $B'M'$ parallel sind, ist ohne Weiteres ersichtlich, da bei beiden Brechungen die Einfallslothe CB und $C'B'$ parallel sind; daß aber auch zweitens die Wahl jeder beliebigen anderen Rich- 176

Fig. 67.



tung der ursprünglich gezogenen Parallelen CB und $C'B'$ auf denselben Punkt O geführt haben würde, zeigt sich, wenn man die Lage von O auf der Axe für den gewählten individuellen Fall bestimmt und beachtet, daß dieselbe unabhängig von der Richtung CB wird. Man hat nämlich wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke CBO und $C'B'O$ $CO:C'O = CB:C'B'$ oder wegen $\triangle CBA \sim C'A'B' = CA:C'A'$, folglich $CA - CO:C'A' - C'O = CA:C'A'$ oder $AO:OA' = r:r'$. Hierdurch ist die Lage von O unabhängig von der Richtung des Strahles einzig durch die Halbmesser der Linsenflächen bestimmt. Da aber in diesen sämmtlichen Untersuchungen die Dicke der Linsen für verschwindend klein gilt, kann man dem soeben bestimmten optischen Mittelpunkte die Eigenschaft beilegen, daß ein auf ihn zielender Strahl ungebrochen durchgeht — in der Wirklichkeit wird er um ein verschwindend Kleines parallel mit sich verschoben. Auf der Linie, welche vom Objectpunkte aus durch den optischen Mittelpunkt gezogen wird, muß also jedenfalls der Bildpunkt liegen, wofern ein solcher überall vorhanden ist. Daran kann aber nach den zuerst (Nr. 169) bewiesenen Sätzen nicht gezweifelt werden. Es bleibt nämlich nach der ersten Brechung das einfallende homocentrische Bündel homocentrisch und fällt als solches auf die zweite Trennungsfläche der Linse, und zwar immer noch, so daß alle Einfallswinkel klein sind, es wird also auch noch nach der zweiten Brechung ein homocentrisches Lichtbündel austreten. Somit wird auch von einem nicht in der Axe gelegenen Punkte, wofern er nur nicht sehr weit davon absteht, durch die Linse allemal ein Bild erzeugt, und zwar wissen wir nach dem soeben Bewiesenen schon einen geometrischen Ort für dasselbe. Um nun den bestimmten Punkt des Bildes auf der durch den optischen Mittelpunkt gezogenen Geraden — auf dem »Hauptstrahl« — zu finden, brauchen wir nur noch einen anderen Strahl des Bündels zu verfolgen, denn sein Durchschnitt mit ersterem muß nothwendig der Bildpunkt sein, da es von anderer Seite gewiß ist, daß alle Strahlenrichtungen sich in einem Punkte schneiden. Wir wählen zu diesem Ende denjenigen aus, der zur Axe parallel einfällt; wir wissen, daß alle zur Axe parallel einfallenden Strahlen im Hauptbrennpunkte f zusammenlaufen (Fig. 68), folglich muß auch der von P ausgehende Strahl PN durch diesen Punkt gehen, und dadurch ist seine Richtung nach der Brechung vollständig be-

Fig. 68.



immt, somit auch sein Durchschnittspunkt P' mit dem Hauptstrahl. Die Entfernung OP' läßt sich aber auch algebraisch leicht durch die Entfernung OP usdrücken, denn man hat in den ähnlichen Dreiecken $P'OF$ und $P'PN$

$$PN : OF = PP' : OP',$$

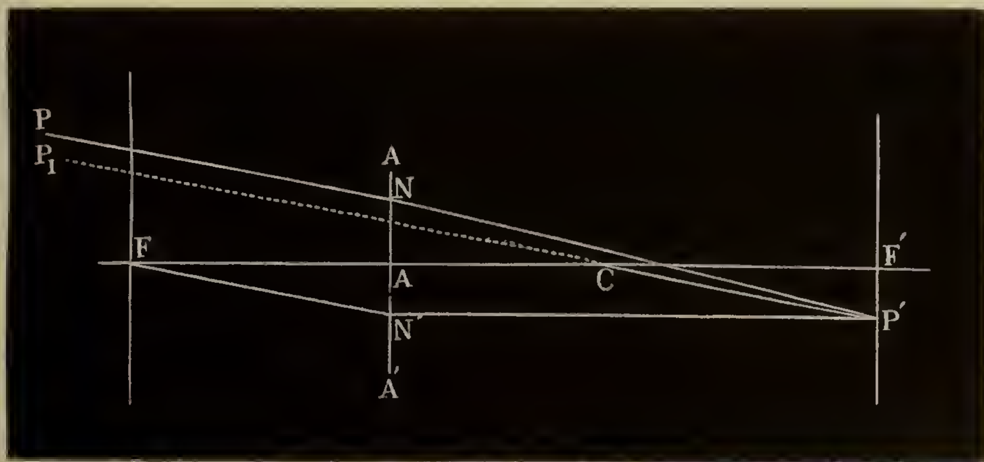
der da wegen des geringen Winkelabstandes zwischen PO und der Axe PN eradezu gleich p gesetzt werden kann, wenn p die Entfernung des Objectes von er Linse bedeutet:

$$p : f = p + p' : p';$$

n dieser Gleichung ist außerdem die Hauptbrennweite (OF) der Linse f genannt, und die zu suchende Entfernung des Bildes von der Linse mit p' bezeichnet. Man kann schließlich noch die Gleichung umformen in $pp' = fp + fp'$ oder $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$. In dieser Form zeigt aber die Gleichung, daß conjungirte Brennpunkte zum optischen Mittelpunkte in derselben räumlichen Beziehung tehen, wenn das Object nicht in der Axe gelegen ist, als wenn es darin liegt. Es ist somit erwiesen, daß eine Linse ein in einer zur Axe senkrechten Ebene egriffenes Bild entwirft von einem endlich ausgedehnten Gegenstande, der ebenalls in einer zur Axe senkrechten Ebene begriffen ist, und dessen Dimensionen egen seinen Abstand von der Linse verschwindend klein sind. Die weitere Disussion dieser Bilder, namentlich die Untersuchung, wann sie reell, wann virtuell ind, kann hier füglich unterbleiben, da über diesen Gegenstand Bd. I., Cap. 2 des fünften Abschnittes, das Nöthige ausgeführt ist.

Es soll jetzt nur noch eine allgemein anwendbare geometrische Construction 177
usdrücklich beschrieben werden, vermittelst deren man bei einer beliebigen brechenden Fläche oder Linse die Lage des gebrochenen Strahles bestimmen kann, wenn die Lage des einfallenden gegeben ist. Sei in Fig. 69 AA' eine Tangential-

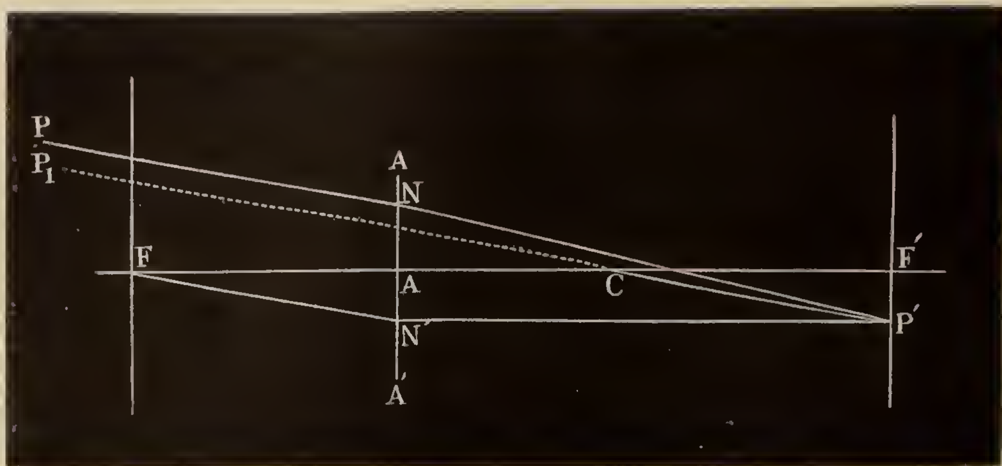
Fig. 69.



bene an den Scheitel der brechenden Fläche gelegt, die, weil letztere ein sehr leines Kugelsegment sein muß, mit ihr geradezu vertauscht werden darf, wenn s sich um Entfernungen davon handelt; FF' sei eine dazu im Scheitel senkechte Linie und seien noch F und F' die beiden Hauptbrennpunkte der Fläche, n welchen zu FF' senkrechte Ebenen aufgestellt sein mögen (sie sind in der

Figur durch gerade Linien angedeutet). Sei nun PN ein einfallender Strahl, dessen Richtung nicht nothwendig in der Ebene der Zeichnung enthalten gedacht zu werden braucht. Um die Richtung desselben Strahles nach der Brechung zu

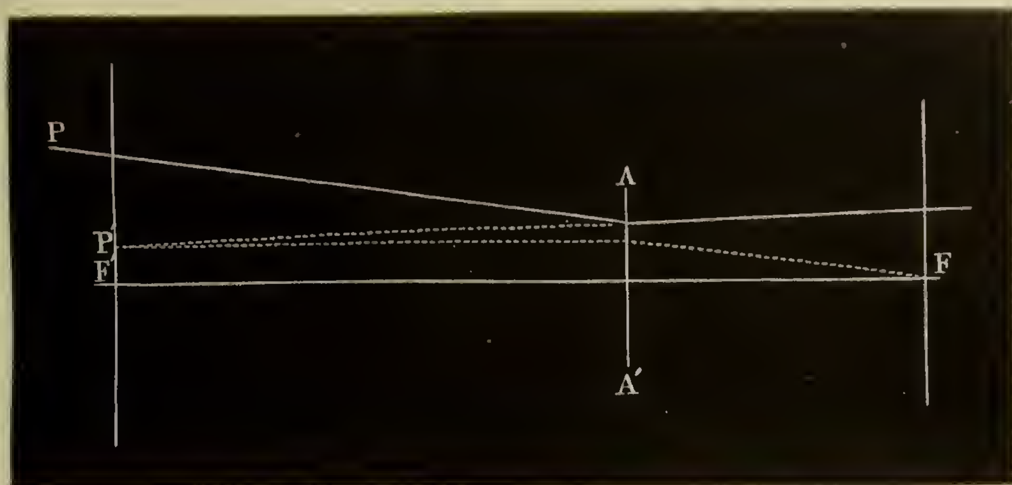
Fig. 70.



finden, braucht man nur durch F eine Parallele zu PN zu legen, von dem Punkte, wo diese die brechende Fläche oder die derselben substituirte Ebene AA' schneidet, eine Parallele zu FF' zu ziehen, und endlich den Durchschnittspunkt der letzteren P' mit der hinteren Hauptbrennebene mit N zu verbinden. NP' ist die Richtung des gebrochenen Strahles; denn wären PN und FN' zwei Strahlen eines parallelen Bündels, so würde P' sein Vereinigungspunkt sein, also muß der Strahl PN nach der Brechung jedenfalls durch den Punkt P' gehen. Durch Einführung eines anderen Hülfspunktes, des Mittelpunktes der Fläche, C, kann die Auffindung des Punktes P', wo der gebrochene Strahl die hintere Hauptbrennebene berührt, noch vereinfacht werden. Man braucht nämlich bloß durch C eine Parallele zu PM zu legen, ihr Durchschnittspunkt mit der Ebene F' ist wiederum P' der gesuchte Punkt; denn denkt man sich wiederum ein aus lauter zu PN parallelen Strahlen bestehendes einfallendes Bündel, so muß wiederum sein Vereinigungspunkt in der Ebene F' liegen; es muß aber zweitens der Strahl $P_1 C$ desselben, der auf den Mittelpunkt zielt, seine Richtung beibehalten, weil er senkrecht auf die brechende Fläche fällt, und nach P' weiter gehen, folglich muß wieder P' der Vereinigungspunkt des gedachten Bündels sein und der Strahl PN nach der Brechung nothwendig durch P' gehen. Der Strahl eines Bündels, welcher durch den Mittelpunkt C geht, mag der Richtungsstrahl heißen. Es mag noch an dieser Stelle bemerkt sein, daß C eben so weit vor F' liegt, als F vor A; denn wenn man die früheren Bezeichnungsweisen beibehält, so hat man $FA = \frac{r}{n-1}$, $CA = r$ und $AF' = \frac{nr}{n-1}$; es ist aber in der That CF' oder $F'A - CA$, oder $\frac{nr}{n-1} - r = \frac{r}{n-1} = FA$. Wäre die brechende Fläche eine concave gewesen, so wäre die Regel der Construction genau dieselbe geblieben, nur hat sich die gegenseitige Lage der Punkte gegeneinander geändert (Fig. 71), nämlich der Punkt F' nebst dem Mittelpunkt C

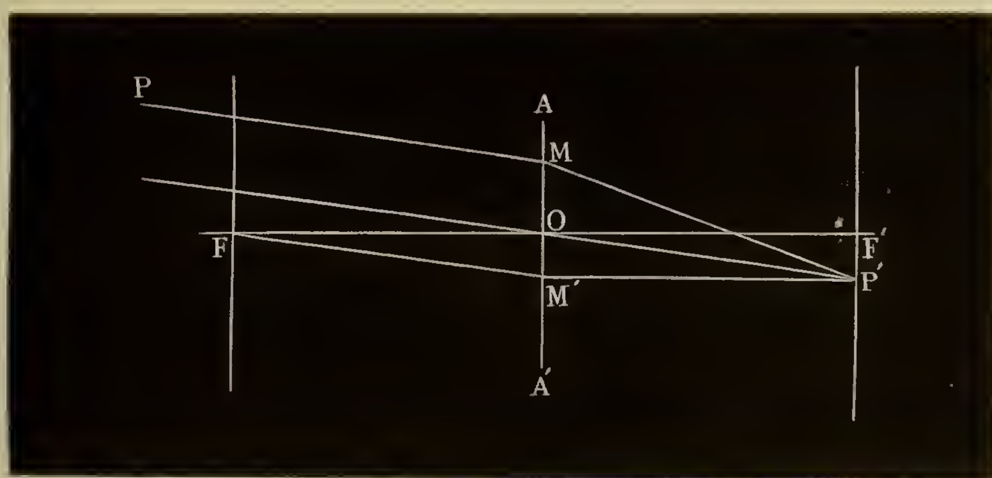
nd nach links, der Punkt F nach rechts gegangen, vorausgesetzt, daß wir wieder nks das dünnere, rechts das dichtere Medium sein lassen.

Fig. 71.



Für eine Linse nimmt sich die Construction so aus: Sei FF' die Axe r Linse und die beiden Punkte F und F' die beiden Hauptbrennpunkte auf rselben (Fig. 72); sei O der optische Mittelpunkt, der zwischen F und F'

Fig. 72.



atürlich in der Mitte liegt; AA' eine durch ihn gelegte zur Axe senkrechte bene, die mit der Linse wegen ihrer geringen Dicke geradezu verwechselt werden arf; sei nun PM ein einfallender Strahl; man kann die obigen Worte genau iederholen, um den gebrochenen Strahl zu construiren. Man ziehe nämlich urch den ersten Hauptbrennpunkt eine Parallele zu PM; durch M', wo diese ie Ebene AA' schneidet, lege man eine Parallele zur Axe, und den Punkt P', o diese die Ebene F' schneidet, verbinde man mit M, und hat dann die Richung des gebrochenen Strahles. Man kann auch hier wieder einen jenem C ntsprechenden Punkt benutzen, der aber hier mit dem Punkte O zusammenfällt; enn wenn man die Entfernung OF von F' aus nach links abträgt, so kommt an gerade wieder zum Punkte O selbst, da bei einer Linse die beiden Hauptrennweiten OF und OF' einander gleich sind.

178 Man könnte jetzt in ähnlicher Weise, wie oben aus der Grundformel für eine einzige sphärische Fläche, jene für zwei Flächen (für eine Linse) hergeleitet wurde, auch Formeln begründen, welche die Brechungen durch ein aus mehr als zwei Flächen zusammengesetztes System darstellen. In der That sind aber diese Formeln für die physiologische Optik unentbehrlich, da das Auge der höheren Wirbelthierclassen ein aus drei sphärischen Flächen zusammengesetzter Apparat ist. Wir müssen demnach auch hier nothwendig diese Formeln begründen. Indessen schlagen wir zu dem Ende einen anderen, als den soeben angedeuteten Weg ein. Wir unterwerfen die Strahlenbrechung durch eine Zusammenstellung beliebig vieler sphärischer Flächen einem ganz allgemeinen Calcul *); wir kommen so zu Gleichungen, in denen jene oben für eine Fläche und für eine Linse gefundenen als specielle Fälle enthalten sind. Daß wir gleichwohl diese speciellen Fälle zuerst auf eine etwas andere Weise gesondert behandelt haben, dürfte wohl kaum als überflüssig erscheinen, da diese Behandlungsweise mehr Anschaulichkeit gestattet, und da wohl Mancher, der abstracteren, wenn auch immerhin elementaren mathematischen Betrachtungen nicht gern folgt, die folgenden Nummern bis Nr. 186 (incl.) überschlagen und die Resultate derselben auf Treu und Glauben hinnehmen wird.

Wir denken uns jetzt ein centrirtes**) System von $\mu + 1$ brechenden sphärischen Trennungsflächen, zu welchem demnach $\mu + 2$ Medien gehören, da vor jeder Trennungsfläche ein solches liegen muß, zu denen als $\mu + 2$tes noch das hinter der letzten Fläche gelegene kommt; übrigens ist dabei der Fall nicht ausgeschlossen, daß mehrere dieser Medien identisch sind, daß z. B. das erste, das dritte und fünfte Luft sind, während das zweite und vierte Glas u. s. f. Die gerade Linie, welche die Mittelpunkte sämmtlicher Trennungsflächen verbindet, wählen wir als Abscissenaxe und nennen ihre Durchschnittspunkte mit den einzelnen Flächen die Scheitel derselben; wir bezeichnen sie der Reihe nach mit $N^0, N', N'' \ldots N^{(\mu)}$. Mit denselben Buchstaben wollen wir die Abscissen dieser Punkte bezeichnen, von einem willkürlichen Punkte auf der definirten Axe, welche die optische heißen mag, gerechnet. Mit $M^0, M', M'' \ldots M^{(\mu)}$ seien in derselben Weise die auf der optischen Axe gelegenen $\mu + 1$ Mittelpunkte, sowie gleichzeitig deren Abscissen bezeichnet. $r^0, r' \ldots r^{(\mu)}$ seien ferner die Halbmesser der einzelnen sphärischen Flächen. Es wird also $r^0 = M^0 - N^0$, $r' = M' - N' \ldots . r^{(\mu)} = M^{(\mu)} - N^{(\mu)}$ sein; daraus ergiebt sich zugleich, daß irgend eine der Größen r positiv oder negativ zu nehmen ist, je

*) Gauß, dioptrische Untersuchungen. Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft, Bd. I, 1843. Die folgenden Nummern schließen sich dieser Abhandlung Schritt für Schritt an. Es sind nur einige erläuternde Zusätze hinzugefügt, die meist von Listing herrühren (Dioptrik des Auges in Wagner's Handwörterbuch der Physiologie).

**) Centrirt heißt ein System sphärischer Flächen, wenn die Centra aller auf einer geraden Linie liegen.

ichdem der Mittelpunkt der betreffenden Fläche in der Richtung der wachsenden oordinaten x hinter oder vor ihr liegt, d. h. je nachdem das zugehörige M ößer oder kleiner, als das zugehörige N ist. Endlich seien $n^0, n' \ldots n^{(\mu)}$, $^{\mu+1)}$ die absoluten Brechungsindices der $\mu + 2$ Medien des Systems; $''$ ist also z. B. diejenige absolute Zahl, durch welche der Sinus des Einfalls-inkels eines aus dem Leeren kommenden, in das dritte Medium gehenden trahles dividirt werden muß, damit man den Sinus seines Brechungswinkels halte. Wäre, wie dies bei künstlichen optischen Instrumenten in der Regel r Fall ist (nicht aber beim Auge), das erste und das letzte Mittel ein und isselbe, so hätte man $n^0 = n^{(\mu+1)}$.

Es falle jetzt ein Lichtstrahl aus dem ersten Mittel auf die erste Trennungs- 179
iche und seien die Gleichungen seiner Richtung vor der ersten Brechung

$$(1) \quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0 \\ z = \dfrac{\gamma^0}{n^0}(x - N) + c^0 \end{cases};$$

ach der ersten Brechung hat er eine andere Richtung, deren Gleichungen

$$(2) \quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0 \\ z = \dfrac{\gamma'}{n'}(x - N^0) + c \end{cases}$$

in mögen. Daß, wenn man die Gleichungen in der hier gewählten Form hreibt, die von $(x - N^0)$ unabhängigen Größen b^0 und c^0 unverändert in as zweite Gleichungenpaar übergehen müssen, sieht man leicht. In der That id diese Größen nebst N^0 die drei Coordinaten des Einfallspunktes auf der ersten läche (die wegen ihrer immer vorausgesetzten geringen Ausdehnung mit einer N^0 zur Axe senkrechten Ebene zusammenfallend gedacht werden kann); denn und c^0 sind die Werthe von y und z für $x = N^0$. Da aber der Einfalls-unkt der Richtung des einfallenden und des gebrochenen Strahles gemeinschaft-ch angehört, so muß b^0 und c^0 in dem zweiten Gleichungenpaar in der-lben Stelle wieder auftreten; es muß auch für den gebrochenen Strahl y id z gleich b^0 und c^0 werden für $x = N^0$ *). Die Gleichungen des

---

*) Streng genommen sind allerdings b^0 und c^0 nicht die Werthe von y und z r $x = N^0$, so daß auch die in den Gleichungen des gebrochenen Strahles auftre-nden Absolutglieder nicht ganz genau gleich b^0 und c^0 werden. Die Abweichung aber eine Größe von der dritten Ordnung der Kleinheit, wenn die Winkel der nfallenden Strahlen mit der Axe als Größen von erster Ordnung der Kleinheit trachtet werden. Es ist nämlich streng genommen (mit Berücksichtigung der Krüm-ung des Flächenstückes) für den Einfallspunkt des Strahles die Abscisse x nicht N^0, ndern $N^0 + r^0(1 - \cos\mu)$, wenn μ der Winkel zwischen der Axe und dem Radius s Einfallspunktes ist. Für diesen Abscissenwerth müssen also eigentlich die y- und Werthe des einfallenden und gebrochenen Strahles übereinstimmen. Nennt man

gebrochenen Strahles können aber offenbar auch umgeformt werden in

$$(3)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta'}{n'}(x - N') + b' \\ z = \dfrac{\beta'}{n'}(x - N') + c' \end{cases},$$

wo b' und c' nebst N' die Coordinaten des Einfallspunktes auf der zweiten Fläche bedeuten; denn es sind die Werthe, welche y und z annehmen für $x = N'$. Zwischen b' und c' einerseits und b^0 und c^0 andererseits findet aber folgende leicht zu beweisende Beziehung statt:

$$b' = b^0 + \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0) \text{ und } c' = c^0 + \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0);$$

denn die zweite Form des Gleichungenpaares geht aus der ersten hervor, wenn man zu der y gebenden die identische $0 = \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0) - \frac{\beta'}{n'}(N' - N^0)$ und zu der z gebenden $0 = \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0) - \frac{\gamma'}{n'}(N' - N^0)$ addirt.

Die Größen β' und γ' selbst können aber aus den Größen β^0 und γ^0 berechnet werden, so daß dann der Weg des gebrochenen Strahles ganz durch den Weg des einfallenden bekannt ist. Folgende Betrachtung macht dies ersichtlich. Sei RS (Fig. 74) der Weg des Lichtstrahls vor der ersten Brechung (nicht nothwendig in der Ebene des Papieres zu denken) und ST der Weg nach der ersten Brechung, so daß die Richtung RS durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} y &= \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0 \\ z &= \frac{\gamma^0}{n^0}(x - N^0) + c^0 \end{aligned},$$

und die Richtung ST durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} y &= \frac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0 \\ z &= \frac{\gamma'}{n'}(x - N^0) + c^0 \end{aligned}$$

ausgedrückt wird. Durch den Mittelpunkt der ersten Trennungsfläche M lege

---

also einstweilen die Absolutglieder in den Gleichungen des gebrochenen Strahles b und c, so müssen die Gleichungen gelten:

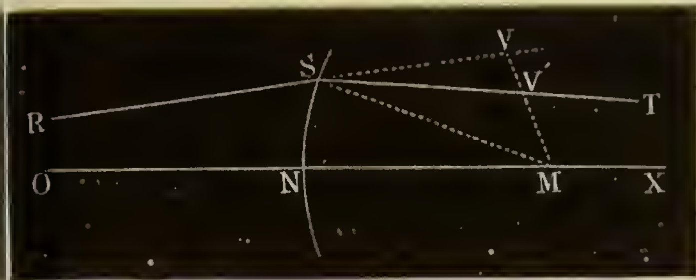
$$\frac{\beta^0}{n^0} r^0 (1 - \cos\mu) + b^0 = \frac{\beta'}{n'} r^0 (1 - \cos\mu) + b, \text{ und}$$

$$\frac{\gamma^0}{n^0} r^0 (1 - \cos\mu) + c^0 = \frac{\gamma'}{n'} r^0 (1 - \cos\mu) + c.$$

Da aber nach unseren Voraussetzungen μ sowohl als β^0, β' und γ^0, γ' kleine Größen erster Ordnung sind, so ist $b = b^0$ und $c = c^0$ bis auf Größen dritter Ordnung der Kleinheit.

in eine zu OX senkrechte Ebene, welche von der verlängerten Richtung RS V, von der Richtung ST in V' geschnitten werde. Es ist zuerst ersichtlich, daß V, V' und M in einer geraden Linie liegen werden; denn der einfallende Strahl RV, der gebrochene SV' und das Einfallsloth MS müssen nach dem ersten Brechungsgesetz in einer Ebene liegen, welche die in M zu OX perpendiculär legte Ebene daher in der Geraden $VV'M$ schneiden wird. Wir bezeichnen die inkel, welche diese Gerade mit SV und SV' macht, durch λ und λ'; wir bechnen ferner den Einfallswinkel VSM mit φ und den Brechungswinkel $V'SM$ it φ', sowie zuletzt die Länge VM mit v und die Länge $V'M$ mit v'. Zwien diesen Größen bestehen die allgemeinen trigonometrischen Beziehungen

Fig. 73.



$$\frac{\sin\lambda}{\sin\varphi} = \frac{r}{v}; \quad \frac{\sin\lambda'}{\sin\varphi'} = \frac{r}{v'}$$

nd die aus dem Brechungsgesetz fließende Beziehung $\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} = \frac{n^0}{n'}$, da $\frac{n'}{n^0}$ r relative Brechungsindex der beiden ersten Medien ist. Durch leicht zu versehende Combinationen dieser drei Gleichungen hat man

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} = \frac{n^0}{n'} \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} = \frac{v'}{v}.$$

us den Gleichungen für den einfallenden Strahl ergeben sich als Coordinaten s Punktes V die Werthe

$$x = M, \quad y = b^0 + \frac{\beta^0 r}{n^0}, \quad z = c^0 + \frac{\gamma^0 r}{n^0};$$

enso hat man die Coordinaten des Punktes V' auf dem gebrochenen Strahle

$$x = M, \quad y = b^0 + \frac{\beta' r}{n'}, \quad z = c^0 + \frac{\gamma' r}{n'};$$

e Coordinaten y und z des Punktes V müssen sich aber zu den entsprechenden oordinaten des Punktes V' verhalten wie $v : v'$, d. h.:

$$b^0 + \frac{\beta' r}{n'} = \frac{n^0 \sin\lambda}{n' \sin\lambda'} \cdot \left(b^0 + \frac{\beta^0 r}{n^0}\right)$$

$$c^0 + \frac{\gamma' r}{n'} = \frac{n^0 \sin\lambda}{n' \sin\lambda'} \cdot \left(c^0 + \frac{\gamma^0 r}{n^0}\right), \text{ oder:}$$

$$= \frac{n^0 b^0 + \beta^0 r}{r} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} - \frac{n' b^0}{r} \text{ und } \gamma' = \frac{n^0 c^0 + \gamma^0 r}{r} \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'} - \frac{n' c^0}{r}.$$

iese Ausdrücke sind strenge richtig bis auf die kleine Abweichung der Größen

b^0 und c^0, von denen, für welche sie in die Gleichungen des gebrochenen Stra-
les gesetzt werden und welche, wie oben gezeigt, von der dritten Ordnung de
Kleinheit ist. Man kann aber, ohne die Richtigkeit bis auf Größen dritte
Ordnung aufzugeben, noch eine Vereinfachung an den soeben gewonnene
Ausdrücken anbringen; denn da nach den ursprünglichen Voraussetzungen λ un
λ' Winkel sind, die von einem Rechten sich nur um sehr kleine Größen unte
scheiden, so sind ihre Sinus von der Einheit nur um Größen verschieden, di
gegen jene kleinen Größen selbst wieder außerordentlich klein sind, in demselbe
Verhältnisse, wie jene gegen endlich gedachte Größen. Da noch obendrein de
Quotient $\frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'}$ nur mit unendlich klein-gedachten Größen erster Ordnung b
und c^0, β^0 und γ^0 multiplicirt auftritt, so hat man bis auf Größen dritte
Ordnung genau

$$\beta' = \beta^0 - \frac{n' - n^0}{r^0}\,b^0,\ \gamma' = \gamma^0 - \frac{n' - n^0}{r^0}\,c^0.$$

180 Wenn wir nunmehr wieder die Größe N' statt N^0 in die Gleichungen de
gebrochenen Strahles einführen und zu diesem Behufe die Größen b' und c
berechnen, die jetzt, wo β' und γ' bekannt sind, auch vollständig bestimmba
werden, so wird es möglich, die Gleichungen für den Weg des Strahles nac
der zweiten Brechung an der Fläche N' herzuleiten aus den Gleichungen fü
den Weg nach der ersten Brechung genau in derselben Weise, wie soebe
die Gleichungen für den Weg des Strahles nach der ersten Brechung abgeleite
wurden aus denen für seinen Weg vor der ersten Brechung. Die Gleichunge
des Strahles nach der zweiten Brechung haben schon an sich wieder nothwendi
die Form

$$y = \frac{\beta''}{n''}(x - N') + b'$$

$$z = \frac{\gamma''}{n''}(x - N') + c'$$

oder auf N'' bezogen:

$$y = \frac{\beta''}{n''}(x - N'') + b''$$

$$z = \frac{\gamma''}{n''}(x - N'') + c''$$

und es müssen die Coefficienten β'', γ'', b'', c'' nach demselben Rechnungsschema
aus β', γ', b' c' berechnet werden können, wie die Größen β', γ', b', c' aus
β^0, γ^0, b^0 und c^0 berechnet wurden. Da man also hatte

$$\beta' = \beta^0 - \frac{n' - n^0}{r^0}\,b^0,\quad \gamma' = \gamma^0 - \frac{n' - n^0}{r^0}\,b^0,$$

so muß man haben

$$\beta'' = \beta' - \frac{n'' - n'}{r'}\,b',\quad \gamma'' = \gamma' - \frac{n'' - n'}{r'}\,c'.$$

man ferner hatte

$$b' = b^0 + \frac{N' - N^0}{n'}\beta' \text{ und } c' = c^0 + \frac{N' - N^0}{n'}\gamma',$$

nuß man haben

$$b'' = b' + \frac{N'' - N'}{n''}\beta'' \text{ und } c'' = c' + \frac{N'' - N'}{n''}\gamma''.$$

Geht man von der letzten Form der Gleichungen des Strahles nach der
iten Brechung aus, so lassen sich die Coefficienten der Gleichungen desselben
h der dritten Brechung an der Fläche N'', d. h. der Gleichungen

$$y = \frac{\beta'''}{n'''}(x - N'') + b''$$
$$z = \frac{\gamma'''}{n'''}(x - N'') + c''$$

r auf N''' bezogen:

$$y = \frac{\beta'''}{n'''}(x - N''') + b'''$$
$$z = \frac{\gamma'''}{n'''}(x - N''') + c'''$$

h. die Größen β''', γ''', b''' und c''' wiederum durch dasselbe Rechnungs-
ema herleiten aus β'', γ'', b'', c'', wie diese hergeleitet werden aus β', γ',
c'. Indem man auf diesem Wege weiter vorschreitet, gelangt man zuletzt
e vollständigen Bestimmung derjenigen Coefficienten $\beta^{(\mu+1)}$, $\gamma^{(\mu+1)}$, $b^{(\mu)}$,
$^{\mu)}$, welche in den Gleichungen des letzten Weges des Lichtstrahles (nach der
echung an der letzten Fläche $N^{(\mu)}$) auftreten. Eine zweite Form, bezogen auf
n Scheitel einer Fläche, vor welcher sich der Strahl in diesem Stadium seiner
ahn befindet, kann natürlich diesen Gleichungen nicht mehr gegeben werden,
e dies bei den übrigen der Fall war, weil eben der Strahl die letzte Fläche
s Systems bereits hinter sich hat. Coefficienten $b^{(\mu+1)}$ und $c^{(\mu+1)}$ exi-
ren also nicht mehr. Die Gleichungen für den letzten Weg des Lichtstrahles
scheinen demnach nur unter der einzigen Form *):

---

*) Für den Leser, der etwa diese Darstellung mit Listing's Dioptrik des
ges (im Handwörterbuche der Physiologie) vergleicht, will ich bemerken, daß sich
rt an der entsprechenden Stelle (Seite 467), wie auch in der Originalabhandlung
n Gauß, ein sinnstörender Druckfehler findet. Es ist nämlich ein $b^{(\mu+1)}$ und
$^{\mu+1)}$ angenommen, die natürlich nicht existiren können, aus dem im Text ange-
benen Grunde.

$$y = \frac{\beta^{(\mu+1)}}{n^{(\mu+1)}}\,(x - N^{(\mu)}) + b^{(\mu)}$$

$$z = \frac{\gamma^{(\mu+1)}}{n^{(\mu+1)}}\,(x - N^{(\mu)}) + c^{(\mu)}$$

oder indem man die letzte Größe ihrer Gattung allemal mit einem * bezeich[n…]
hat man für den letzten Weg des Strahles die Gleichungen:

$$(4)\quad \left\{\; y = \frac{\beta^*}{n^*}\,(x - N^*) + b^*,\quad z = \frac{\gamma^*}{n^*}\,(x - N^*) + c^*.\right.$$

Es ist jedoch immer darauf zu achten, daß der * nicht bei allen Größengattun[gen]
einem gleichen Stellenzeiger entspricht.

181 Ein Blick auf die Bildungsweise der verschiedenen Coefficienten aus [...]
vorhergehenden läßt sehen, daß, wenn man zur Abkürzung *) macht:

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{N'-N^0}{n'} = t',\ \frac{N''-N'}{n''} = t'' \ldots \frac{N^{(\nu)}-N^{(\nu-1)}}{n^{(\nu)}} = t^{(\nu)} \ldots \frac{N^{(\mu)}-N^{(\mu-1)}}{n^{(\mu)}} = t^{(\mu)} \\ \text{sowie} \\ \frac{n'-n^0}{r^0} = u^0,\ \frac{n''-n'}{r'} = u' \ldots \frac{n^{(\nu+1)}-n^{(\nu)}}{r^{(\nu)}} = u^{(\nu)} \ldots \frac{n^{(\mu+1)}-n^{(\mu)}}{r^{(\mu)}} = u^{(\mu)} \end{array}\right.$$

man hat:

$$(6)\quad \left\{\begin{array}{lll} \beta' & = \beta^0 & + u^0 b^0 \\ b' & = b^0 & + t'\beta' \\ \beta'' & = \beta' & + u' b' \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \beta^{(\nu)} & = \beta^{(\nu-1)} & + u^{(\nu-1)}\, b^{(\nu-1)} \\ b^{(\nu)} & = b^{(\nu-1)} & + t^{(\nu)}\beta^{(\nu)} \\ \beta^{(\nu+1)} & = \beta^{(\nu)} & + u^{(\nu)} b^{(\nu)} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ b^{(\mu)} & = b^{(\mu-1)} & + t^{(\mu)}\beta^{(\mu)} \\ \beta^{(\mu+1)} & = \beta^{(\mu)} & + u^{(\mu)} b^{(\mu)} \end{array}\right.$$

---

*) Die hier eingeführten Größen t und u bilden in jedem dioptrischen Sys[tem]
Reihen von Constanten, wie die Größen N, n, r, von denen sie abhängen. D[...]

daß sich die in den Gleichungen für die Coordinate z eingehenden Coefficienten und c zu einer von jener unabhängigen, aber ganz gleich gebildeten Reihe zu- mmenordnen, versteht sich von selbst. Die aufgestellte Reihe läßt sehen, daß .e letzten Größen $b^{(\mu)}$, $\beta^{(\mu+1)}$, oder b^*, β^* sich in den ersten b^0, β^0 müssen uf lineare Weise ausdrücken lassen, d. h. durch Ausdrücke, in denen keine höhere ls die erste Potenz von b^0 und β^0 vorkommt; ebenso muß sich c^* und γ^* in c^0 und γ^0 linear ausdrücken lassen. Die Ausdrücke für die vier Größen, elche den letzten Weg des Strahles bestimmen, müssen demnach im Allgemeinen ie Form haben:

$$(7)\quad \begin{cases} b^* = g b^0 + h\beta^0 \\ \beta^* = k b^0 + l\beta^0 \\ c^* = g c^0 + h\gamma^0 \\ \gamma^* = k c^0 + l\gamma^0 \end{cases} ;$$

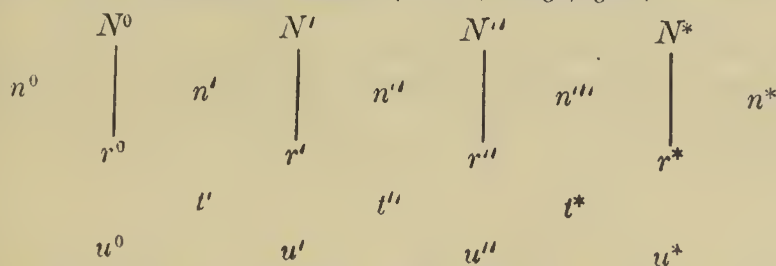
enn daß kein von b^0 und β^0 unabhängiges constantes Glied in den Ausdrücken orkommen darf, ist klar, weil ein solches nirgend in der Reihe der einzelnen Werthe von β und b vorkommt; daß aber die Größen g, h, k, l in die Bildung on c^* und γ^* gerade so eingehen, wie in die von β^* und b^*, folgt aus der bigen Bemerkung, daß die Reihe der Gleichungen, welche die Werthe der Größen c und γ giebt, sich in ihren Constanten und ihrer Form gar nicht von er Reihe unterscheidet, die für die Größen β und b hingeschrieben wurde.

Die von der Richtung des Strahles unabhängigen, also für ein gegebenes 182
rechendes System constanten Größen g, h, k, l, müssen wir jetzt in den ur- sprünglichen Daten des Systems (den Brechungsindices, Halbmessern und Scheitelcoordinaten) auszudrücken suchen, wodurch das Problem des Ganges der Strahlen durch das System gelöst ist.

Wir betrachten zu diesem Ende eine gewisse Gattung von Functionen, die Euler*) näher kennen gelehrt hat, zunächst an sich. Man bilde aus einer

---

Reihen lassen sich leicht in einer schematischen Gruppirung überblicken, wie sie hier ür den Fall von vier brechenden Flächen ($\mu = 3$) beigefügt ist:



Durch N werden die Plätze der brechenden Flächen längs der Axe, durch r ihre Krümmungen, durch n die Brechungsconstanten der durch sie getrennten Mittel ange- geben. Jedes t ist dann die Distanz zweier Flächen, dividirt durch den Brechungs- nder des dazwischen liegenden Mittels. Jedes u ist die Differenz der Indices zweier benachbarter Mittel, dividirt durch den (negativen) Radius der sie trennenden Fläche.

*) Specimen algorithmi singularis; novi commentar. acad. Petropol. tom. IX. p. 53.

gegebenen Reihe von Größen a, b, c, d ꝛc. eine neue Reihe $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ ꝛc nach folgender Regel:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= a \\ \mathfrak{B} &= b\mathfrak{A} + 1 \\ \mathfrak{C} &= c\mathfrak{B} + \mathfrak{A} \\ \mathfrak{D} &= d\mathfrak{C} + \mathfrak{B} \\ \mathfrak{E} &= e\mathfrak{D} + \mathfrak{C} \\ \mathfrak{F} &= f\mathfrak{E} + \mathfrak{D} \end{aligned}$$

ꝛc.;

mit Euler bezeichnen wir diese Größen so:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= (a) \\ \mathfrak{B} &= (a, b) \\ \mathfrak{C} &= (a, b, c) \\ \mathfrak{D} &= (a, b, c, d) \end{aligned}$$

ꝛc.

Die Reihenfolge der Größen innerhalb der Klammern ist begreiflicherweise nich von vornherein gleichgültig, wie ein Blick auf das Schema lehrt; man hat nun

$$\begin{aligned} (a) &= a \\ (a, b) &= b\,(a) + 1 \\ (a, b, c) &= c\,(a, b) + (a) \\ (a, b, c, d) &= d\,(a, b, c) + (a, b) \end{aligned}$$

ꝛc.;

man dürfte offenbar nach Analogie ( ) statt 1 und a ( ) statt schreiben und könnte dann die Bildungsregel der Größen ganz allgemein s ausdrücken: $(a, b, c \ldots p, q, r) = r\,(a, b, c \ldots p, q) + (a, b, c \ldots p)$ entwickelt gestalten sich die Ausdrücke so:

$$\begin{aligned} (a) &= a \\ (a, b) &= ab + 1 \\ (a, b, c) &= abc + c + a \\ (a, b, c, d) &= abcd + cd + ad + ab + 1 \\ (a, b, c, d, e) &= abcde + cde + ade + abe + abc + a + c + a; \end{aligned}$$

man erkennt das Gesetz des Fortschreitens noch deutlicher, wenn man die Aus drücke umformt in:

$$\begin{aligned} (a) &= a \\ (a, b) &= ab\left(1 + \frac{1}{ab}\right) \\ (a, b, c) &= abc\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}\right) \\ (a, b, c, d) &= abcd\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{abcd}\right) \\ (a, b, c, d, e) &= abcde\left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{de} + \frac{1}{abcd} + \frac{1}{abde} + \frac{1}{bcde}\right) \end{aligned}$$

Es zeigt sich bei dieser Form deutlich, daß als Nenner der Brüche mit dem
ähler 1 anfangs erscheinen: die Producte aus je zweien der benachbarten Ele-
nte, dann: die Combinationen zu zwei aus denjenigen dieser Producte, die
nen gemeinschaftlichen Factor haben. Bei den weiteren Ableitungen würden
Combinationen zu drei, zu vier u. s. w. aus solchen Binarproducten hinzu-
ten, die keinen gemeinschaftlichen Factor haben. Zugleich zeigt diese Form
Größen deutlich, daß die Reihenfolge der Elemente umgekehrt (nicht über-
upt verändert) werden darf, ohne daß der Werth der abgeleiteten Größe alterirt
rd, d. h. man hat allgemein (a, b, c . . . p, q, r) = (r, q, p . . . c, b, a).

Ferner läßt sich zeigen, daß

$$
\begin{array}{lcl}
(a) \cdot (b) & - & 1. \\
(a, b) \cdot (b, c) & - & (b). \\
(a, b, c) \cdot (b, c, d) & - & (b, c). \\
(a, b, c, d) \cdot (b, c, d, e) & - & (b, c, d). \\
 & & \text{2c.}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ll}
(a, b) & = -1 \\
(a, b, c) & = +1 \\
(a, b, c, d) & = -1 \\
(a, b, c, d, e) & = +1
\end{array}
$$

an hat nämlich, zufolge der Bildungsregel der Größen, unmittelbar

$$(a)\,(b) - 1 \,.\, (a, b) = a \,.\, b - (a \,.\, b + 1) = -1.$$

an hat ferner (a, b) (b, c) — (b) (a, b, c) = (a, b) . c . (b) + 1 . (a, b)
- (b) c (a, b) — (b) (a) = — [(b) (a) — 1 . (a, b)], also = + 1, da
r eingeklammerte Ausdruck (die zuerst entwickelte Differenz) = — 1 war.
benso läßt sich nun zeigen, daß die dritte Differenz wieder der negativ genom-
enen zweiten Differenz gleich ist; allgemein sieht man, daß eine willkürlich aus
r Reihe gegriffene Differenz gleich der negativ genommenen vorhergehenden
, denn man hat:

$$
\begin{aligned}
&(a, b, c \ldots p, q)\,(b, c \ldots p, q, r) - (b, c \ldots p, q)\,(a, b, c \ldots p, q, r) \\
&= (a, b, c \ldots p, q)\, r \,.\, (b, c \ldots p, q) + (a, b, c \ldots p, q)\,(b, c \ldots p) \\
&- (b, c \ldots p, q)\, r \,.\, (a, b, c \ldots p, q) - (b, c \ldots p, q)\,(a, b, c \ldots p) = \\
&- [(a, b, c \ldots p)\,(b, c \ldots p, q) - (b, c \ldots p)\,(a, b, c \ldots p, q)].
\end{aligned}
$$

er hier eingeklammerte Ausdruck ist aber offenbar das unserer willkürlich her-
usgegriffenen Differenz nächst vorhergehende Glied der ganzen Reihe von
ifferenzen. Somit ist allgemein gezeigt, daß der absolute Werth aller dieser
ifferenzen derselbe ist, und zwar, daß er geradezu 1 ist, weil er es bei den
iden ersten war, wie sich oben zeigte, und daß nur jedes folgende Glied mit
m umgekehrten Vorzeichen des vorhergehenden versehen ist. Man hat also
lgemein:

$$(a, b, c \ldots l, m)\,(b, c \ldots l, m, n) - (b, c \ldots l, m)\,(a, b, c \ldots l, m, n) = \pm 1. \qquad \text{)}$$

as obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die Anzahl aller Elemente
. . . n ungerade oder gerade ist.

Kehren wir wieder zu den Größen der Gleichungen (7), zurück, so zeigt sich 183
icht, daß die darin vorkommenden Constanten Größen von der soeben betrach-
teten Gattung sind, und zwar hat man insbesondere:

$$(9) \begin{cases} g = (u^0,\ t',\ u',\ t'' \ldots\ldots t^*) \\ h = \quad (t',\ u',\ t'' \ldots\ldots t^*) \\ k = (u^0,\ t',\ u',\ t'' \ldots\ldots t^*,\ u^*) \\ l = \quad (t',\ u',\ t'' \ldots\ldots t^*,\ u^*) \end{cases}$$

um sich davon zu überzeugen, brauchte man nur durch successive Substitutionen nach und nach die Größen β', b', β'' 2c. zu entwickeln und schließlich die Ausdrücke nach b^0 und β zu ordnen. Die viel Raum erfordernde Rechnung ist so leicht, daß sie hier nicht ausgeführt zu werden braucht.

Da die Anzahl der Glieder u^0, t', u' .... t^* u^* nothwendig immer ungerade ist, so hat man, nach Gleichung (8), immer $gl - hk = 1$, und es folgt somit aus den Gleichungen (7):

$$(10) \begin{cases} b^0 = \quad lb^* - h\beta^* \quad c^0 = \quad lc^* - h\gamma^* \\ \beta^0 = -kb^* + g\beta^* \quad \gamma^0 = -kc^* + g\gamma^* \end{cases}.$$

Sei jetzt P ein Punkt auf der (nöthigenfalls verlängerten) Richtung des einfallenden Strahles (des Strahles im ersten Mittel), und ξ, η, ζ seine Coordinaten, man hat dann (Gleichung 1):

$$\eta = \frac{\beta^0}{n^0}(\xi - N^0) + b^0,$$

oder wenn man für b^0 und β^0 ihre Werthe aus (10) substituirt:

$$\eta = \frac{g\beta^* - kb^*}{n^0}(\xi - N^0) - h\beta^* + lb^*,$$

folglich:

$$b^* = \frac{n^0\eta + [n^0h - g(\xi - N^0)]\,\beta^*}{n^0 l - k(\xi - N^0)}.$$

Setzt man diesen Werth in die erste der beiden Gleichungen (4) für den letzten Weg des Strahles, so wird dieselbe, wenn man noch eine kleine, leicht zu übersehende Umformung anbringt:

$$(11) \quad y = \frac{\beta^*}{n^*}\left[x - \left(N^* - \frac{n^0h - g(\xi - N^0)}{n^0 l - k(\xi - N^0)}\,n^*\right)\right] + \frac{n^0\eta}{n^0 l - k(\xi - N^0)};$$

$$(12) \quad z = \frac{\gamma^*}{n^*}\left[x - \left(N^* - \frac{n^0h - g(\xi - N^0)}{n^0 l - k(\xi - N^0)}\,n^*\right)\right] + \frac{n^0\zeta}{n^0 l - k(\xi - N^0)}$$

würde natürlicherweise wegen der vollkommen symmetrischen Entstehungsart der Größen die zweite Gleichung für den letzten Weg des Strahles sein. Auf dem durch diese beiden Gleichungen dargestellten (nöthigenfalls rückwärts verlängerten) letzten Wege des Strahles liegt nun nothwendig ein gewisser Punkt P^*, gegeben durch die drei Coordinaten:

$$(13)\quad \begin{cases} \xi^* = N^* - \dfrac{n^0 h - g\,(\xi - N^0)}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)}\, n^* \\ \eta^* = \dfrac{n^0 \eta}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)} \\ \zeta^* = \dfrac{n^0 \zeta}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)}\ ; \end{cases}$$

wenn diese drei Werthe für x, y, z, in die Gleichungen des letzten Weges eingesetzt, genügen denselben. Da aber die Coordinaten ξ^*, η^*, ζ^* bloß von den Coordinaten ξ, η, ζ des Punktes P, der auf dem ersten Wege des Strahles lag, und von den Constanten des Systems (die in g, h, k, l eingehen) abhängig sind, dagegen unabhängig von den Größen $\beta^0, \gamma^0, b^0, c^0$, d. h. unabhängig von der sonstigen Lage des ersten Weges des Strahles: so muß der Punkt P^* auf dem letzten Wege eines jeden Strahles liegen, der auf seinem ersten Wege durch den Punkt P geht. Anders ausgedrückt: Die letzten Wege aller Strahlen, deren erste Wege sich im Punkt P schneiden, schneiden sich im Punkt P^*. Noch anders ausgedrückt: Ein homocentrisches Lichtbündel bleibt nach den sämmtlichen Brechungen im gedachten System immer noch homocentrisch, und zwar sind die Coordinaten des Centrums des im letzten Mittel befindlichen homocentrischen Bündels ξ^*, η^*, ζ^* [zu entnehmen aus den Gleichungen (13)], wenn ξ, η, ζ die Coordinaten des Centrums für das einfallende homocentrische Bündel im ersten Mittel waren, oder kurz: P^* ist das optische Bild von P.

Der Objectpunkt P heißt reell, wenn er im ersten Mittel liegt, d. h. wenn die einfallenden Strahlen wirklich von ihm ausgehen; das analytische Kennzeichen dafür ist: $\xi - N^0$ negativ; der Bildpunkt P^* ist reell, wenn er im letzten Mittel liegt, d. h. wenn $\xi^* - N^*$ positiv ist, denn alsdann laufen in ihm die Strahlen wirklich zusammen. In den umgekehrten Fällen sind die Punkte virtuell, wenn sich nämlich nur die verlängerten Strahlen in ihnen schneiden, und zwar ist natürlich P virtuell, wenn sich die vorwärts verlängerten einfallenden, P^* wenn sich die rückwärts verlängerten ausfahrenden darin schneiden. Objectpunkt und Bildpunkt liegen mit der Axe in einer Ebene, und ihre Entfernungen von derselben verhalten sich, was aus den Werthen (13) leicht ersichtlich ist, wie 1 zu $\dfrac{n^0}{n^0 l - k\,(\xi - N^0)}$.

Von der Vorstellung des Bildes eines einzelnen Punktes zu der eines ausgedehnten Bildes von einem ausgedehnten Objecte gelangt man hier ganz auf 184
demselben Wege, wie in Nr. 175, indem man das Object in Punkte zerlegt und das Bild aus den Bildern dieser Punkte zusammensetzt. Liegt das ganze Object in einer zur x-Axe senkrechten Ebene ausgebreitet (ist ξ für alle P dasselbe), so wird auch ξ^* für alle P^* dasselbe sein (13), und aus dem vorigen Absatze ergiebt sich die geometrische Aehnlichkeit von Bild und Object, sowie auch das Verhältniß entsprechender Lineardimensionen; dasselbe ist nämlich

$= 1 : \frac{n^0}{n^0\, l - k\, (\xi - N^0)} = 1 : m.$ Das Vorzeichen dieser Größe giebt außerdem noch darüber Aufschluß, ob das Bild aufrecht oder verkehrt ist; denn ist $\frac{1}{m} = \frac{\eta}{\eta^*} = \frac{\xi}{\xi^*}$ negativ, so bedeutet dies, daß P und P^* auf entgegengesetzten Seiten der xz- und xy-Ebene liegen.

185 Statt den ersten Weg des Strahles auf den Scheitel der ersten Fläche N^0, den letzten auf den Scheitel der letzten Fläche N^* zu beziehen, kann man zwei andere Punkte wählen, welche allgemein durch Q und Q^* bezeichnet werden mögen, es seien also:

$$(14) \quad \begin{cases} y = \frac{\beta^0}{n^0}\,(x - Q) + B \\ z = \frac{\gamma^0}{n^0}\,(x - Q) + C \end{cases}$$

die Gleichungen für den ersten, und

$$(15) \quad \begin{cases} y = \frac{\beta^*}{n^*}\,(x - Q^*) + B^* \\ z = \frac{\gamma^*}{n^*}\,(x - Q^*) + C^* \end{cases}$$

die Gleichungen für den letzten Weg des Strahles; daß β^0 und β^*, γ^0 und γ^* dadurch unverändert bleiben, versteht sich von selbst, da sie lediglich von den Winkeln abhängen, welchen die Richtung mit den Coordinatenrichtungen macht. Durch Vergleichung von (14) und (1) einerseits, sowie durch Vergleichung von (15) und (4) andererseits erhält man:

$$B - b^0 = \frac{\beta^0}{n^0}\,(Q - N^0) \qquad\qquad B^* - b^* = \frac{\beta^*}{n^*}\,(Q^* - N^*)$$

und

$$C - c^0 = \frac{\gamma^0}{n^0}\,(Q - N^0) \qquad\qquad C^* - c^* = \frac{\gamma^*}{n^*}\,(Q^* - N^*)$$

oder wenn man

$$(16) \quad \left\{ \frac{N^0 - Q}{n^0} = \vartheta \quad \frac{Q^* - N^*}{\vartheta^*} = \vartheta^* \right.$$

setzt, so hat man:

$$\begin{aligned} B &= b^0 - \vartheta \beta^0 \\ C &= c^0 - \vartheta \gamma^0 \\ B^* &= b^* - \vartheta^* \beta^* \\ C^* &= c^* - \vartheta^* \beta^*. \end{aligned}$$

Macht man ferner noch:

$$(17) \quad \begin{cases} G = g + \vartheta^* k \\ H = h + \vartheta g + \vartheta^* l + \vartheta \vartheta^* k \\ K = k \\ L = l + \vartheta k, \end{cases}$$

wobei zu bemerken, daß wieder die leicht zu beweisende Beziehung $GL - HK = 1$ gilt, so hat man in Betracht der Gleichungen (7):

$$(18)\quad \begin{cases} B^* = GB + H\beta^0 \\ C^* = GC + H\gamma^0 \\ \beta^* = KB + L\beta^0 \\ \gamma^* = KC + L\gamma^0. \end{cases}$$

Wir geben jetzt den an sich willkürlichen Punkten Q und Q^* eine besondere Lage, die mit E und E^* bezeichnet sein mag, so daß die Beziehungen zwischen dem letzten und ersten Wege des Strahles eine besonders einfache Form annehmen. Die Lage der Punkte E und E^* muß aber zu diesem Ende so gewählt sein, daß

$$(19)\quad E - N^0 = -\frac{n^0}{k}(1 - l) \text{ und } N^* - E^* = -\frac{n^*}{k}(1 - g);$$

denn es ist alsdann

$$(20)\quad \vartheta = \frac{1-l}{k};\ \vartheta^* = \frac{1-g}{k} \text{ und folglich } G = 1;\ H = O;\ K = k;\ L = 1.$$

Die Gleichungen (18) gehen dadurch über in:

$$(21)\quad \begin{cases} B^* = B \\ C^* = C \\ \beta^* = kB + \beta^0 \\ \gamma^* = kC + \gamma^0, \end{cases}$$

und die Gleichungen des letzten Weges eines Strahles, bezogen auf E^*, sind:

$$(22)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0 + kB}{n^*}(x - E^*) + B \\ z = \dfrac{\gamma^0 + kC}{n^*}(x - E^*) + C, \end{cases}$$

wenn die Gleichungen seines ersten Weges, bezogen auf E, waren:

$$(23)\quad \begin{cases} y = \dfrac{\beta^0}{n^0}(x - E) + B \\ z = \dfrac{\gamma^0}{n^0}(x - E) + C. \end{cases}$$

Der Umstand, daß in den Gleichungen (22) und (23) die Absolutglieder B und C dieselben sind, bedeutet: Der ausfahrende Strahl trifft eine in E^* zur Axe senkrecht errichtete Ebene in einem Punkte, dessen Coordinaten y und z gerade so groß nämlich gleich B und C, sind, wie die Coordinaten y und z desjenigen Punktes, in welchem der einfallende Strahl eine in E zur Axe senkrecht gestellte Ebene trifft. Hierin liegt eine auffallende Analogie mit der Beziehung zwischen erstem und letztem Wege des Strahles bei einer einzigen Fläche. Denn man leitet in diesem Falle (s. S. 242) aus den Gleichungen des ersten Weges:

$$y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0$$

$$z = \frac{\gamma^0}{n}(x - N^0) + c^0$$

die Gleichungen des zweiten (und letzten) Weges durch Anwendung der in den Gleichungen (6) enthaltenen Regel so ab, daß man hat:

$$y = \frac{\beta^0 + u^0 b^0}{n'}(x - N^0) + b^0$$

$$z = \frac{\gamma^0 + u^0 c^0}{n'}(x - N^0) + c^0.$$

Der Unterschied besteht einzig darin, daß an die Stelle von N^0 im Falle eines zusammengesetzten brechenden Systems zwei Punkte E und E^* treten, in der Weise, daß E hinsichtlich des einfallenden, E^* hinsichtlich des ausfahrenden Strahles die Bedeutung des Punktes N^0 übernimmt. In unserem gegenwärtigen complicirteren Falle tritt k an die Stelle von $u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0}$. Daher wäre die einzige Brechung, welcher die Wirkung der sämmtlichen auf einander folgenden Brechungen des ganzen Systems analog (nicht ganz äquivalent) ist, hervorgebracht zu denken an einer Fläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$ $\left(\text{da ja im einfacheren Falle } r^0 = -\frac{n' - n^0}{u^0}\right)$, vor welcher ein Medium vom Brechungsindex n^0, hinter welcher ein Medium vom Brechungsindex n^* läge.

Man kann die soeben entwickelte Analogie kurz so aussprechen: Der im letzten Mittel liegende (ausfahrende) Strahl hat zum Punkte E^* dieselbe Lage, welche er zum Punkte E haben würde, wenn durch eine daselbst liegende Trennungsfläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$ unmittelbar aus dem ersten ins letzte Mittel überginge. Oder: um den letzten Weg des Strahles zu finden, denke man sich, der einfallende Strahl träfe bei E eine brechende Fläche vom Halbmesser $-\frac{n^* - n^0}{k}$, welche das erste Mittel vom letzten scheidet, ermittle seinen Weg nach dieser einfachen Brechung, und verschiebe denselben parallel mit sich selbst längs der Axe des Systems um den Abstand der Punkte E und E^*. Die Punkte E und E^* heißen die Hauptpunkte des Systems, und Ebenen in ihnen senkrecht zur Axe aufgestellt, heißen die Hauptebenen. Sollte $n^* = n^0$ sein (wie bei den meisten künstlichen dioptrischen Systemen), so tritt in alle Eigenschaften der eingebildeten brechenden Fläche bei E eine unendlich dünne Linse von der Brennweite $-\frac{n^0}{k}$.

186 Den Punkten Q und Q^* kann noch eine zweite Lage angewiesen werden, die ebenfalls den Beziehungen zwischen dem ersten und letzten Wege des Strahles eine einfache Form giebt. Bezeichnet man die neuen Specialisirungen der Punkte Q und Q^* mit F und F^*, und macht man (23) $N^0 - F = -l \cdot \frac{n^0}{k}$, $F^* - N^* = -g\frac{n^*}{k}$, so wird

$$(24) \left\{ \vartheta = -\frac{l}{k}, \ \vartheta^* = -\frac{g}{k} \text{ und } G = 0, \ H = -\frac{l}{k}, \ K = k, \ L = 0. \right.$$

die Abhängigkeit (18) der in den Gleichungen des letzten Weges auftretenden Coefficienten von den in den Gleichungen für den ersten Weg vorkommenden (die hier zur Unterscheidung von (23) mit Accenten bezeichnet werden mögen) stellt sich somit dar unter der Form:

$$(25) \left\{ \begin{aligned} B^* &= -\frac{\beta^0}{k} \\ C^* &= -\frac{\gamma^0}{k} \\ \beta^* &= kB' \\ \gamma^* &= kC'. \end{aligned} \right.$$

Man hat noch durch Vergleichung mit (19) die Lage der neuen Punkte zu den Hauptpunkten gegeben durch $E - F = -\frac{n^0}{k}$; $F^* - E^* = -\frac{n^*}{k}$. Wenn nun die Gleichungen für den ersten Weg in der Form

$$(26) \left\{ y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - F) + B', \ z = \frac{\gamma^0}{n^0}(x - F) + C' \right.$$

gegeben waren, so müßten die Gleichungen für den letzten Weg, die nach (15) im Allgemeinen

$$(27) \left\{ \begin{aligned} y &= \frac{\beta^*}{n^*}(x - F^*) + B^* \\ z &= \frac{\gamma^*}{n^*}(x - F^*) + C^* \end{aligned} \right.$$

lauten, wegen der Werthe in (25) die Form annehmen:

$$(28) \left\{ \begin{aligned} y &= \frac{kB'}{n^*}(x - F^*) - \frac{\beta^0}{k} \\ z &= \frac{kC'}{n^*}(x - F^*) - \frac{\gamma^0}{k}. \end{aligned} \right.$$

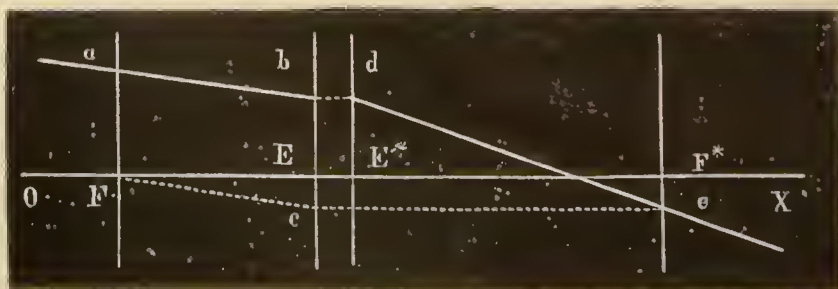
Aus der so dargestellten Abhängigkeit des letzten Weges vom ersten ersieht man, daß die Punkte F und F^* den Brennpunkten (siehe Nr. 171) einer einzigen brechenden Fläche entsprechen. Denn (um gleich die allgemeinste Definition zu geben) errichtet man in F und F^* zur Axe des Systems senkrechte Ebenen, so zeigt sich, daß einem unter irgend einem (überhaupt zulässigen) Winkel einfallenden parallelstrahligen Bündel ein ausfahrendes entspricht, dessen Centrum in der Ebene von F^* liegt, während einem einfallenden homocentrischen Bündel, dessen Centrum in der Ebene von F liegt, ein ausfahrendes parallelstrahliges zugeordnet ist. Man denke nämlich daran, daß ein parallelstrahliges einfallendes Bündel dadurch charakterisirt ist, daß in den Gleichungen für seine sämmtlichen Strahlen β^0 und γ^0 (die n^0fachen Tangenten der Richtungswinkel) übereinstimmen, während die Größen B' und C' (die Coordinaten y und z des Schnitt=

punktes mit der F-Ebene) von Strahl zu Strahl variiren. Nun hängen aber in den Gleichungen für den ausfahrenden Strahl gerade die constanten Glieder $\frac{\beta^0}{k}$ und $\frac{\gamma^0}{k}$ (die wiederum die Coordinaten y und z des Durchschnittspunktes mit der F^*-Ebene bedeuten) nur von β^0 und γ^0 ab, folglich stimmen sie überein für alle ausfahrenden Strahlen, wenn für die einfallenden β^0 und γ^0 übereinstimmen, d. h. aber, alle ausfahrenden Strahlen schneiden in demselben Punkte die F^*-Ebene, wenn alle einfallenden Strahlen parallel sind. Der zweite Theil der Behauptung zeigt sich in ähnlicher Weise, wenn man bedenkt, daß umgekehrt die Coefficienten von $x - F^*$ in den Gleichungen des letzten Weges allein abhängen von den constanten Gliedern B' und C' in den Gleichungen für den ersten Weg, und daß diese vermöge ihrer oben definirten Bedeutung identisch sind für alle Strahlen eines Bündels, dessen Centrum in der F-Ebene liegt. Als ausgezeichneter specieller Fall verdient noch besondere Erwähnung, daß ein von F selbst ausgehendes Strahlenbündel durch die Brechungen in ein zur Axe paralleles verwandelt wird, denn es ist in diesem Falle $B' = 0$ und $C' = 0$ zu setzen.

Die Punkte F und F^* nennen wir in der That die Brennpunkte des Systems, sowie die Größen $E - F$ und $F^* - E^*$ seine Brennweiten; bezeichnet man sie durch f und f^*, so hat man $f = -\frac{n^0}{k}$, $f^* = -\frac{n^*}{k}$, sie haben demnach (da n^0 und n^* ihrer Natur nach positive *) Zahlen sind) immer dasselbe (k entgegengesetzte) Vorzeichen. Sind sie positiv, d. h. liegt E hinter F und F^* hinter E^*, so nennt man das System collectiv, und es kann reelle Bilder liefern; im umgekehrten Falle heißt das System ein dispansives und liefert von reellen Objecten nur virtuelle Bilder.

187 Die vier Punkte E, E^*, F, F^* liefern ein höchst einfaches Mittel, den letzten Weg des Strahles durch Construction zu finden, wenn sein erster Weg gegeben ist, die Construction ist der in Nr. 177 für eine einzige Brechung bewiesenen vollkommen analog, und F und F^* entsprechen den beiden Brennpunkten, nur den Scheitel der brechenden Fläche (dort AA') hat man gewissermaßen in zwei Punkte E und E^* gespalten zu denken. Sei in der Fig. 75 OX die Axe des Systems. In den ausgezeichneten Punkten denke man sich zu ihr senk-

Fig. 74.

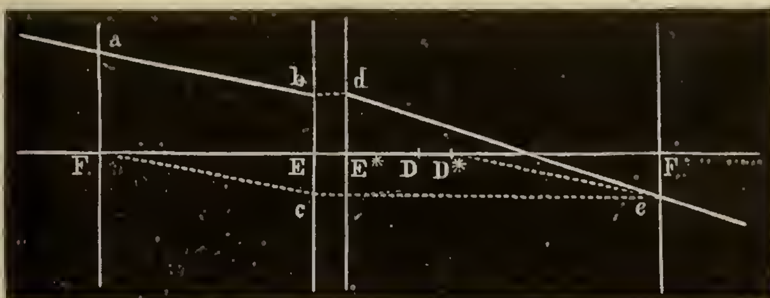


*) Nur wenn man die hier abgeleiteten Formeln auch gebrauchen will für optische Systeme, in denen außer Brechungen auch Reflexionen vorkommen, so kann eine oder die andere der Größen n den Werth -1 bekommen, denn Reflexion kann definirt werden als eine Brechung mit dem Index -1.

echte Ebenen gestellt, die Brennebenen und Hauptebenen heißen mögen. Ihre Durchschnitte mit der Ebene der Figur sind als zu OX senkrechte Gerade gezeichnet. Sei jetzt ab ein einfallender Strahl (der übrigens nicht nothwendig n der Ebene des Papiers zu denken ist). Bei b möge seine Richtung die erste Hauptebene schneiden; man ziehe jetzt Fc parallel ab, und ce parallel mit OX; wird ferner bd parallel OX gezogen, so ist de die Richtung des letzten Weges oder des ausfahrenden Strahles. Nach Nr. 185 muß die Richtung des ausfahrenden Strahles die zweite Hauptebene in einem Punkte treffen, dessen Coordinaten y und z mit den gleichnamigen Coordinaten desjenigen Punktes übereinstimmen, in welchem der zugehörige einfallende Strahl die erste Hauptebene trifft, folglich geht der zu ab gehörige ausfahrende Strahl jedenfalls durch d. Ferner wurde Nr. 186 gezeigt, daß parallele einfallende Strahlen in einem Punkte der zweiten Brennebene zusammenlaufen. Der dem einfallenden Strahle ab zugeordnete ausfahrende Strahl muß also jedenfalls durch denselben Punkt er F^*-Ebene gehen, durch welchen ein dem gedachten Hülfsstrahle Fc zugeordneter ausfahrender Strahl geht. Dieser letztere muß aber nothwendig der Punkt sein, denn einmal werden alle Strahlen, die von F ausgehen, nach den Brechungen der Axe OX parallel. Ferner aber muß aus dem soeben schon einmal benutzten Grunde der ausfahrende Hülfsstrahl unter allen zu OX parallelen Linien gerade ge sein, denn der Punkt g hat der Construction gemäß dieselben Coordinaten y und z, wie der Punkt c. Es ist somit bewiesen, daß der Punkt der Vereinigungspunkt eines parallelstrahligen einfallenden Bündels von der Richtung ab sein müßte, der einzelne Strahl ab muß also jedenfalls nach allen Brechungen durch e gehen, und de muß insbesondere die Richtung des ihm zugeordneten ausfahrenden Strahles sein.

Die Construction kann noch etwas vereinfacht werden durch Einführung 188
weier neuer Punkte, die eine neue Analogie mit der Brechung durch eine einige Fläche begründen; sie theilen sich nämlich in die Rolle des Krümmungsmittelpunktes einer solchen ähnlich, wie sich die Punkte E und E^* in die Rolle des Scheitels theilen. Die beiden Punkte, mit D und D^* bezeichnet, mögen Knotenpunkte heißen und liegen so, daß D^*F^* gleich dem Abstande FE ist, und daß D so weit vor D^* liegt, als E vor E^*. Denn es wird dadurch $D - E = D^* - E^* = -\dfrac{n^* - n^0}{k} =$ dem in Nr. 185 gefundenen Werthe des Halbmessers der hypothetischen einen brechenden Fläche, welche, abgesehen von einer Verschiebung längs der Axe, dieselbe Wirkung hervorbringt, wie die gesammten Flächen des Systems. Diese Punkte stimmen

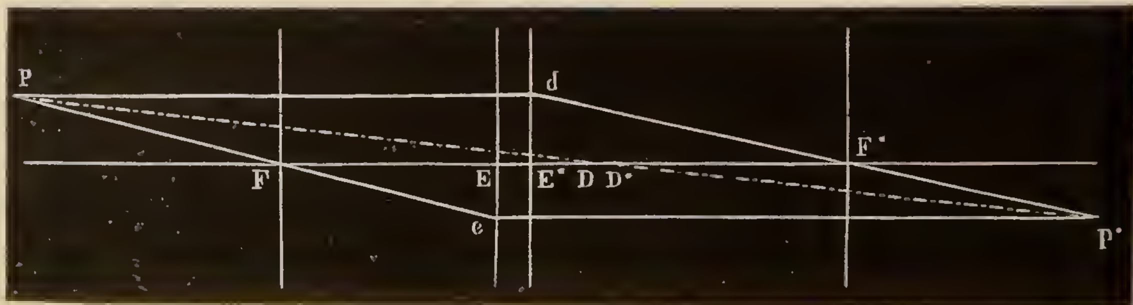
Fig. 75.



aber auch darin mit dem Krümmungsmittelpunkte einer brechenden Fläche überein, daß ein auf D zielender Strahl gleichsam ungebrochen ausfährt, d. h. er fährt in derselben nur um den Abstand DD^* längs der Axe verschobenen Richtung aus, oder mit anderen Worten, für einen durch D gehenden einfallenden Strahl fährt ein paralleler durch D^* gehender aus. Man nennt einen solchen, entsprechend der Bezeichnung für eine Brechung, einen Richtungsstrahl. Was die Vereinfachung der Construction durch die Einführung der neuen Punkte betrifft, so besteht sie darin, daß man den Punkt c nicht nöthig hat; denn man braucht jetzt bloß durch D^* eine zu ab parallele Gerade zu ziehen und ihren Durchschnittspunkt mit der F^*-Ebene e mit d zu verbinden. Die Zulässigkeit leuchtet ein, wenn man die alte Construction aus Nr. 187 hinzufügt (in der Fig. 75 durch punktirte Linien angedeutet) und bemerkt, daß $FceD^*$ ein Parallelogramm ist, dessen vollständige Zeichnung man ersparen kann.

Für einen beliebigen gegebenen Objectpunkt P den Bildpunkt P^* zu finden, ist nach den angegebenen Constructionen leicht, man braucht zu dem Ende eben nur für zwei willkürliche von P ausgehende Strahlen die ausfahrenden Strahlen zu construiren, ihr Durchschnitt ist das gesuchte Bild P^*. Am bequemsten wählt man zwei ausgezeichnete Strahlen, nämlich den Richtungsstrahl PD und den durch den ersten Brennpunkt gehenden Strahl PFc (Fig. 76). Statt des

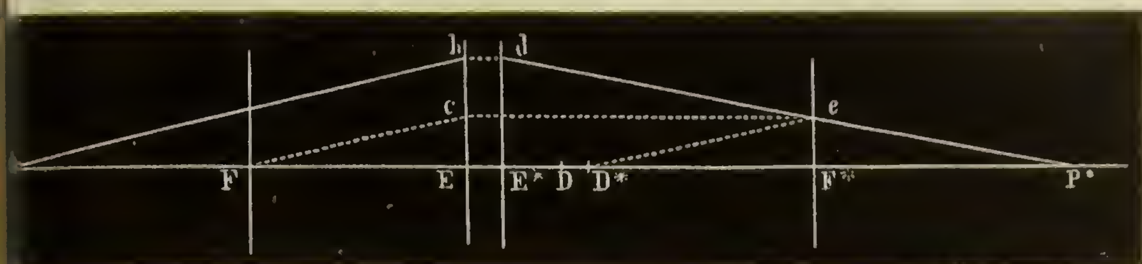
Fig. 76.



zweiten kann man auch den der Axe parallelen Strahl Pd wählen, welcher beim Ausfahren offenbar durch F^* gehen muß. Begreiflicherweise muß jedes Strahlenpaar zu demselben Punkte P^* führen, da ja von vornherein bewiesen wurde, daß alle von P ausgehende Strahlen sich in einem Punkte schneiden müssen. Für den Fall, daß der gegebene Objectpunkt auf der Axe liegt, werden natürlich die soeben gebrauchten Paare von ausgezeichneten Strahlen unbrauchbar, da alle drei mit der Axe selbst zusammenfallen; man muß daher irgend einen zweiten willkürlichen zu Hülfe nehmen. Das Bild muß jedenfalls in der Axe liegen, da der mit ihr auf seinem ersten Wege zusammenfallende Strahl alle Flächen senkrecht trifft, folglich ungebrochen durch das ganze System geht und immer noch mit der Axe zusammenfallend ausfährt. Wo also der zweite willkürlich gegriffene Strahl die Axe schneidet, da ist die P conjugirte Vereinigungsweite P^*; die Construction selbst erhellt aus Fig. 77. Aus allen den Fällen ergiebt sich noch der Satz, daß conjugirte Vereinigungsweiten allemal auf zusammengehörigen Richtungslinien liegen müssen, wie P und P^* auf den zusammengehörigen (parallelen) Richtungslinien PD und D^*P^* liegen.

Den als Beispielen gebrauchten Figuren liegt allen die Vorstellung eines [co]llectiven Systemes zu Grunde, dessen erstes und letztes Mittel von einander

Fig. 77.



[ve]rschieden sind. Ein solches System ist das menschliche Auge. Die Construc[ti]onsregel bleibt übrigens für andere, z. B. dispansive, Anordnungen Wort für [W]ort dieselbe, nur nehmen die ausgezeichneten Punkte andere gegenseitige Stel[lu]ngen ein, es braucht daher auf solche andere Anordnungen nicht näher ein[ge]gangen zu werden. Es bedarf namentlich auch der Umstand keiner eingehen[de]n Besprechung, daß die ganze Construction sich etwas vereinfacht, wenn im [S]ysteme das erste und letzte Mittel übereinstimmen, weil alsdann $E^*F^* =$ [E]F wird.

Zur Vervollständigung dieser Lehren gehört noch eine Umformung der 189
[(N]r. 183 gegebenen) Coordinatenwerthe des conjugirten Vereinigungspunktes [P]*, ausgedrückt in den Coordinaten des Objectpunktes P. Diese Umformung [lä]ßt nämlich noch eine letzte Analogie zwischen den Wirkungen eines brechenden [S]ystems und den Wirkungen einer einfachen Brechung sehen. Führt man in [di]e Nr. 183 gegebenen Ausdrücke für $\xi^*\eta^*\zeta^*$ statt N^0 und N^* ihre Werthe [au]sgedrückt in E und E^* (aus Gleichung 19) ein, so hat man:

$$\xi^* = E^* - \frac{n^*(E-\xi)}{n^0+k(E-\xi)};\ \eta^* = \frac{n^0\eta}{n^0+k(E-\xi)};\ \zeta^* = \frac{n^0\zeta}{n^0+k(E-\xi)}$$

[u]nd die erste dieser Relationen giebt:

$$\frac{n^0}{E-\xi} + \frac{n^*}{\xi^*-E^*} = -k;$$

[se]tzt man aber die nach entgegengesetzten Seiten gemessenen Entfernungen der [c]onjugirten Vereinigungspunkte von den Hauptebenen $E-\xi = p$, $\xi^* - E^* = p^*$ [u]nd nennt sie conjugirte Vereinigungsweiten, so hat man zwischen diesen die [R]elation $\frac{n^0}{p} + \frac{n^*}{p^*} = -k = \frac{n^0}{f} = \frac{n^*}{f^*}$, wodurch die Analogie mit der Bre[ch]ung an einer Fläche in die Augen springt.

Die in Nr. 184 gegebene lineare Vergrößerungszahl für das System [n]immt, vermöge der beiden letzten Ausdrücke, jetzt noch folgende Formen an:

$$m = \frac{n^0}{n^0+kp} = \frac{1}{1+\frac{k}{n^0}p} = \frac{1}{1-\frac{p}{f}} = \frac{f}{f-p}$$

$$= \frac{n^*+kp^*}{n^*} = 1 + \frac{k}{n^*}p^* = 1 - \frac{p^*}{f^*} = \frac{f^*-p^*}{f^*}.$$

Setzt man dagegen an die Stelle von N^0 und N^* in die Gleichungen ihr aus (23) genommenen Werthe in F und F^*, so hat man:

$$\xi^* = F^* + \frac{n^0 n^*}{kk\,(F - \xi)};\ \eta^* = \frac{n^0 \eta}{k\,(F - \xi)};\ \zeta^* = \frac{n^0 \zeta}{k\,(F - \xi)};$$

setzt man:

$F - \xi = \mathfrak{x}$ und $\xi^* - F^* = \mathfrak{y}$; d. h. $\mathfrak{x} = p - f$; $\mathfrak{y} = p^* - f^*$ so erhält man aus der ersten Gleichung $\mathfrak{x}\mathfrak{y} = ff^*$ oder $(p - f)\,(p^* - f^*) = ff^*$ (s. Nr. 171).

Zweites Capitel.

Das schematische Auge.

190 Es ist aus der Anatomie bekannt, daß der menschliche Augapfel in der Mitte von vorn nach hinten ganz durchsichtig ist, und daß auf dieser Richtung darin vier verschiedene durchsichtige Stoffe hinter einander liegen, die durch krumme Flächen von einander getrennt sind. Diese Stoffe sind der Hornhautstoff, die wässerige Feuchtigkeit, die Linsensubstanz und der Glaskörper. Die krummen Flächen, welche diese Stoffe sowie die ersten von der Luft trennen, sind keine Kugelabschnitte, sondern gehören anderen, complicirteren Oberflächen an, es fallen auch nicht, soweit sie wenigstens Rotationsflächen sind, die Axen derselben in eine gerade Linie. Sonach würden die im vorigen Capitel entwickelten Lehrsätze im Auge streng genommen keine Geltung haben. Es müßte vielmehr, wenn absolute mathematische Genauigkeit verlangt würde, die Lehre vom Gange der Lichtstrahlen im Auge auf einen Calcul gegründet werden von unübersehbarer Verwickelung, besonders wenn man noch dem anatomischen Umstande Rechnung tragen wollte, daß die ganze Linsenmasse keineswegs ein einziges brechendes Medium zwischen zwei Flächen eingeschlossen ist, sondern vielmehr selbst ein aus unzähligen Lamellen zusammengesetztes System ist, deren Brechungsindicees wenigstens nach der allgemeinen Annahme verschieden sind. Glücklicherweise weichen nun die Trennungsflächen des Auges — wenn auch mehr als die künstlichen Oberflächen guter Glaslinsen — doch sehr wenig von Kugeloberflächen ab. Man entfernt sich insbesondere nicht viel von der Wahrheit, wenn man kleine Stücke der brechenden Oberflächen des Auges als Kugelabschnitte ansieht. So kann man eine gerade Linie vom Scheitel der Hornhaut nach dem Mittelpunkte des gelben Fleckes der Netzhaut gezogen denken, die sogenannte Gesichtsaxe — sie führt diesen Namen zunächst aus rein physiologischen Gründen, die hier nicht erörtert werden können — und kann die zunächst um diese Linie herum gelegenen Theile der brechenden Flächen für Kugelabschnitte

lten lassen, deren Mittelpunkte auf der gedachten Linie liegen. Man hat damit benfalls eine erste Annäherung, die der Betrachtung mit großem Nutzen einst-eilen zu Grunde gelegt werden darf. Solche erste Annäherungen erlaubt man h in allen Zweigen der Physik und Mechanik. Die daraus gefolgerten Gesetze ähern sich in demselben Maße den wahren Gesetzen, als sich die zu Grunde ge-gten hypothetischen Thatsachen den wahren Thatsachen nähern. Die ange-ähert richtigen Gesetze dienen aber als sicherer Anhaltspunkt, an welchen die bweichungen, die von den in der Betrachtung ursprünglich nicht berücksichtigten influssen herrühren, gleichsam als »Störungen« eines ideal regelmäßigen Vor-anges anknüpfen lassen. In unserem Falle hat man aber um so mehr Berech-gung, eine solche erste Annäherung zu behandeln, als wirklich, wie schon be-erkt, der thatsächliche anatomische Befund nur sehr wenig davon abweicht und is ferner, wie wir weiter unten sehen werden, die daraus gefolgerten Gesetze ist genau die für das wirkliche Auge beobachtungsgemäß geltenden sind.

Erlaubt man sich nun in der That, die Scheiteltheile der brechenden Flä- 191
en des Auges für Kugelabschnitte zu nehmen, deren Mittelpunkte auf der Ge-chtsaxe liegen, so hat man das Auge in ein »centrirtes System sphäri-her brechender Flächen« im Sinne des vorigen Capitels verwandelt, wel-es wir ein »ideales« oder »schematisches« Auge nennen wollen. Auf eses können natürlich sofort alle Lehrsätze, die im vorigen Capitel abgeleitet urden, ohne Einschränkung angewandt werden. Ehe wir hierzu schreiten, mögen doch noch einige Bemerkungen Platz finden. Es kann nicht stark genug betont erden, und mag die Wiederholung dadurch gerechtfertigt sein, alle Entwicke-ngen, Lehrsätze und Formeln des vorigen Capitels gelten nur von denjenigen trahlen, welche sehr kleine (eigentlich unendlich kleine) Winkel mit der Axe lden und welche gleichzeitig die brechenden Flächen sehr nahe bei ihren Schei-ln treffen, so daß auch die »Einfallswinkel« aller Strahlen, das heißt so die Winkel, welche sie mit den zu ihren Einfallspunkten gezogenen Radien lden, sehr klein sind. Sieht man also z. B. die vorliegende Seite aus 2^{dm} ntfernung an und fixirt die Seitenzahl, so darf man nicht erwarten, daß die-nigen Strahlenbündel, welche das Bild des letzten Buchstaben der Seite bil-en, nach denselben Gesetzen die brechenden Medien des Auges durchlaufen, als ie, welche das Bild der fixirten Ziffer entstehen lassen, weil die Strahlen jener ı große Winkel mit der Axe einschließen; man kann daher auch das Bild dieses uchstabens gar nicht nach den gegebenen Regeln construiren. Aber auch von em Strahlenbündel, welches das Bild des fixirten Punktes bildet, weichen venigstens bei einigermaßen weiter Pupille) die äußersten Randstrahlen schon erklich von unseren Regeln ab, weil sie unter zu schiefen Winkeln auf die bre-enden Flächen fallen. Wenn diese Abweichung sich gleichwohl der Beobachtung ıtzieht, so hat das seinen Grund entweder in mangelhafter Genauigkeit der npfindenden Werkzeuge oder in einer besonderen noch nicht bekannten Einrich-ıng der brechenden Mittel. Nach unseren Regeln können also nur diejenigen strahlenkegel behandelt werden, welche von Punkten ausgehen, die rund um en fixirten (in der Gesichtsaxe gelegenen) Punkt ihm sehr nahe liegen, im Ver-

hältniß zu ihrer Entfernung vom Auge, und auch diese nur, wenn sie mit sehr kleiner Basis auf der Hornhaut stehen. Man kann das letztere auch so ausdrücken: die Anwendung der Regeln des vorigen Capitels zur Construction der Bilder im Auge setzt eine sehr enge Pupille voraus. Um sich ohne Weiteres von der Wahrheit dieser Bemerkungen zu überzeugen, bedenke man Folgendes: Die Bilder aller Punkte einer Ebene fallen nach unseren Regeln stets ebenfalls in eine Ebene; wäre also die Anwendung der Regeln nicht auf ein kleines Stück der Objectebene um ihren Durchschnittspunkt mit der Axe herum beschränkt, so müßten z. B. die Bilder sämmtlicher Buchstaben einer ziemlich nahe gesehenen gedruckten Seite alle in eine Ebene fallen. Dem kann aber nicht so sein; denn vorausgesetzt, daß man die Seite deutlich sieht, müssen die Bilder aller Buchstaben auf der gekrümmten Netzhaut liegen, und sie nehmen auf derselben unter der gemachten Voraussetzung über die Entfernung vom Auge einen so großen Raum ein, daß seine Krümmung keineswegs vernachlässigt werden kann. Man sieht hieraus schon, daß die mehr seitlichen Bilder nach ganz anderen Regeln gefunden werden müssen, und daß unsere Regeln nur auf solche Bilder Anwendung finden können, die auf ein Stück der Netzhaut in der Nähe des Axenpunktes fallen, das ohne namhaften Fehler mit einer zur Axe senkrechten Ebene zusammenfällt, d. h. aber wiederum nur auf solche Bilder, die von Strahlenbündeln herrühren, welche kleine Winkel mit der Axe machen. Wenn gleichwohl einige Gesetze über die der Axe benachbarten Bilder auch für mehr seitliche Bilder Geltung haben, so ist dies wenigstens nicht eine Folge der im vorigen Capitel gemachten Ableitungen, müßte vielmehr noch besonders erwiesen werden. So hat z. B. Volkmann durch sinnreiche und feine Versuche gezeigt, daß seitliche Bilder auf Richtungslinien zu suchen sind, die durch dieselben Knotenpunkte gezogen werden, welche für die Construction der mittleren Bilder als Hülfspunkte dienen. Aber dieser Umstand war nicht wohl aus der sphärischen Beschaffenheit der brechenden Flächen, wenigstens nicht aus den Rechnungen von Gauß, mit Bestimmtheit vorauszusagen, er hängt vielleicht sogar gerade mit der Abweichung von der Kugelgestalt zusammen.

192 Wollen wir nun in der That ein bestimmtes ideales Auge herstellen, um es den ferneren physiologisch-optischen Betrachtungen zu Grunde zu legen, so müssen zunächst den Constanten bestimmte Werthe beigelegt werden. Man könnte auf den ersten Blick versucht sein, Mittelwerthe aus zahlreichen Messungen der Constanten wirklicher Augen für die zweckmäßigsten zu halten. Bei näherem Zusehen überzeugt man sich jedoch, daß es vor Allem an einem Principe zur Feststellung solcher Mittelwerthe fehlt. Man könnte zweitens, und das wäre in der That vorzuziehen, die zusammengehörigen Constanten eines wirklichen Auges zu Grunde legen, indem man für die Halbmesser der einzelnen Kugelflächen die gemessenen Krümmungshalbmesser am Scheitel der wirklichen Flächen einsetzt und von der mangelhaften Centrirung geradezu abstrahirte. Nun sind aber nicht alle Constanten des lebenden Auges directer Messung zugänglich und deshalb muß man auch auf den zweiten Plan verzichten. Es bleibt nichts Anderes übrig als mit einer gewissen Willkür den optischen Constanten runde Zahlwerthe zu

en. Zwei Gesichtspunkte nur müssen bei ihrer Auswahl festgehalten werden nmal müssen die gewählten Größen im Bereich der bei gesunden Augen wirk- vorkommenden liegen. Zweitens müssen die willkürlich zusammengestellten ößen einen Apparat liefern, der sich optisch verhält wie ein auf ferne Objecte gestelltes, also normalsichtiges Auge in der Ruhe. Listing hat ein solches stem von optischen Constanten zusammengestellt und dafür die Lage der im igen Capitel besprochenen Punkte berechnet. Wir wollen auch unseren fer- en Untersuchungen dieses Listing'sche ideale Auge zu Grunde legen. Er t es übrigens nur aus vier Mitteln (mit Einschluß der umgebenden Atmo- äre) bestehen, die in dieser Reihe einander folgen: Luft, wässerige Feuchtigkeit, nsensubstanz, Glasfeuchtigkeit. Er erlaubt sich somit eine Vereinfachung, em er die wässerige Feuchtigkeit bis zur Vorderfläche der Hornhaut ausdehnt. euerdings hat Helmholtz*) die Zulässigkeit dieser Vereinfachung nachgewiesen. zeigt, daß die beiden Flächen der Hornhaut so annähernd parallel sind, daß Anwesenheit ihrer Substanz die Brechung nicht anders macht, als wenn sich ihrem Platze noch wässerige Feuchtigkeit befände. Innerhalb des ersten Mit- s dicht anliegend an der zweiten Trennungsfläche ist dann, wie im wirklichen, schematischen Auge die Blendung (Iris, Regenbogenhaut) zu denken, deren ntrale Oeffnung, die kreisförmige Pupille, nach Bedürfniß größer und kleiner macht werden kann. Eine weite Pupille läßt von jedem Punkte des Objectes en größeren Strahlenkegel zum Bilde beitragen und wird also bei schwacher uchtkraft des Objectes benutzt. Wir haben nach dieser Vereinfachung noch Constante zu bestimmen, nämlich die 4 Brechungsindices, die 3 Halbmesser r Trennungsflächen (Hornhaut, vordere Linsenfläche, hintere Linsenfläche) und e beiden Scheitelabstände, nämlich den Abstand des Hornhautscheitels vom cheitel der vorderen Linsenfläche und den Abstand des letzteren vom Scheitel r hinteren Linsenfläche. Wir bezeichnen nach der Weise des vorigen Capitels e vier Brechungsindices mit n^0, n', n'', n^*, die drei Halbmesser mit r^0, r', r^*, e Scheitelabstände mit $N' - N^0$ und $N^* - N'$. In Listing's idealem uge haben nun diese Größen folgende Werthe**):

$$n^0 = 1 \qquad r^0 = +\ 8 \qquad N' - N^0 = 4$$

$$n' = \frac{103}{77} \qquad r' = +\ 10 \qquad N^* - N' = 4$$

$$n'' = \frac{16}{11} \qquad r^* = -\ 6$$

$$n^* = \frac{203}{77}$$

iese Größen schließen sich, soweit sie directer Messung zugänglich sind, sehr gut nem erst neuerdings von Helmholtz***) gemachten Systeme von Messungen an

*) Gräfe's Archiv Bd. I. Abth. II.

**) Für die ganze Folge ist das Millimeter Linieneinheit.

***) Siehe in der oben citirten Abhandlung das mit B. P. bezeichnete Auge.

Ich setze dasselbe zur Vergleichung hierher mit dem Bemerken, daß zur Bestimmung der hinteren Krümmungshalbmesser eine Annahme über die Brechungsindices der davor liegenden Mittel gemacht werden mußte, daß diese Größen also eigentlich nicht das ganz reine Resultate directer Messung genannt werden können:

$$r^0 = + 7{,}646 \qquad N' - N^0 = 3{,}597$$
$$r' = + 8{,}8 \qquad N^* - N' = 3{,}635$$
$$r^* = - 5{,}13$$

Die vordere Hornhautfläche wich in diesem Auge folgender Art von der Kugelgestalt ab: Der horizontale Meridianschnitt war eine Ellipse, deren große Halbaxe = 10,100 deren kleine Halbaxe = 8,788 war, das Quadrat der Excentricität war somit = 0,2430; die große Axe fiel nicht genau mit der Gesichtsaxe zusammen, sondern bildete mit derselben nach vorn (schläfenwärts abweichend) einen Winkel von 6° 45′. Der Durchmesser der Hornhautbasis betrug in demselben Auge 11,640, sowie der Abstand des Scheitels von der Basis 2,531. Diese Verhältnisse sind dargestellt in Fig. 85 auf der linken Seite der lothrechten Linie, die mit F bezeichnet ist. Was die Brechungsindices betrifft, so stimmen die in obigem Täfelchen ihnen beigelegten Werthe ebenfalls ganz gut zu einer erst kürzlich über diesen Gegenstand angestellten Untersuchung von Krause. Er fand im Mittel aus zwanzig Versuchen den Brechungsindex

der Hornhautsubstanz	= 1,3507
des humor aqueus	= 1,3420
des corpus vitreum	= 1,3485
des stratum externum lentis	= 1,4053
des stratum medium lentis	= 1,4294
des nucleus lentis	= 1,4541

wobei der Brechungsindex des Wassers = 1,334240 angenommen wurde. Daß die Brechungsindices durch 18stündiges Liegen nach dem Tode (so lange hatten die benutzten Augen gelegen) nicht merklich verändert würden, davon überzeugte sich Krause durch Controlversuche an Kalbsaugen. In den zwanzig einzelnen Versuchen kommen nun Werthe für die Brechungsindices des humor aqueus und des corpus vitreum vor, die größer und die kleiner sind als die oben dafür angenommenen.

Die als Brechungsindex der Linse angenommene Zahl $\frac{16}{11}$ übertrifft den mittleren Brechungsindex selbst des Linsenkernes noch um etwas in der vierten Decimale. In der That würde aber dies principiell gerechtfertigt sein, wenn man eine aus immer stärker brennenden Schichten zusammengesetzte Linse durch eine congruente homogene optisch ersetzen wollte; man müßte dieser einen größeren Brechungsindex beilegen als selbst der stärkst brechenden Schicht jener. Man

rfte nicht den mittleren Brechungsindex der verschiedenen Schichten der ganzen
ubstanz der substituirten homogenen Linse beilegen. Im Allgemeinen ein-
ichtend wird dieser Satz ohne weitere Rechnung schon durch die einfache Be-
erkung, daß die inneren Schichten der Linse nicht nur durch ihre stärkere
rechkraft, sondern auch durch ihre stärkere Convexität für die Ablenkung der
chtstrahlen in erhöhtem Maße wirken. Theoretisch hat übrigens auch Senff
esen Satz bestätigt. Siehe Volkmann Art. Sehen in Rud. Wagner's
andwörterbuch der Physiologie S. 290.

Kehren wir zu den Constanten des schematischen Auges zurück und berech- 193
en wir daraus nach Anleitung des vorigen Capitels die mit g, h, k, l be-
ichneten Größen.

Man hat

$$n' - n^0 = +\frac{26}{77}$$

$$n'' - n' = +\frac{9}{77}$$

$$n^* - n'' = -\frac{9}{77}$$

nd somit nach Glg. (5)

$$u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0} = -\frac{26}{77}\cdot\frac{1}{8} = -\frac{13}{308} = -0{,}0422078$$

$$u' = -\frac{n'' - n'}{r'} = -\frac{9}{77}\cdot\frac{1}{10} = -\frac{9}{770} = -0{,}0116883$$

$$u^* = -\frac{n^* - n''}{r^*} = -\frac{9}{77}\cdot\frac{1}{6} = -\frac{3}{154} = -0{,}0194805$$

$$t' = \frac{N' - N^0}{n'} = +\frac{4.77}{103} = +\frac{308}{103} = +2{,}9902913$$

$$t^* = \frac{N^* - N'}{n''} = +\frac{4.11}{16} = +\frac{11}{4} = +2{,}7500000$$

Aus diesen Größen, deren Werthe wir hier nebst ihren Logarithmen noch
nmal in der Ordnung u^0, t', u', t^*, u^* hersetzen*),

---

*) In den drei Logarithmen für u bedeutet die Kennziffer $\overline{8}$, daß von dem Lo-
arithmus mit der Kennziffer 8 die Zahl 10 oder von dem Logarithmus gleicher
Mantisse und der Kennziffer 0 die Zahl 2 abgezogen werden muß. Das angefügte
bedeutet, daß die zugehörige Zahl negativ ist.

$$u^0 = -0{,}0422078 \qquad \log u^0 = \overline{8}{,}6253927_n$$
$$t' = +2{,}9902913 \qquad \log t' = 0{,}4757135$$
$$u' = -0{,}0116883 \qquad \log u' = \overline{8}{,}0677518_n$$
$$t^* = +2{,}7500000 \qquad \log t^* = 0{,}4393327$$
$$u^* = -0{,}0194805 \qquad \log u^* = \overline{8}{,}2896006_n$$

sind nun nach (98) die vier Größen g, h, k, l für unser schematisches Auge zu berechnen.

Aus (98) und den Entwickelungen Nro. 182 haben wir

$$g = (u^0, t', u', t^*) = u^0\, t'\, u'\, t^* + u'\, t^* + u^0\, t^* + u^0\, t' + 1\ .$$
$$h = (t', u', t^*) = t'\, u'\, t^* + t^* + t'$$
$$k = (u^0, t', u', t^*, u^*) = u^0\, t'\, u'\, t^*\, u^* + u'\, t^*\, u^* + u^0\, t^*\, u^* + u^0\, t'\, u^* + u^0\, t'\, u' + u^* + u' + u^0$$
$$l = (t', u', t^*, u^*) = t'u't^*u^* + t^*\, u^* + t'\, u^* + t'\, u' + 1$$

und hiernach folgende Rechnung

für g:

$\log u^0$	$8{,}6253927_n$		
$\log t'$	$0{,}4757135$		
$\log u'$	$\overline{8}{,}0677518_n$		
$\log t^*$	$0{,}4393327$		
$\log u^0\, t'\, u'\, t^*$ ...	$\overline{7}{,}6081907$	und	$u^0\, t'\, u'\, t^* = +0{,}0040569$
$\log u'\, t^*$	$\overline{8}{,}5070845_n$		$u'\, t^* = -0{,}0321429$
$\log u^0\, t^*$	$\overline{9}{,}0647254_n$		$u^0\, t^* = -0{,}1160714$
$\log u^0 t'$	$\overline{9}{,}1011062_n$		$u^0\, t' = -0{,}1262136$
			$1 = +1{,}0000000$
			$g = +0{,}7296290$

für h:

$\log t'$	$0{,}4757135$		
$\log u'$	$\overline{8}{,}0677518_n$		
$\log t^*$	$0{,}4393327$		
$\log t'\, u'\, t^*$	$\overline{8}{,}9827980_n$	und	$t'\, u'\, t^* = -0{,}0961165$
			$t^* = +2{,}7500000$
			$t' = +2{,}9902913$
			$h = +5{,}6441748$

r k:

$\log u^0$	$\overline{8},6253927_n$	
$\log t'$	$0,4757135$	
$\log u'$	$\overline{8},0677518_n$	
$\log t^*$	$0,4393327$	
$\log u^*$	$\overline{8},2896006_n$	
$\log u^0 t' u' t^* u^*$.	$\overline{5},8977913_n$	und $u^0 t' u' t^* u^* = -0,0000790$
	$\overline{8},0677518_n$	
	$0,4393327$	
	$\overline{8},2896006_n$	
$\log u' t^* u^*$	$\overline{6},7966851$	$u' t^* u^* = +0,0006261$
	$\overline{8},6253927_n$	
	$0,4393327$	
	$\overline{8},2896006_n$	
$\log u^0 t^* u^*$	$\overline{7},3543260$	$u^0 t^* u^* = +0,0022611$
	$\overline{8},6253927_n$	
	$0,4757135$	
	$\overline{8},2896006_n$	
$\log u^0 t' u^*$	$\overline{7},3907068$	$u^0 t' u^* = +0,0024587$
	$\overline{8},6253927_n$	
	$0,4757135$	
	$\overline{8},0677518_n$	
$\log u^0 t' u'$	$\overline{7},1688580$	$u^0 t' u' = +0,0014752$
		$u^* = -0,0194805$
		$u' = -0,0116883$
		$u^0 = -0,0422078$
		$+0,0068211$
		$-0,0734556$
		$k = -0,0666345$

für l:

$$\begin{array}{ll}
\log t' \ldots\ldots\ldots & 0{,}4757135 \\
\log u' \ldots\ldots\ldots & \overline{8},0677518_n \\
\log t^* \ldots\ldots\ldots & 0{,}4393327 \\
\log u^* \ldots\ldots\ldots & \overline{8},2896006_n \\
\hline
\log t' u' t^* u^* \ldots & \overline{7},2723986 \\
\log t^* u^* \ldots\ldots & \overline{8},7289333_n \\
\log t' u^* \ldots\ldots & \overline{8},7653141_n \\
\log t' u' \ldots\ldots & \overline{8},5434653
\end{array}$$

und

$$\begin{array}{rl}
t' u' t^* u^* = & +0{,}0018724 \\
t^* u^* = & -0{,}0535714 \\
t' u^* = & -0{,}0582524 \\
t' u' = & -0{,}0349515 \\
1 = & +1{,}0000000 \\
\hline
l = & +0{,}8550971
\end{array}$$

Die gefundenen Werthe der vier Constanten g, h, k, l nebst ihren Logarithmen sind also:

$$\begin{array}{ll}
g = +0{,}7296290 & \log g = \overline{9},8631021 \\
h = +5{,}6441748 & \log h = 0{,}7516005 \\
k = -0{,}0666345 & \log k = \overline{8},8236992_n \\
l = +0{,}8550971 & \log l = \overline{9},9320155.
\end{array}$$

Zur Controle mittelst der Gleichung $gl - hk = 1$ hat man

$$\begin{array}{ll}
\log gl \ldots\ldots & \overline{9},7951176 \\
\log hk \ldots\ldots & \overline{9},5752997_n
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
gl = & 0{,}6239038 \\
-hk = & 0{,}3760969 \\
\hline
gl - hk = & 1{,}0000007
\end{array}$$

bis zur sechsten Decimale genau.

Die zur Berechnung der Hauptpunkte dienenden Hülfsgrößen ϑ und ϑ^* (in Gleichung 20) nehmen hiernach die Werthe an

$$\vartheta = \frac{1-l}{k} = -2{,}1746,$$

$$\vartheta^* = \frac{1-g}{k} = -4{,}0575.$$

so daß nach (19) sich ergiebt:

$$E_1 - N^0 = -n^0 \vartheta = +2{,}1746,$$
$$N^* - E_1^* = -n^* \vartheta^* = +5{,}4276,$$

d. h. der erste Hauptpunkt liegt $2{,}1746^{mm}$ hinter dem Scheitel der Hornhaut und der zweite Hauptpunkt liegt $5{,}4276^{mm}$ vor dem Scheitel der hinteren Linsenfläche. Da aber dieser selbst 8^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt, so ist der Abstand beider Hauptpunkte von einander $E^* - E = \varepsilon = 0{,}3978^{mm}$

Die zur Bestimmung der Brennpunkte dienenden Hülfsgrößen (24) sind:

$$\vartheta = -\frac{l}{k} = +12{,}8326,$$

$$\vartheta^* = -\frac{g}{k} = +10{,}9497;$$

an hat folglich nach Glg. (23):

$$N^0 - F = n^0 \vartheta = 12{,}8326,$$
$$F^* - N^* = n^* \vartheta^* = 14{,}6470.$$

ie erstere dieser beiden Größen, welche angiebt, um wieviel der vordere Brenn-unkt vor der Hornhaut liegt, vermehrt um 2,1746, d. h. um den Abstand des sten Hauptpunktes von der Hornhaut, giebt die erste Brennweite f. Ebenso giebt e zweite Größe, vermehrt um 5,4276 die zweite Brennweite f^*. Man hat also:

$$E - F = f = 15{,}0072,$$
$$F^* - E^* = f^* = 20{,}0746,$$

elche Größen die Relation

$$\frac{f^*}{f} = \frac{n^*}{n^0} = \frac{133}{77}$$

erificiren.

Die Lage der in Nr. 188 definirten Knotenpunkte ergiebt sich endlich noch

$$D - E = D^* - E^* = f^* - f = +5{,}0674,$$

olglich

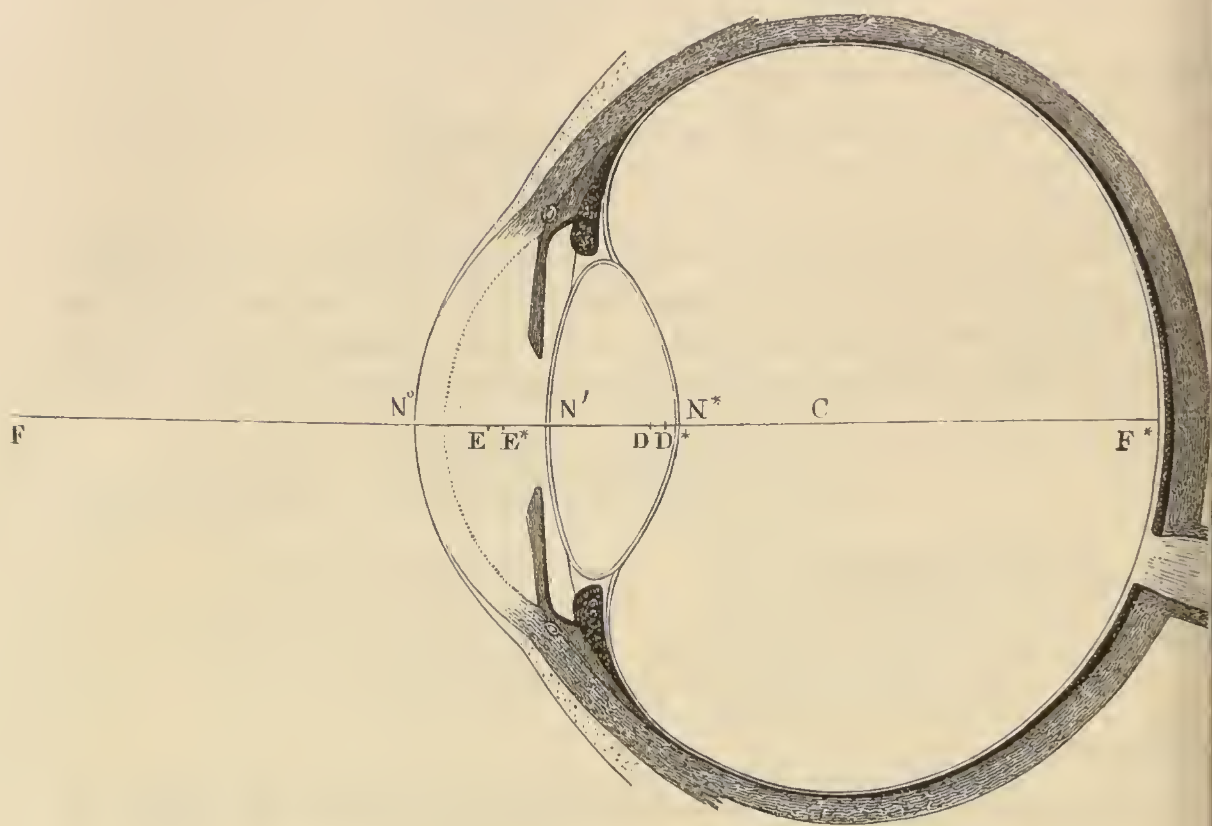
$$D - N^0 = +7{,}2420,$$
$$N^* - D^* = +0{,}3602.$$

a also der erste Knotenpunkt 7,2420^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt, liegt er 0,7580^{mm} vor der Hinterfläche der Linse und um 0,3978^{mm} ent-rnt von dem 0,3602 vor derselben Fläche liegenden zweiten Knotenpunkt, enau wie es die Aequidistanz der Haupt- und Knotenpunkte verlangt.

Das schematische Auge sollte aber nach der obigen Definition für sehr rne Objecte eingestellt sein, d. h. parallele Strahlenbündel auf der Netzhaut ereinigen. Es muß also der Mittelpunkt der Netzhaut mit dem hinteren Brenn-unkte F^* zusammenfallen. Es ergiebt sich aber aus dem Vorstehenden, daß er Brennpunkt F^* 22,6470^{mm} hinter dem Hornhautscheitel liegt. Wird er Netzhautmittelpunkt ebensoweit vom Hornhautscheitel entfernt gedacht, so hließt sich diese Annahme recht gut mittleren Ergebnissen directer Messungen n; solche stellen nämlich die ganze Länge des Augapfels von hinten nach vorn, om Hornhautscheitel bis zum diametral gegenüberliegenden Punkte der Außen-äche der Sclerotica etwa = 24,25^{mm} heraus, so daß man etwa noch 1,6^{mm} uf die Dicke der Sclerotica zu rechnen hätte.

Die hier abgeleiteten Orte der optischen Cardinalpunkte stellt Fig. 79 *) in einem Horizontalschnitte des rechten schematischen Auges von oben betrachtet

Fig. 79.



in dreimaliger Linearvergrößerung dar. *C* ist noch der Drehpunkt des Auges, 12mm vom Hornhautscheitel entfernt.

Die Lage der sämmtlichen bemerkenswerthen Punkte stellt sich in folgender Zahlentabelle übersichtlich dar, wo die Abscissenwerthe derselben auf der Axe gemessen zusammengestellt sind, und wo der Coordinatenursprung in den Scheitel der Hornhaut verlegt ist:

$F = -12{,}8326$	$D = 7{,}2420$
$N^0 = 0$	$D^* = 7{,}6398$
$E = +2{,}1746$	$N^* = 8$
$E^* = 2{,}5724$	$C = 12$
$N' = 4$	$F^* = 22{,}6470$

194 Weil der Abstand der Hauptpunkte, also auch der ihm gleiche Abstand der Knotenpunkte, wie sich aus vorstehender Rechnung gefunden hat, überaus klein ist, so kann man, ohne der Genauigkeit der meisten weiter zu führenden dioptri-

*) Da es hier vorzugsweise auf Darstellung der Haupt-, Knoten- und Brennpunkte abgesehen war, so habe ich die von Listing gegebene Zeichnung nicht nach den neueren Forschungen über Lage der Iris corrigiren zu müssen geglaubt.

hen Untersuchungen erheblichen Abbruch zu thun, das Auge auf eine einzige phärische, brechende Fläche reduciren, in welcher unmittelbar das erste Mittel Luft) mit dem Brechungsindex 1, und das letzte Mittel (Glasfeuchtigkeit) mit em Brechungsindex $\frac{103}{77}$ an einander gränzen. Allgemein — und das verient hier noch einmal hervorgehoben zu werden, weil manche physiologisch opsche Untersuchungen von dem entgegengesetzten Irrthum auszugehen scheinen — t es zwar niemals möglich, eine einzige sphärische Fläche irgendwo, mit rgend welchem Radius und mit irgend welchen Brechungsindicees ufzustellen, die dioptrisch genau dasselbe leistet, wie ein System von mehreren rechenden Flächen. Vielmehr wurde schon oben gezeigt, daß man immer nur ie Brechung eines Systems reduciren kann auf die Brechung an einer einzigen läche (resp. unendlich dünnen Linse) mit Verschiebung der ausfahrenden Strahenbündel längs der Axe um die Entfernung der Hauptpunkte; weil aber eben m Falle des Auges diese Verschiebung außerordentlich gering ist, so ist die hier Rede stehende Reduction erlaubt.

Es leuchtet ein, daß, wenn bei dieser Reduction an Stelle der sechs Punkte F, E, E^*, D, D^*, F^* vier gesetzt werden, das reducirte Auge dem ursprüngichen dann in dioptrischer Hinsicht am ähnlichsten sein wird, wenn die beiden Brennpunkte ihren Platz behalten und die beiden Paare E, E^* und D, D^* in wei einfache Punkte E' und D' so verschmolzen werden, daß das Verhältniß er Brennweiten f und f^* ungeändert $= n^0 : n^*$ bleibt. Dies geschieht offenar, wenn man den Punkt E' so zwischen E und E^*, sowie den Punkt D' so wischen D und D^* setzt, daß sie die beiden Interstitien im Verhältnisse der Brechungsindicees $n^0 : n^*$ oder der Brennweiten $f : f^*$ theilen. Die Theilung ann leicht durch Rechnung oder auch durch Construction gefunden werden; man at insbesondere den Abstand $EE' = \frac{n^0}{n^0 + n^*} \cdot \varepsilon$, woraus die anderen Gröen unmittelbar folgen. Die neuen Brennweiten $E' - F$ und $F^* - E'$ ollen f' und f'' heißen und verhalten sich also wieder wie $n^0 : n^*$. Die Ausührung der angedeuteten sehr einfachen Rechnungen ergiebt für das reducirte Auge, in analoger Weise ausgedrückt, wie oben die Coordinaten der wesentlichen Punkte:

$$
\begin{aligned}
F &= -\ 12{,}8326 \\
N^0 &= 0 \\
E' &= +\ 2{,}3448 \\
D' &= +\ 7{,}4696 \\
C &= +\ 12 \\
F^* &= +\ 22{,}6470.
\end{aligned}
$$

Die Bedeutung der so vorgenommenen Reduction ist nun näher diese, daß bei en meisten numerischen Bestimmungen des Ganges der Lichtstrahlen im Auge nit hinreichender Genauigkeit und Annäherung der Sehapparat angesehen weren kann als bestehend aus einer brechenden Substanz, begränzt von einer sphäischen convexen Oberfläche vom Radius 5,1248^{mm} und begabt mit einem Bre-

chungsindex $\frac{103}{77}$. Der Scheitel der eingebildeten brechenden Oberfläche fäll nämlich in den Hauptpunkt E' (wie aus den früher hervorgehobenen Analogie erhellt) und ihr Krümmungsmittelpunkt in den Knotenpunkt D', so daß $D' - E$ $= 5,1248$ der Halbmesser der eingebildeten Fläche ist. Es rückt also gleichsan die Oberfläche des Auges um $2,3448^{mm}$ rückwärts, ihr Halbmesser zieht sic von 8^{mm} auf $5,1248$ zusammen, und den drei durchsichtigen Medien wird ei einziges mit dem Brechungsindex der Glasfeuchtigkeit (nahe dem des Wassers substituirt. Die bestimmten soeben angegebenen Zahlen haben natürlich nu Sinn für ein Auge mit genau vorausgesetzten Constanten, sie können daher wenn es sich um quantitative dioptrische Discussionen handelt, auch bis auf zwe Stellen abgerundet werden. Man würde ja in der That immer ein Systen von ursprünglichen Constanten finden können, das ebenso wie das vorausgesetzt im Bereiche der Möglichkeit läge und gerade zu den abgerundeten Zahlen führte

195 Schon früher wurde diese Reduction öfters in Vorschlag gebracht, un namentlich hat sie Volkmann in mehreren seiner optischen Abhandlungen an gewandt. Er hat dem Knotenpunkte D' den sehr passenden Namen »Kreu zungspunkt der Richtungsstrahlen« gegeben, der seitdem in allgemeinen Gebrauc gekommen ist, und dessen auch wir uns fernerhin bedienen werden. Von jeden leuchtenden Punkte außerhalb geht (freilich nur mit der annähernden Genauig keit, die der soeben vollführten Reduction des Auges überhaupt eigen ist) ei Strahl ungebrochen durch das Auge, und zwar eben der, welcher auf den Punk D', den Mittelpunkt der (eingebildeten) brechenden Fläche, zielt, weil er dies senkrecht trifft. Dieser Strahl verdient in der That den Namen Richtungsstrah oder Richtungslinie. Der Durchschnitt der Richtungslinie mit der Netzhaut is das Bild des Punktes, vorausgesetzt, daß dasselbe überhaupt auf der Netzhau liegt, oder daß das Auge der Entfernung des Punktes angepaßt ist. Umgekehr versetzt die Seele einen Reiz in der durch den gereizten Netzhautpunkt gezogene Richtungslinie nach außen. Es kann hier natürlich nicht die vielfach ventilirt Frage nach der Entstehung dieses Principes behandelt werden, sie gehört in di Nervenphysiologie, vielleicht sogar in die Psychologie, jedenfalls nicht in di Physik. Wir brauchen es hier nur lemmatisch als eine der Seele des Er wachsenen, sei es anerworbene, sei es angeborene Eigenschaft, hinzustellen. Wi fügen noch hinzu, daß man den Winkel zwischen zwei Richtungslinien de Gesichtswinkel nennt. So sagt man, eine Linie erscheint unter dem Gesichts winkel von n Graden, wenn die durch ihre beiden Endpunkte gezogenen Rich tungslinien einen Winkel von n Graden einschließen. Ebenso kann aber auc gesprochen werden von dem Gesichtswinkel, unter dem ein subjectiver Reiz au der Netzhaut erscheint, oder ein von objectivem zwar veranlaßter, aber nicht durc ein richtiges dioptrisches Bild hervorgebrachter, das Punkt für Punkt einen äußeren Gegenstande entspricht. Endlich ist über die Richtungslinien noch z bemerken, daß von zwei auf einer Richtungslinie liegenden Punkten im wohl adaptirten Auge der nähere den ferneren verdeckt, weil ihre Bilder auf dieselb Netzhautstelle fallen; aus sogleich erhellenden Gründen wird davon abgesehen

ß streng genommen nicht beide zugleich scharfe Bilder auf der Netzhaut ent-
rfen können.

Wir können das reducirte Auge sofort benutzen zu einigen allgemeinen 196
trachtungen über Schärfe des Sehens. Es muß jedoch zuvor an einige all-
mein bekannte physiologische Säße erinnert werden. Man weiß, daß zum Zu-
ndekommen einer Gesichtswahrnehmung der Netzhaut ein Lichtreiz von gewisser
tensität zukommen muß, und daß verschiedene Augen sehr verschiedener Inten-
äten zu diesem Zwecke bedürfen, ein Auge, für welches das Minimum von
chtreiz, das noch eine Gesichtswahrnehmung hervorbringt, abnorm groß ist,
nnen wir bekanntlich amblyopisch oder stumpfsichtig. Wir stellen uns ein in
ser Beziehung normales Auge vor. Die Netzhaut besteht aus mehreren
chichten, deren hinterste (äußerste), die sogenannte Stäbchenschicht, das eigentlich
htpercipirende*) Organ ist, sie besteht mosaikartig aus empfindenden Elemen-
, deren jedes nur eine einzige einheitliche Wahrnehmung in jedem Augenblicke
fzufassen im Stande ist. Mögen noch so viele qualitativ verschiedene Reize
n Stäbchen treffen, die Empfindung ist eine Einheit — eine Resultirende aus
n Reizen. Der Grad der Schärfe des Sehens — das dürfte wohl den Sinn
Sprachgebrauche am allgemeinsten und richtigsten treffen —, ist nun nichts
nderes als der Grad von Erkenntniß, welchen uns eine Gesichtswahrnehmung
n dem die Wahrnehmung veranlassenden Objecte verschafft. Dieser Grad
ngt aber offenbar von mehreren Bedingungen ab, vor Allem ist ein rein psy-
scher Factor, von dem in der Physiologie öfters gesprochen werden muß, nicht
überſehen; die Erkenntniß ist nämlich offenbar um so weniger vollständig, je
niger die Seele die von den einzelnen empfindenden Elementen gelieferten
npfindungselemente zurechtzulegen weiß. Wir können den Einfluß dieses Fac-
s hier nicht ergründen, da er nicht unserem Gebiete angehört. Wir brauchen
er auch schon deswegen gar nicht davon zu sprechen, da wir zunächst nur die
chärfe des sogenannten directen Sehens im Auge haben. So nennen wir
kanntlich das Sehen, welches durch Bilder vermittelt wird, die auf einer ganz
sonders ausgezeichneten, dem Hornhautscheitel diametral gegenüberliegenden Stelle
r Netzhaut liegen. In den Empfindungselementen dieser Stelle weiß aber —
s ist ausgemacht — die Seele unbedingt Bescheid.

In zweiter Linie hängt die Schärfe des Sehens von physiologischen Fac-
ren ab, und zwar wohl wesentlich von zweien, von der Empfindlichkeit und
n der Dichtheit der Elemente. Es ist ohne Weiteres klar, daß ein Auge mit
npfindlicherer Netzhaut ceteris paribus mehr Kenntniß von einem Objecte ver-
affen kann, als ein solches mit weniger empfindlicher Netzhaut. Es kann sich
mlich ereignen, daß ein leuchtender Punkt so wenig Licht in beide Augen
ndet, daß die Summe des Reizes nicht mehr hinreicht, um in dem weniger
npfindlichen Auge eine Empfindung anzuregen, während dies in dem anderen

*) Es ist wohl erlaubt, an diesem Orte, wo eigentlich physiologische Fragen
cht verhandelt werden, die freilich noch nicht streng bewiesene Ansicht, die im
ugenblicke herrscht, als feststehend anzunehmen.

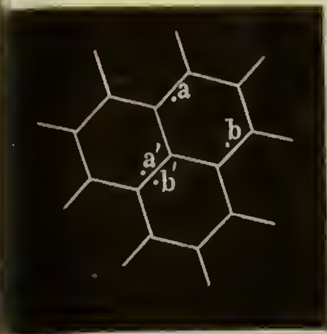
wohl noch geschieht. Der Punkt würde in einem solchen Falle von dem weniger empfindlichen Auge gar nicht mehr zur Kenntniß gebracht. Oder es werden auch qualitative Verschiedenheiten benachbarter Punkte von dem empfindlicheren Auge noch als solche aufgefaßt, die dem unempfindlicheren entgehen. Was zweitens die Dichtheit der Elemente betrifft, so hat es damit ganz dieselbe Bewandtniß wie mit der Dichtheit der Nervenendigungen in der Haut. Man weiß nach den Versuchen von Weber, daß zwei in einer gewissen Entfernung von einander befindliche Spitzen, an der einen Stelle (wo die Empfindungselemente dichter sind) gegen die Haut gedrückt, bestimmt als zwei getrennte Punkte empfunden werden, während sie an einer anderen Stelle (mit weniger dichten Empfindungselementen) nur eine einheitliche Empfindung veranlassen. Ebenso können zwei getrennte Punkte ein und desselben optischen Bildes bei dicht gedrängten Empfindungselementen auf zwei verschiedene fallen und daher zwei Empfindungen anregen, während sie vielleicht bei weniger dicht gedrängten (größeren) Empfindungselementen auf ein einziges fallen und folglich zu einer aus den Qualitäten beider Punkte gemischten Empfindung beitragen. Offenbar ist die durch das Auge gelieferte Erkenntniß im ersten Falle größer als im zweiten, d. h. die Schärfe des Sehens der Dichtheit der Empfindungselemente proportional.

Die dritte Reihe von Bedingungen für die Schärfe des Sehens sind die physikalischen. Sind nämlich alle die vorerwähnten Bedingungen so vollständig wie möglich erfüllt, so wird das auf der Netzhaut entworfene optische Bild möglichst vollkommen percipirt und von der Seele gedeutet; aber wenn dadurch die Erkenntniß eines äußeren Gegenstandes gefördert werden soll, so muß noch außerdem das optische Bild selbst dem Gegenstande Punkt für Punkt entsprechen. Da das schematische Auge ein centrirtes System sphärischer brechender Flächen ist, so kann darin das Bild auf dem zur Axe senkrechten ebenen (centralen) Netzhautstücke dem Objecte nur dann Punkt für Punkt entsprechen, wenn die Punkte des Objectes alle in einer zur Axe des Systems senkrechten Ebene liegen. Es ist nun zwar möglich, daß im wirklichen Auge für die seitlichen Theile des Sehfeldes andere Gesetze gelten, aber auf die mittleren Theile desselben, die wir hier allein in Betracht ziehen, ist unzweifelhaft das soeben Gesagte anwendbar.

197 Um das in voriger Nummer Angedeutete weiter auszuführen, wollen wir jetzt annehmen, in einer solchen Ebene, für welche das Auge gerade eingerichtet ist, lägen zwei leuchtende Punkte, während das übrige Sehfeld absolut dunkel wäre. Wir nehmen weiter an, diese beiden Punkte, die Anfangs in einer gegen ihren Abstand vom Auge nicht verschwindend kleinen Entfernung von einander lagen, rückten immer näher an einander. Da ihre Bilder ebenfalls immer näher an einander rücken, so kann es zuletzt dahin kommen, daß sie beide auf ein empfindendes Element — auf ein Stäbchen — fallen und nicht mehr als gesonderte Eindrücke empfunden werden. Es fragt sich, ob die Entfernung, bei welcher dies eintritt, eine bestimmte ist und benutzt werden kann als Maßstab für die Schärfe des Sehens. Offenbar nicht für ein Auge, das optisch vollkommen ist, wie wir es uns hier denken. Diese Entfernung wird nämlich von der jeweiligen Lage der Bilder auf der Netzhaut abhängen. Denken

uns z. B. die Stäbchen im Querschnitte sechseckig, wie in Fig. 79, so können die beiden Bilder (folglich auch die Objectpunkte), wenn sie wie bei a' und b' liegen, viel näher aneinanderrücken, ohne daß sie auf ein Stäbchen fallen und zusammenschmelzen, als wenn sie wie bei a und b liegen. Man sieht aus dieser Betrachtung, daß sich vor der Hand keine bestimmte Gränze angeben läßt, selbst wenn man alle Abmessungen der Elemente hätte, bei welcher das Zusammenschmelzen der Eindrücke stattfinden müßte.

Fig. 79.



Ein anderer Maßstab für die Schärfe des Sehens ist einem anderen Vorwurfe ausgesetzt. ir wollen uns die ganze Ebene, deren Punkte ihre Bilder in der empfindenden tzhautschicht entwerfen (für deren Entfernung also das Auge eingestellt ist), ichtend vorstellen bis auf einen kreisförmigen Fleck. Es wird alsdann ebenso ı kreisförmiger Fleck der Netzhaut unbeleuchtet bleiben, der als schwarzer Kreis hellen Felde gesehen wird. Man könnte versucht sein, zu glauben, daß man i abnehmendem Durchmesser dieses Kreises zu einer ganz bestimmten Gränze mmen müßte, bei welcher der schwarze Kreis mit Nothwendigkeit verschwindet. iese Gränze wäre nämlich die, bei welcher das Bild des Kreises so groß als der uerschnitt eines Empfindungselementes ist. Verkleinert man den Kreis noch er diese Gränze hinaus, so kann sein Bild kein ganzes Empfindungselement ehr decken und alle werden von Lichtreiz getroffen, so daß keines mehr »schwarz hen« kann. Indessen sieht man sofort, daß auch diese Gränze keine vollkomen bestimmte ist, denn wenn das Bild des schwarzen Kreises auch kleiner ist ls ein Empfindungselement, so deckt es doch ein solches wenigstens zum Theil nd entzieht ihm einen Theil der Reizquantität, welche die anderen empfangen, daß das bedeckte Element wenigstens eine quantitativ andere Empfindung eranlaßt, die sich immer noch hinlänglich von den übrigen auszeichnen kann, m den schwarzen Kreis sehen zu lassen. Nach den neuesten mikroskopischen ntersuchungen der Netzhaut besteht die Stäbchenschicht im gelben Flecke (der erade die am besten sehende Stelle, von der hier immer die Rede war, ist) bloß us sogenannten Zapfen, deren Durchmesser, wenn sie als cylindrisch gedacht erden, zu 0,0024‴, also etwa = 0,005mm angegeben wird. Die Entfernung es Knotenpunktes von der Netzhaut wurde oben ungefähr = 15mm gefunden. Venn demnach das Bild eines schwarzen Kreises noch ein ganzes Stäbchen decken oll, so muß es einen Gesichtswinkel von ungefähr 68″ umfassen. Man ist aber hne allen Zweifel im Stande, einen schwarzen Punkt oder eine schwarze Linie uf hellem Grunde noch entschieden als solche zu sehen, wenn ihre Breite unter inem viel kleineren Gesichtswinkel erscheint, was aus der soeben angestellten Betrachtung begreifbar sein würde, selbst wenn nicht mehr der andere Weg offen tünde, die Messung der Empfindungselemente für unvollkommen zu erklären.

Die beiden soeben betrachteten Methoden, die Sehschärfe zu messen, sind übrigens, trotz der prinzipiellen Vorwürfe, anwendbar. Factisch wird man doch zu einer estimmten Gränze kommen, die dann als Maß dienen kann. Man wird aber

statt Punkte besser Linien anwenden; man hat dann dasselbe in unendlich vielfacher Wiederholung neben einander, und darf darauf rechnen, daß sich einzelne Zufälligkeiten ausgleichen. Nur Eines darf nicht übersehen werden, was aus dem vorhin Gesagten ohne Weiteres erhellt: es brauchen die aus den beiden Methoden abgeleiteten Zahlen, die als Maß der Sehschärfe zu gebrauchen wären, für ein und dasselbe Auge nicht nothwendig übereinzustimmen, sie drücken eben die Sehschärfe in ganz verschiedener Weise aus. Es könnte sich recht gut ereignen, daß die Entfernung zweier heller Linien auf dunklem Grunde unter einem viel größeren Sehwinkel erscheinen müßte, damit die Linien noch als getrennt zur Wahrnehmung kommen, als die Breite einer dunklen Linie auf hellem Grunde, die gerade noch erkannt wird. Beide Maße der Sehschärfe — das sieht man — geben aber keinen Aufschluß über die absolute Größe der Empfindungselemente.

Einige hierher gehörige Messungen von Volkmann ergeben Folgendes: Ein Haar (wahrscheinlich als dunkle Linie auf hellem Grunde erscheinend) erkannte er noch, wenn sein Netzhautbild 0,000033 Zoll breit war, was, nach den zu Grunde liegenden Daten, einem Gesichtswinkel von nahezu 14″ entspricht. Ein Schüler Bar's hat aber sogar ein $1/_{60}$‴ breites Haar in der Entfernung von 28′ gesehen, was einem Netzhautbilde 0,0000021″ entspricht. Ferner hat Volkmann zwei Spinnenfäden 0,0052″ von einander entfernt parallel ausgespannt, er erkannte sie in 7″ Entfernung noch als zwei, was einen Abstand der Netzhautbilder von 0,00037″ ergiebt. Ein Anderer erkannte sie noch in 13″ Abstand als doppelt, also bei einem Abstande der Netzhautbildchen von 0,00021″. Der Abstand der beiden Fäden mußte also für dasselbe Auge, das unter einem Gesichtswinkel von 14″ noch eine schwarze Linie wahrnahm, unter einem etwa 10fach größeren Gesichtswinkel erscheinen. Es ist zwar nicht ausdrücklich angegeben, aber es scheint aus dem Zusammenhange hervorzugehen, daß in dem zuletzt erwähnten Versuche die Spinnenfäden hell auf dunklem Grunde gesehen wurden. Die weiteren Versuche Volkmann's, in ähnlicher Weise angestellt, ergeben eine rasche Abnahme der Sehschärfe in den seitlichen Theilen der Netzhaut, dergestalt, daß sie, 60° von dem Axenpunkte entfernt, nur noch 150mal kleiner ist als in der Mitte.

Der kleinste Gesichtswinkel, unter welchem ein helles Object noch wahrnehmbar ist, kann entschieden nicht als Maß für die Schärfe des Gesichtes gebraucht werden. Es kann unmöglich hierfür eine Gränze gedacht werden. Ist nämlich das helle Object nur gehörig stark leuchtend, so mag sein Bild auch nur einen unendlich kleinen Theil eines Empfindungselementes decken, es wird doch eine bestimmte Empfindung veranlassen. Es existirt aber auch hier in der Wirklichkeit keine Gränze, denn man weiß ja, daß die Fixsterne unter dem Gesichtswinkel Null erscheinen und doch gesehen werden. Wenn die Bilder optisch absolut genau wären, würde freilich eine Gränze des Gesichtswinkels noch so stark leuchtender Objecte existiren, unter der ihre Sichtbarkeit zwar nicht absolut aufgehoben, aber doch wenigstens von ihrer Richtung abhängig wäre. Es müssen nämlich offenbar zwischen den empfindenden Stäbchen unempfindliche Scheide-

ude von endlicher, wenn auch noch so kleiner Ausdehnung vorhanden sein. n leuchtender Punkt, dessen Bild nun einen kleineren Durchmesser hätte als Breite der Scheidewände, würde unsichtbar sein, sobald sein Bild eben in das reich einer Scheidewand fiele, sonst aber sichtbar.

Wir haben bei den soeben angestellten Betrachtungen über die Schärfe des 198
hens die dritte Art von Bedingungen — die rein physikalischen — als voll-mmen erfüllt angesehen, wir müssen nun auch noch den Einfluß kennen lernen, n eine Variation dieser hat und wovon die Variation selbst abhängt. Man nn zweckmäßiger Weise die Schärfe des Sehens, sofern sie von diesen rein ysikalischen Bedingungen abhängt, als eine besondere Eigenschaft mit dem sdrucke D e u t l i c h k e i t des Sehens bezeichnen. In der That muß zwar die chterfüllung der physikalischen Bedingungen, d. h. die Undeutlichkeit des opti-en Bildes auf der Netzhaut, unter allen Umständen der Sehschärfe, wie sie erst definirt wurde, Eintrag thun. Umgekehrt aber kann ein Auge mit weni-r geübtem oder weniger feinem Empfindungsapparate, d. h. ein Auge, in wel-em die physiologischen und psychischen Factoren der Sehschärfe kleiner sind, ch noch ebenso d e u t l i c h sehen als ein anderes, wenn nur sein brechender Ap-rat ebenso vollkommen ist. Zwei Augen können beispielsweise den Vollmond s einen absolut scharf begränzten kreisrunden Fleck wahrnehmen, der ohne die ringste Schattirung gegen den dunklen Hintergrund absticht. Wir sagen als-nn, beide sehen gleich deutlich in unendliche Ferne und müssen einen gleich llkommen für parallele Strahlenbündel eingerichteten brechenden Apparat haben. abei können aber die empfindenden Werkzeuge des einen viel feiner sein als e des anderen, und es kann so kommen, daß das eine einen gewissen sehr inen dunklen Fleck im Monde noch als solchen wahrnimmt, während er dem deren entgeht, weil sein Bild — obgleich es optisch vorhanden ist — einen kleinen Theil eines Empfindungselementes deckt, um eine besondere Empfin-ng zu bewirken.

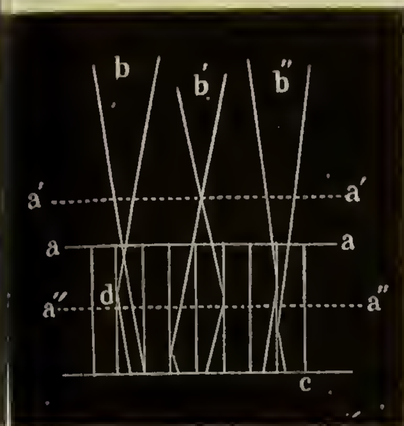
Die physikalischen Bedingungen für die Schärfe oder Deutlichkeit des Se-ns bestehen aber offenbar aus zwei: 1) Der brechende Apparat muß über-upt genaue, den Objecten Punkt für Punkt entsprechende optische Bilder lie-rn, d. h. er muß ein homocentrisches einfallendes Lichtbündel in ein im letzten edium ebenfalls noch homocentrisches Bündel verwandeln, oder, von einem unkte ausgehende Strahlen wieder in e i n e m Punkte vereinigen; 2) muß, da-t irgend ein bestimmter Punkt deutlich gesehen werde, das von diesem Punkte brechenden Apparate entworfene Bild gerade genau auf die Netzhaut oder, sser gesagt, auf die empfindende Schicht fallen. Die erste der beiden Bedin-ngen erfüllt unser schematisches Auge nach den Auseinandersetzungen des vori-n Capitels wenigstens so lange, als nur Objecte in Frage kommen, die gegen ren Abstand vom Auge nur wenig von der Axe entfernt sind, und diese Vor-ssetzung haben wir ja auch hier ausdrücklich festgehalten. Wir haben ins-sondere gefunden, daß das schematische Auge von jedem in einer zur Axe senk-chten Ebene enthaltenen Objecte ein Punkt für Punkt entsprechendes Bild in ner ebenfalls zur Axe senkrechten Ebene entwirft. Liegt nun für einen be-

stimmten Fall das Bild in der empfindenden Schicht der Netzhaut — so kann das bestimmte Object mit dem dem empfindenden Apparate überhaupt zukommenden Grade von Schärfe gesehen werden, d. h. es können ebenso viele Punkte des Objectes in ihrer (möglicherweise verschiedenen) optischen Eigenthümlichkeit erkannt werden, als Empfindungselemente im Bereiche des Bildes vorhanden sind. Halten wir die soeben gedachte bestimmte Einrichtung des optischen Apparates nebst der Lage der bildfangenden Netzhaut fest, und geben wir gleichzeitig dem Objecte eine andere Entfernung vom Auge, so fällt sein Bild nach den Gesetzen des vorigen Capitels nicht mehr in dieselbe Ebene, in der es vorher gelegen war, es fällt vor dieselbe, wenn man die Entfernung des Objectes vom Auge vergrößert, hinter dieselbe, wenn man jene Entfernung verkleinert hat. Auf die empfindende Netzhautschicht fällt also jetzt eine Lichtprojection, die nicht Punkt für Punkt dem Objecte entspricht, vielmehr entspricht darin dem leuchtenden Punkte des Objectes ein erleuchteter Kreis, der möglicherweise mehrere empfindende Elemente deckt. Die Schärfe des Sehens wird in diesem Falle also den der betreffenden Netzhaut überhaupt möglichen Grad nicht erreichen, sondern durch die Undeutlichkeit des optischen Bildes beeinträchtigt werden. Es werden z. B. zwei optisch ausgezeichnete Punkte des Objectes, die hinlänglich weit von einander entfernt liegen, um unter günstigeren Bedingungen auf zwei verschiedenen empfindenden Elementen ihre Bilder zu entwerfen, folglich als getrennt wahrgenommen zu werden, jetzt in übereinandergreifenden »Zerstreuungskreisen« die Netzhaut beleuchten, so daß sie zum Theil in eine Empfindung zusammenfließen.

Es ist vielleicht Manchem bei dieser Betrachtung ein Bedenken aufgestiegen, das dieselbe einschränkt und neue Gesichtspunkte hineinführt, daher es hier nicht übergangen werden darf. Die eigentlich Licht empfindende Schicht der Netzhaut ist jedenfalls — mag sie sonst sein welche sie will — nicht eine mathematische Fläche, sie hat vielmehr ohne Zweifel eine endliche Dicke, und man kann daher fragen: Wenn man die endlich dicke Schicht in unendlich dünne Elementarschichten zerlegt, mit welcher dieser letzteren muß das deutliche Bild zusammenfallen, damit die Schärfe des Sehens den möglichst hohen Grad erreicht? oder ist vielleicht die Sehschärfe immer gleich groß, wenn das Bild mit irgend einer Elementarschicht der empfindenden Netzhautlage zusammenfällt? und ist sie alsdann in keinem Falle eine absolute, d. h. so groß, daß ebenso viele Punkte des Objectes zur Erkenntniß kommen, als empfindende Elemente vorhanden sind? Wenn man die Stäbchenschicht als empfindendes Werkzeug ansieht und ihr gleichzeitig eine Eigenschaft beilegt, welche ihr Brücke beilegte, der darauf eine Hypothese über ihre Function gründete, so kann der soeben als absolut bezeichnete Grad der Sehschärfe in der That erreicht werden. Bekanntlich behauptete Brücke, die Substanz der Stäbchen besitze einen sehr viel größeren Brechungsindex als die Umgebung, in welche sie eingesenkt sind, so daß ein Lichtstrahl, welcher ihre Oberfläche unter ziemlich spitzem Winkel (in der Richtung von innen nach außen) trifft, totale Reflexion erleidet. Wir wollen diese Voraussetzung gelten lassen und überdies annehmen, wie dies ebenfalls Brücke thut, die Stäbchen endeten gegen den Augenmittelpunkt mit ebenen, zu ihren Axen

lrechten Flächen. Man müßte die bei neueren mikroskopischen Untersuchungen funden Zuspitzung für zufällige Veränderung nach dem Tode erklären. Sei nt *ac* (Fig. 80) ein sehr vergrößert gezeichneter Theil der Stäbchenschicht.

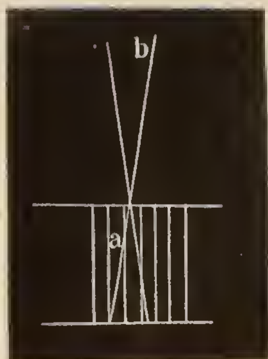
Fig. 80.



Man denke sich ein optisches Bild in der vorderen Endfläche *aa* der Schicht gelegen, dann wird offenbar die Schärfe des Sehens jene oben als absolut definirte sein, denn kein Punkt des Objectes wird in zwei Stäbchen zugleich Licht senden können. Hat z. B. ein zu dem Bilde mit beitragendes Strahlenbündel *b* seinen Vereinigungspunkt noch so nahe an der Gränze zweier Stäbchen, so wird doch sein äußerster Randstrahl rechts nicht in das benachbarte Stäbchen eindringen können, da er bei *d* totale Reflexion erleidet. Man könnte also das Object in so viele Abtheilungen theilen, als sein Bild täbchen deckt, jede dieser Abtheilungen würde dem Bewußtsein eine einheitliche, cht weiter zerlegbare Empfindung mittheilen, aber die Empfindungen zweier btheilungen würden sich nicht vermischen können. Rückte man aber jetzt das bject noch so wenig vor oder zurück, so würde sofort ein wesentlich anderes erhalten Platz greifen. Fiele z. B. bei einer größeren Entfernung des Objec- s sein Bild in die Ebene *a'a'*, die nur um eine äußerst kleine Größe vor der orderfläche der Stäbchenschicht gelegen zu denken ist, so wird es doch immer on einzelne zum Bilde beitragende Strahlenbündel geben (z. B. *b'*), welche cht in zwei benachbarte Stäbchen fallen lassen, so daß also ein Punkt des bjectes mehrere Empfindungselemente erleuchtet. Dasselbe gilt von einer Anäherung des Objectes über die zuerst angenommene Gränze hinaus, wo etwa s Bild in die Ebene *a''a''* fällt. Daß auch hier, *a''a''* mag noch so nahe bei a liegen, immer Bündel existiren, von denen Strahlen auf mehrere Stäbchen llen, ist in der Figur durch das Bündel *b''* versinnlicht. Wir können somit ließen, wenn die Stäbchen die hier vorausgesetzten Eigenschaften haben, so rften sie so lang sein als sie wollten, ohne der Sehschärfe Eintrag zu thun. s würde eben nur, wenn das Bild in die Ebene ihrer vorderen Enden fiele, e Sehschärfe ein Maximum sein, aber dann auch ebenso groß, als wenn die npfindende Schicht eine mathematische Fläche ohne Ausdehnung in der dritten imension wäre. Wenn dagegen die Stäbchen nicht die oben vorausgesetzte igenschaft haben, so daß ein schräg ausfahrender Strahl nicht total reflectirt ird, dann kann, selbst wenn das Bild auf der Vorderfläche der Stäbchenschicht egt, die als absolut definirte Sehschärfe nicht stattfinden, und es hängt alsnn die Sehschärfe nicht bloß von der Kleinheit der Endflächen der Empfinngselemente, sondern auch von ihrer Länge ab, der sie dann umgekehrt proporonal wäre. Es wird nämlich alsdann auch in dem oben zuerst gedachten Falle nmer Strahlenbündel geben, die mehreren Stäbchen Licht spenden, so wird z. B. r Strahl *b* (Fig. 81 a. f. S.) bei *d* nicht mehr total reflectirt in das benach-

barte Stäbchen eindringen, und wenn die Stäbchen noch länger wären, soga noch ein drittes durchsetzen. Gleich scharf wird aber auc unter dieser Voraussetzung das Sehen nicht sein, wen das Bild mit verschiedenen Elementarschichten des Stäb chenlagers zusammenfällt, vielmehr wird offenbar die Seh schärfe ihr Maximum erreichen, wenn die Convergenz punkte der Strahlenbündel in der Mitte der Länge de Stäbchen liegen.

Fig. 81.



Die Resultate der vorstehenden Betrachtungen fasse sich noch in Kürze so zusammen. Es soll dabei di Brücke'sche Hypothese über die Natur der Stäbchenschicht die sich in der That auch durch mikroskopische Beobach tungen sehr empfiehlt, unterstellt werden. Abgesehen von der Orientirung de Seele in dem Netzhautbilde, die als vollkommen angenommen wird, hängt de Grad von Erkenntniß, den das Auge uns von einem Gegenstande verschafft von zwei Bedingungen ab, die wir mit den Worten Deutlichkeit und Genauig keit bezeichnen wollen. Die Deutlichkeit bemißt sich danach und ist um so größer je weniger Stäbchen von je einem Punkte des Objectes Licht empfangen. Sie is absolut, sobald nicht mehr als ein Stäbchen von jedem Punkte des Objecte Licht empfängt. Die absolute Deutlichkeit ist thatsächlich erreichbar, wenn da optische Bild des Gegenstandes mit der Vorderfläche der Stäbchenschicht zusam menfällt. Die Genauigkeit ist um so größer, von je weniger Punkten des Ob jectes ein Stäbchen Licht empfängt. Die absolute Genauigkeit würde erreich sein, wenn jedes Stäbchen nur von einem Punkte des Objectes Licht erhielte Dies ist thatsächlich offenbar nie, selbst bei absoluter Deutlichkeit nicht, zu errei chen, weil die Stäbchen nicht unendlich dünn sind.

199 In der Wirklichkeit erleidet der erste der soeben aufgestellten Sätze eine Einschränkung aus zwei Gründen. Einmal ist die Empfindlichkeit der einzelnen Stäbchen keine vollkommene. Es soll z. B. ein Stäbchen, von einem gewissen kleinen Theile eines Objectes erleuchtet, einen gewissen Eindruck zum Hirn fortpflanzen; verändert sich jetzt die Lage des Objectes ein wenig, so daß sein Bild nicht mehr genau mit der Vorderfläche der Stäbchenschicht zusammenfällt, so werden auf dasselbe Stäbchen auch noch von benachbarten Theilen des Objectes einige Strahlen fallen, diese aber verändern wegen der beschränkten Empfindlichkeit den Eindruck nicht merklich, wenn ihre Menge unter einer gewissen Gränze bleibt. Ferner aber vereinigen sich wohl niemals (wir werden weiter unten noch ausführlicher darauf zurückkommen) die von einem Punkte ausgehenden Strahlen genau in einem Punkte, und es wird also im Strahlenbündel eine mehr oder weniger ausgedehnte Strecke geben, auf welcher die Strahlen nahezu dieselbe Concentration besitzen. Diese beiden Umstände wirken gemeinschaftlich dahin, daß eine kleine Verschiebung des Objectes von der Lage, in welcher es theoretisch absolut deutlich, also möglichst scharf gesehen wird, keinen bemerkbaren Unterschied in der Schärfe des Sehens hervorbringt. Wir haben jedoch bereits oben gesehen, daß die endliche Dicke der empfindenden Schicht der Netzhaut zur Er-

rung dieser Thatsache nicht benutzt werden kann. Nehmen wir beispielsweise , daß in 500mm Entfernung ein gedruckter Buchstabe möglichst scharf gesehen rd, so wird er unzweifelhaft noch ebenso scharf gesehen, wenn er 499 oder)1mm vom Auge entfernt gehalten wird, vorausgesetzt, daß sich inzwischen keine ränderung des optischen Apparates zugetragen hat. Das linear gemessene patium, innerhalb dessen für eine gegebene Einrichtung des Auges ein Object en Platz einnehmen darf, ohne mit merklich geringerer Deutlichkeit gesehen zu rden, wollen wir mit Czermak *) Accommodationslinie nennen. Ueber die ngen dieser Linien läßt sich nach den im vorigen Capitel dargelegten dioptri- en Grundgesetzen schon Einiges von vornherein aussagen. Man wird näm- h ohne Weiteres zugeben müssen, daß die Accommodationslinie in einem gegebe- n Falle um so länger sein wird, je langsamer die Zerstreuungskreise bei Ver- iebungen der Objectpunkte an Größe zunehmen; denn um so später werden : Empfindlichkeitsgränzen von der objectiven Undeutlichkeit des Bildes erreicht d überschritten. Die Zunahme der Zerstreuungskreise für bestimmte Verschie- ngen des Objectes aus der Lage, für welche das Bild genau auf den Schirm e Netzhaut) fällt, ist aber ganz allein nach den dioptrischen Gesetzen zu ermit- n. Die Formeln dafür folgen so leicht aus den im vorigen Capitel enthalte- n Grundformeln, daß ihre Ableitung hier gar nicht ausdrücklich ausgeführt werden braucht. Wir wollen die Resultate vielmehr ganz einfach in Worten sdrücken. Object und Bild bewegen sich bei einem collectiven dioptrischen ysteme immer in derselben Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit id einer Continuitätsunterbrechung für den Moment, wo das Object den Brenn- unkt passirt. Lassen wir zuerst das Object in unendlicher Ferne liegen, so liegt n Bild in der zweiten Brennpunktsebene. Lassen wir jetzt das Object mit ichförmiger Geschwindigkeit gegen das System vorrücken, so bewegt sich das ild aus der Brennpunktsebene heraus in demselben Sinne, d. h. es entfernt h von den Flächen des Systems, aber anfangs viel langsamer als das Object, h. während das Object eine große Strecke zurücklegt, hat das Bild vielleicht n eine unmerkliche Entfernung seinen Ort geändert. Je näher das Object er dem Systeme kommt, um so schneller bewegt sich das Bild, und wenn das stere sich der vorderen Brennebene nähert, bewegt sich das letztere mit unend- h großer Geschwindigkeit, so daß es in unendliche Entfernung fällt (die Strah- ı im letzten Medium parallel werden), wenn das Object die vordere Brenn- ene erreicht hat. Die weitere Bewegung des virtuellen Bildes bei noch wei- er Annäherung des Objectes möge hier unerörtert bleiben. Der Geschwin- gkeit der Bildbewegung geht nun offenbar die Wachsthumsgeschwindigkeit der rstreuungskreise parallel. Die absolute Größe des Zerstreuungskreises ist aber ner noch in jedem Falle der Pupillenöffnung direct proportional. Davon erzeugt man sich durch einen Blick auf die Fig. 82 (a. f. S.). Sei ii' ein urchmesser der Pupillenöffnung, der durch ω bezeichnet werden mag, und die

*) Physiologische Studien I. Sitzungsbericht der k. k. Akademie zu Wien, ärz 1854.

beiden Linien ip' und $i'p'$ die äußersten Randstrahlen eines Lichtkegels der vo einem (in der Figur nicht gezeichneten außerhalb gelegenen) Punkte p ausgehen gedacht wird. Liegt nun der Vereinigungspunkt um die Größe $\mathfrak{y}$ hinter de Netzhaut nn, so entsteht auf dieser ein Zerstreuungskreis vom Durchmesser zz der leicht bestimmt werden kann, vermittelst der Aehn lichkeit der Dreiecke $ip'i'$ und $zp'z'$. Man hat näm lich, wenn man noch den Abstand der Netzhaut vo der Pupille mit b bezeichnet, $zz' = \omega \cdot \frac{\mathfrak{y}}{b + \mathfrak{y}}$ woraus ersichtlich ist, daß, wie behauptet wurde, de Durchmesser des Zerstreuungskreises dem Pupillen durchmesser direct proportional ist. Streng genom men sind zwar die Strahlen ip' und $i'p'$ keine gera den Linien, weil sie in der Linse, die ja hinter de Pupille liegt, noch eine Brechung erleiden. Ma müßte statt der Pupille ω eigentlich ihr durch die hin tere Linsenfläche erzeugtes virtuelles Bild in Rechnun bringen, doch weicht das Resultat so wenig von de ab, das die vereinfachte Rechnung giebt, daß man sic im speciellen Falle der Mühewaltung einer strengere Rechnung entschlagen kann.

Fig. 82.



200 Listing hat für das schematische Auge von den obigen Abmessungen di Größe der Zerstreuungskreise bestimmt, welche durch leuchtende Punkte in ver schiedenen Entfernungen auf der Netzhaut entstehen. Wir erinnern daran, da das schematische Auge parallele Strahlenbündel in dem Zustande, in welchen wir es oben beschrieben haben, auf der Netzhaut vereinigt, oder mit andere Worten, daß die Netzhaut mit der hinteren Brennebene zusammenfiel. Es wir daher der Durchmesser des Zerstreuungskreises für einen unendlich fernen Punk $= 0$ sein. In der folgenden Tafel, welche Listing's Rechnungsresultate zu sammenstellt, bedeutet $\mathfrak{x}$ die Entfernung des leuchtenden Objectpunktes von de vorderen Brennebene, p die Entfernung desselben von der vorderen Hauptebene, $\mathfrak{y}$ die Entfernung des entsprechenden Bildpunktes von der hinteren Brennebene, $\varkappa$ den Durchmesser des Zerstreuungskreises, die Pupillenöffnung endlich ist $=$ 4^{mm} angenommen.

$\mathfrak{x}$	p	$\mathfrak{y}$	$\varkappa$
∞	∞	0mm	0mm
65m	65m	0,005	0,0011
25	25	0,012	0,0027
12	12	0,025	0,0056
6	6	0,050	0,0112
3	3	0,100	0,0222
1,500	1,515	0,20	0,0443
0,750	0,765	0,40	0,0825
0,375	0,390	0,80	0,1616
0,188	0,203	1,60	0,3122
0,094	0,109	3,20	0,5768
0,088	0,103	3,42	0,6484

Ein Blick auf diese Tabelle kann uns schon über die bestimmte Accommo-
ationslinie des schematischen Auges in seiner ursprünglichen Einrichtung einiger-
aßen belehren. Es dürfte wohl nicht bezweifelt werden, daß ein Zerstreuungs-
eis von 0,0011mm Durchmesser nicht anders als ein wirklich punktförmiges
3ild empfunden wird, um so eher, da ein mathematisch punktuelles Bild wohl
iemals factisch zu Stande kommt. Wie groß ein Zerstreuungskreis sein muß,
m als solcher empfunden zu werden, kann freilich nicht von vornherein ange-
eben werden. Es kann dies auch nicht aus den Versuchen geschlossen werden,
e man angestellt hat über das kleinste sichtbare Netzhautbild, da diese den Ge-
chtswinkel des *Gegenstandes**) messen und, wie wir eben gesehen haben, Ge-
enstände unter dem Gesichtswinkel Null bei gehöriger Lichtstärke doch gesehen
erden. Jedenfalls aber ist der Durchmesser 0,0011mm kleiner als die Gränze,
i welcher Zerstreuungskreise die Deutlichkeit beeinträchtigen. Wir schließen
araus, daß das für unendlich ferne Gegenstände eingerichtete schematische Auge
uch einen 65m entfernten Gegenstand noch mit gleicher Deutlichkeit sehen wird.
s ist demnach für *alle* mehr als 65m entfernte Gegenstände eingerichtet und
ine Accommodationslinie erstreckt sich von 65m Abstand bis in unendliche Ferne,
t also selbst *unendlich lang*. Anders würde sich die Sache gestalten, wenn
e Netzhaut bei sonst gleich bleibender Einrichtung 0,8mm hinter der hinteren
rennebene läge, es würde alsdann ein 375mm vor der vorderen Brennebene
legener Gegenstand sein Bild auf ihr entwerfen, wie aus der obigen Tabelle
ervorgeht, und mit absoluter »Deutlichkeit« gesehen werden. Denken wir uns
un für den Augenblick, 0,0011mm wäre in der That die Gränze für die Wirk-
amkeit der Zerstreuungskreise, so daß ein solcher mit größerem Durchmesser schon
erkbare Undeutlichkeit hervorbrächte, so ist für den in Rede stehenden Fall die
änge der Accommodationslinie leicht zu berechnen. Es zeigt sich nämlich, daß

*) Quotient aus Durchmesser und Entfernung des Gegenstandes.

alsdann ein weiter als 377mm vor der vorderen Brennebene und ein näher als 373mm vor derselben gelegener Punkt einen Zerstreuungskreis auf die Netzhaut wirft, dessen Durchmesser größer als 0,0011mm ist, während Punkte, deren Entfernung zwischen 373 und 377mm eingeschlossen ist, kleinere Zerstreuungskreise hervorbringen. Die Accommodationslinie hätte also eine Länge von 4mm, während sie im erstgedachten Falle unendlich lang war. Wir wollen jetzt den Punkt, dessen Bild theoretisch genau auf die Netzhaut fällt, den Accommodationspunkt nennen. Aus der ganzen Betrachtung sowohl als aus dem soeben vorgeführten Beispiel erhellt nun der Satz: Je weiter der Accommodationspunkt vom Auge entfernt ist, desto länger ist die zugehörige Accommodationslinie, und sie wird unendlich lang, wenn der Accommodationspunkt in unendliche Ferne rückt. Diese Ableitung gilt freilich für jetzt nur unter der Voraussetzung, daß die Einrichtung des optischen Apparates bis auf die Entfernung des bildfangenden Schirmes (Netzhaut) dieselbe bleibt. Wir werden erst im nächsten Capitel sehen, daß er auch noch für die verschiedenen Einrichtungen ein und desselben Auges wahr bleibt. Ein zweiter Satz ergiebt sich ebenso noch aus dem Vorstehenden, daß nämlich unter sonst gleichen Verhältnissen die Accomodationslinie an Länge zunehmen muß, wenn die Pupille an Weite abnimmt. Es geht dies unmittelbar aus der Proportionalität der Zerstreuungskreise und der Pupillenöffnung hervor. Hätte man z. B. im zweiten obengedachten Falle eine Pupillenöffnung von 2 statt von 4mm angenommen, so hätte erst ein Punkt, der ferner als 377mm oder näher als 373mm an der vorderen Brennebene liegt, einen Zerstreuungskreis von 0,0011mm Durchmesser ergeben. Diese Sätze bestätigen sich in der Erfahrung vollkommen. Man weiß, daß man mit einem Sterne z. B. einen fernen terrestrischen Gegenstand gleich deutlich wahrnimmt, obgleich ihre Entfernungen unendlich verschieden von einander sind. Dagegen sieht man mit einem sehr nahe am Auge befindlichen, deutlich gesehenen Gegenstande nur solche andere Gegenstände gleichzeitig gleich deutlich, deren Abstand von jenem gering ist. Auch weiß man, daß bei heller Beleuchtung (enger Pupille) mehr verschieden entfernte Objecte mit hinlänglicher Deutlichkeit gesehen werden, als bei schwacher Beleuchtung — weiter Pupille. Ueber die absoluten Maße der Accommodationslinien kann natürlich nur das Experiment Aufschluß geben, da die Gränze, über welche hinaus die Zerstreuungskreise wachsen müssen, um wahrnehmbare Undeutlichkeit hervorzubringen, nicht bekannt ist; die obige Annahme 0,0011mm für diese Gränze war ja nur beispielsweise gemacht.

Drittes Capitel.

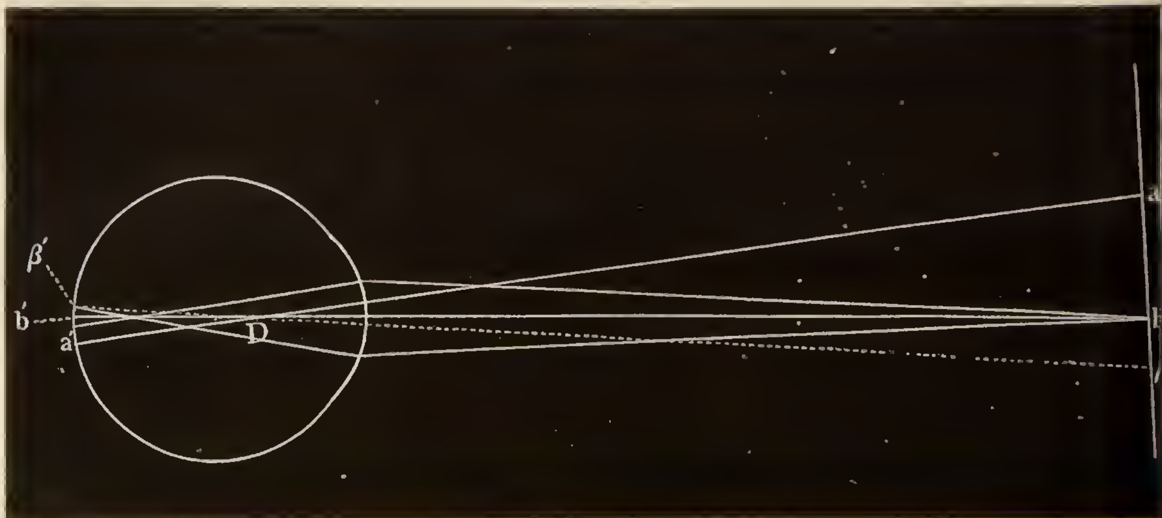
Von der Accommodation.

Besitzt ein optischer Apparat die Einrichtung, welche soeben in den vorigen 201
ıragraphen als ideales Auge beschrieben wurde, so vereinigt er alle parallelstrah-
ıen Bündel, sie mögen unter noch so verschiedenen (wo nur überhaupt innerhalb
: gesteckten Gränzen liegenden) Winkeln gegen die Axe einfallen, in Punkten,
lche auf einer zur Axe senkrechten Ebene liegen. Diese Ebene ist die hintere
ennpunktsebene; in ihr entsteht also ein reelles Bild von einem in unend-
ıer Ferne befindlichen Gegenstande. Wir dachten mit dieser Ebene den gelben
eck der Netzhaut zusammenfallend, es wird also dasselbe einen unendlich fernen
egenstand, z. B. den Mond, vollkommen deutlich sehen. Dies ist in der That,
ch der Annahme der meisten Physiologen, der Fall bei einem normalen Auge,
nn es ruht. Sendet jetzt in dasselbe Auge ein näher gelegener Punkt einen
vergirenden Strahlenkegel, so kann, wie ebenfalls im Vorigen gezeigt wurde,
rch seine brechenden Kräfte dessen Divergenz nicht so vermindert oder in eine
starke Convergenz verwandelt werden, daß der Convergenzpunkt, wie der
ralleler Strahlen, auf die mit der hinteren Brennebene zusammenfallende
tzhaut zu liegen kommt; er liegt vielmehr hinter ihr, und das im Glaskörper
nvergente Strahlenbündel erleuchtet auf der Netzhaut statt eines Punktes einen
inen Kreis — Zerstreuungskreis. Ist statt des einen Punktes ein ganzes
dlich ausgedehntes Object aus continuirlich auf einander folgenden leuchtenden
ınkten bestehend vorhanden, so werden die Zerstreuungskreise der einzelnen
ınkte theilweise über einander greifen und es entsteht ein mit mehr oder weniger
ıdeutlichkeit behaftetes Bild. Das Auge sieht den Gegenstand undeutlich.
an überzeugt sich von der Richtigkeit dieser Behauptung, wenn man zwischen
n deutlich gesehenen Mond und das Auge in geringer Entfernung von ihm
ne Nadelspitze bringt, die alsdann allemal verwaschen erscheint. Wir können
e zwei Gegenstände gleich deutlich sehen, welche ungleich entfernt vom Auge
ıd, mit den am Ende des vorigen Capitels gemachten Einschränkungen.
ach einander kann man aber verschieden entfernte Gegenstände mit gleicher
eutlichkeit auch dann sehen, wenn sie in jeder beliebigen Entfernung vom Auge
hen. Nach einander kann man z. B. auch den Mond und die oben als Bei-
iel gebrauchte Nadelspitze deutlich sehen, vorausgesetzt nur, daß die Annäherung
r letzteren ans Auge nicht eine gewisse, jetzt noch nicht näher zu bestimmende
ränze überschreitet. Es ist klar, daß zu diesem Ende eine innere Verände-
ng des Auges nothwendig ist, die man Anpassung oder Einrichtung für ver-
hiedene Entfernungen nennt.

Bevor wir die optischen und mechanischen Hülfsmittel der inneren Verän- 202
rungen des Auges näher untersuchen, wollen wir für die Nothwendigkeit und

das factische Vorhandensein derselben noch einige experimentelle Beweise be bringen. Die Zerstreuungskreise und die davon herrührende Undeutlichkeit eine Objectes, das in anderer Entfernung vom Auge befindlich ist, als das, welch gerade deutlich gesehen wird, wurden schon in den vorigen Nummern als optisc nothwendig erkannt. Ich weise jetzt noch auf einige Reihen von Erscheinunge hin, die ihr wirkliches Vorhandensein über allen Zweifel erheben. Man denk sich neben einander gleichbreite Streifen von abwechselnd schwarzer und weiß Farbe. Sie seien, um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, 1 vom Auge entfernt. Dasselbe Auge sehe eine Nadelspitze in 1^{dm} Entfernun vollkommen scharf. In demselben Augenblicke wird es die Streifen hinter d Nadel nicht deutlich sehen können. Es werden ihm insbesondere die weiße Streifen bedeutend breiter vorkommen als die schwarzen. Genauer: Jeder weiß Streif wird zu beiden Seiten von einem allmälig an Helligkeit verlierende Saum umgeben sein, der den Raum des schwarzen Streifes zum Theil zudeck Von jedem weißen Streif *ab* (Fig. 83) wird nämlich eine Lichtprojection au

Fig. 83.



die Netzhaut geworfen, die nicht von den Richtungslinien der Gränzpunkte *aD* und *bDb'* wie ein deutliches optisches Bild begränzt ist, sondern mit Zerstreuungs kreisen über diese hinübergreift, z. B. über *b'* hinaus bis *β'*. Da nun da Stäbchen bei *β'* den auf dasselbe gemachten Eindruck des Weißen einem leuch tenden Punkt in seiner Richtungslinie *β'D* zuschreibt, so glaubt das Auge, de weiße Streif dehne sich über *b* hinaus bis *β* aus. — Daß man weiße Object in ihrer Größe dunklen gegenüber überschätze, ist eine sehr alte Erfahrung Man hat diese Erscheinung ganz allgemein Irradiation genannt. Aelter Autoren, namentlich Kepler, glaubten, sie rühre immer von fehlerhafte Adaption her, wie in dem soeben beschriebenen Falle; spätere haben behaupte daß sie auch unter anderen Umständen ohne fehlerhafte Adaption sich zeige könne. In neuerer Zeit hat Welcker*) die Ansicht Kepler's wieder vertheidig

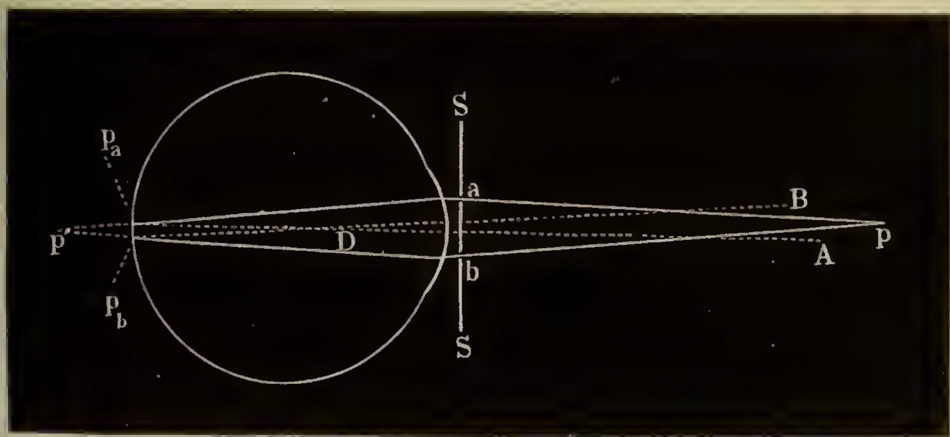
---

*) Ueber Irradiation 2c. Gießen, 1852.

t ganz kürzlich hat Cramer*) sehr sinnreiche Versuche zu Gunsten dieser
ſicht geltend gemacht, die wenigstens jedenfalls beweisen, daß in vielen Fällen,
man bei richtiger Adaption Irradiation wahrzunehmen glaubt, doch eine
ı Beobachter selbst nicht bewußte fehlerhafte Einstellung stattfindet. Er rich-
sich einen Apparat ein, der es möglich machte, zwischen das Auge und den
diirenden Gegenstand zugleich eine Convexlinse und ein Kartenblatt mit zwei
en Oeffnungen plötzlich einzuschalten. Vorher war schon ein Spinnenfaden
gespannt in der Entfernung vom Auge, daß die nachher eingeschaltete Linse
on ein virtuelles Bild erzeugt, das eben so weit vom Auge entfernt ist, wie
irradiirende Gegenstand, auf den das Auge vollkommen eingestellt zu sein
ubt. Cramer fand nun, daß wenn Irradiation stattfand, allemal nach
ischaltung der Linse und des Kartenblattes das virtuelle Bild des Spinnen-
ens doppelt erschien. Dies ist aber, wie wir sogleich sehen werden, ein
veis, daß das Auge nicht für die Entfernung des virtuellen Bildes, also auch
ıt für die des irradiirenden Objectes, eingestellt war.

Es giebt ein sehr einfaches Mittel, zu untersuchen, ob das Auge für einen
ebenen Punkt eingestellt ist oder nicht. Es ist unter dem Namen des
)einer'schen Versuches bekannt und ist dasselbe, was in dem soeben be-
iebenen Experimente Cramer's zur Anwendung kam. Dicht vor das Auge
man einen Schirm *SS* (Fig. 84) mit zwei sehr feinen Oeffnungen *a*

Fig. 84.

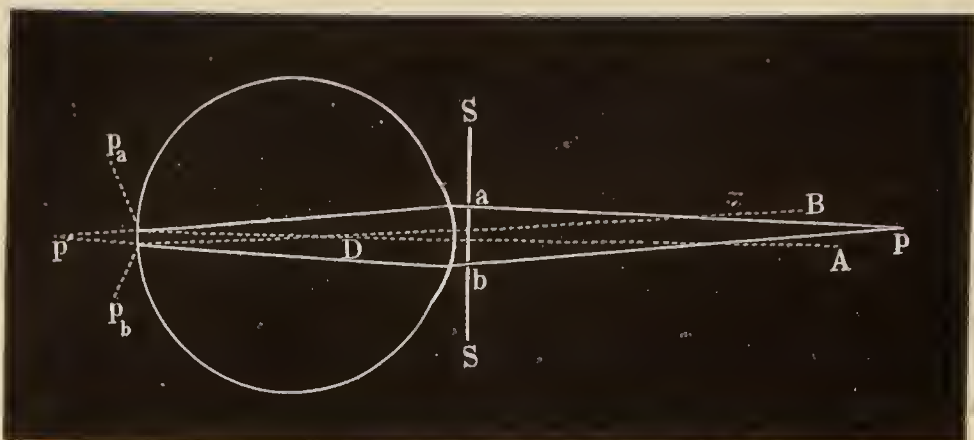


ᴅ *b*, die näher an einander liegen, als der Pupillendurchmesser lang ist. Es
inde sich jetzt bei *p* ein leuchtender Punkt. Ist das Auge nicht für die Ent-
ıung dieses Punktes eingestellt, so erscheint er allemal doppelt, denn er würde
ıe den Schirm einen Zerstreuungskreis auf der Netzhaut beleuchten; aber der
)irm fängt alle zu diesem beitragenden Strahlen ab, bis auf die zwei, welche
rch die Löcher *a* und *b* gehen, sie erleuchten zwei gesonderte Punkte p_a und p_b.
r Versuch giebt noch weiter darüber Aufschluß, ob das Auge, welches mit dem
)irme den Punkt *p* doppelt sieht, für einen ferneren oder für einen näheren
ukt eingestellt ist. In der Figur ist das Erstere vorausgesetzt, denn das von
ausgehende Strahlenbündel vereinigt sich erst in *p'* hinter der Netzhaut.

*) Prager Vierteljahrschrift. Zwölfter Jahrgang, Bd. IV, S. 50.

Daher liegt das vom oberen Loch a herrührende Bild p_a oben, das andere unte
Das Auge versetzt aber beide Bilder auf den Richtungslinien, die durch p_a u

Fig. 85.



p_b gezogen werden, nach außen. Ist also D der Kreuzungspunkt der Richtung
linien, so glaubt das Auge in den Richtungen DB und DA helle Punkte
sehen. Deckt man jetzt die untere Oeffnung zu, so verschwindet das obere
der Richtung von B gesehene Bild, und umgekehrt. Das Entgegengesetz
würde eintreten, wenn das Auge für eine geringere Entfernung als die d
Punktes p eingestellt wäre. Es würden nämlich dann die beiden Strahlen s
vor der Netzhaut schneiden, und der von a aus erleuchtete Punkt p_a wür
unterhalb des von b aus erleuchteten p_b liegen. Es würde daher das Bi
p_a in einer mehr nach oben zielenden Richtung nach außen versetzt, als d
Bild p_b, und es würde also bei Verdeckung des oberen Loches das obere, b
Verdeckung des unteren Loches das untere der Doppelbilder verschwinde
Befinden sich mehrere feine Oeffnungen in dem Schirme im Bereiche der Pupil
so ergeben sich aus demselben Grunde auch eben so viele Bilder des leuchtend
Punktes, für dessen Entfernung das Auge nicht eingerichtet ist.

Stellt man den beschriebenen »Scheiner'schen Versuch« wirklich an, un
erscheint wegen Einstellung auf zu große Ferne ein leuchtender Punkt in Doppe
bildern, so gelingt es unter Umständen, durch eine bewußte willkürliche Anstre
gung die Doppelbilder in eines zusammenfallen zu machen. Hierin liegt d
Beweis für das wirkliche Vorhandensein der inneren Veränderungen des Aug
zum Behufe der Einstellung auf verschiedene Entfernungen.

Bisweilen wird ein anderes, eigentlich am nächsten liegendes Mittel vo
gezogen, um zu prüfen, ob ein Auge die Fähigkeit hat, sich für eine gegebe
Entfernung einzurichten. Man hält ihm nämlich in derselben ein System vo
schwarzen Linien auf weißem Grunde vor (z. B. Buchstaben oder Parallellinie
und hat die Gewißheit, daß es auf die Entfernung eingestellt ist, wenn es i
Stande ist, das System genau zu erkennen (die Schrift zu lesen oder die Paralle
linien zu zählen). Man muß aber für jede Entfernung ein besonderes Syste
haben, denn es muß allemal die Breite einer Linie gerade unter dem Gesicht
winkel erscheinen, unter welchem das Auge gerade eben noch eine schwarze Lin
auf hellem Grunde erkennen kann, so daß die geringste »Undeutlichkeit« d

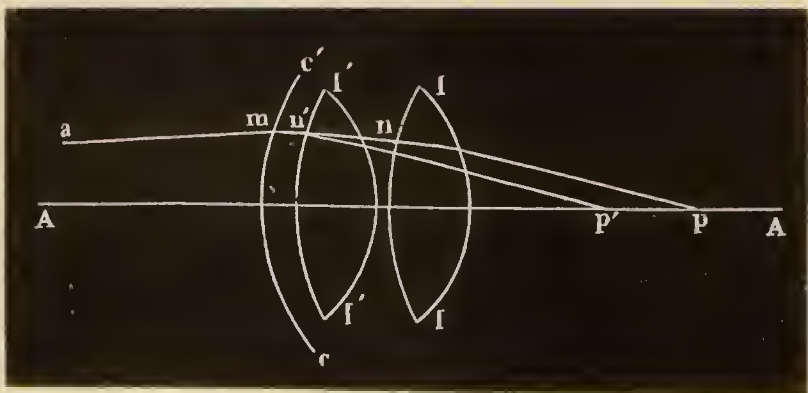
ischen Bildes schon die Erkenntniß verhindert. Man würde z. B. nicht ießen können, daß ein Auge für 10m Abstand eingestellt sei, wenn es in die= Entfernung armsdicke Buchstaben lesen kann. Eben so wenig würde man r berechtigt sein, zu behaupten, ein Auge sei nicht auf 10m Abstand einge= tet, weil es einen so weit entfernten haarfeinen schwarzen Strich nicht erkennt. giebt im Buchhandel zu diesem Zwecke eingerichtete Schriftproben verschiede= Größe mit Bezeichnung der Entfernung, in welcher jede gehalten, von einem auf eingestellten Auge noch muß gelesen werden können.

Wir haben bereits erkannt, daß wenn das Auge für eine gewisse Entfer= 203
ng eingerichtet ist, das Bild eines näheren Gegenstandes in einer hinter der ßhaut gelegenen Fläche entsteht. Soll jetzt das Auge für diesen näheren genstand — für eine geringere Entfernung — eingerichtet werden, so sind vom ysikalischen Gesichtspunkte aus verschiedene Mittel gleich möglich. Die Auf= e ist die: die Netzhaut soll von Neuem mit der Ebene des Bildes zusammen= en. Bei der anfänglich gedachten Einrichtung der brechenden Medien liegt Bild hinter der Netzhaut; es brauchte also, ohne daß an den brechenden ichen etwas geändert würde, bloß die Netzhaut um eine gewisse Größe nach ten zu rücken, um die Aufgabe zu lösen. In dieser Weise bewerkstelligen wir B. die Einrichtung einer Camera obscura, in welcher ebenfalls das Bild emal mit einer gegebenen Fläche (einer Glastafel) zusammenfallen soll. Wir fernen sie von der Linse oder dem Linsensysteme, ohne an letzterem etwas zu dern, und haben alsdann das Instrument einer kleineren Entfernung ange= ßt, als es vorher war. Viele Physiologen haben wirklich behauptet, daß die richtung des menschlichen Auges nach diesem Principe stattfinde; jedoch hat n in neuerer Zeit aus so nahe liegenden Gründen diese Annahme ganz ver= gen, daß es überflüssig wäre, diese Theorie hier weiter zu entwickeln und zu wider= en. Es steht für uns unumstößlich fest, daß der Augapfel im Ganzen eine lig unveränderliche Gestalt besitzt, so daß die Entfernung der Netzhaut von Hornhaut für eine absolut constante Größe gelten darf. Soll unter dieser dingung das Bild eines näheren Punktes auf die Netzhaut fallen, so muß brechende System durch innere Veränderungen in ein stärker brechendes wandelt werden. Ein System ist aber stärker brechend, wenn seine Brenn= iten kürzer sind; denn es wird in einem solchen ein parallelstrahliges in ein rker convergirendes verwandelt, als in einem von größeren Brennweiten. enn insbesondere bei der Verkürzung der Brennweiten die Hauptpunkte und ngemäß auch die Knotenpunkte nicht nach hinten rücken — d. h. entweder Ort und Stelle verbleiben oder gar nach vorn rücken —, so wird auch jeden= ls der Convergenzpunkt irgend eines gedachten Strahlenbündels sich dem heitel der vordersten Fläche annähern. Das sieht man sofort, wenn man Gang der obigen Constructionen verfolgt, oder auch an den Formeln, lche die Abhängigkeit der Vereinigungsweite von der Entfernung des Objects= nktes mittelst der Brennweiten darstellen. Bei einer gewissen Verstärkung brechenden Systems wird daher der Fall eintreten können, daß der Vereini= ngspunkt eines bestimmten Strahlenbündels, der vorher hinter der Netzhaut

lag, genau in dieselbe zu liegen kommt. Diese bestimmte Verstärkung wird als dann eine Einrichtung für die Entfernung sein, aus welcher die Strahlen des gedachten Bündels divergirten. Man sieht ferner noch, daß dieselbe Wirkung eines Vorrückens der Convergenzpunkte auch erzielt werden könnte durch bloßes Vorrücken der Hauptpunkte, ohne daß dabei die Brennweiten sich verkleinerten. Es kann jedoch gleich hier bemerkt werden, daß bei allen Arten der Veränderung, durch welche man die Accommodation des Auges zu erklären versucht hat, beides gleichzeitig statthaben muß, nämlich ein Vorrücken der Hauptpunkte und eine Verkleinerung der Brennweiten.

204 Wir haben uns jetzt die Frage vorzulegen: welche innere Veränderungen sind im Stande, das Auge in ein stärker brechendes System zu verwandeln? Man übersieht die Möglichkeiten, auch ohne in die Details der Berechnung der maßgebenden Punkte einzugehen, und es bieten sich folgende dar: 1) Würde das Auge stärker brechend, wenn ohne Gestaltveränderung sämmtliche oder einzelne Brechungsindicees vergrößert würden, denn es würden alsdann die Strahlen bei den Brechungen selbstverständlich stärker abgelenkt. 2) Wenn die Krümmung aller oder einzelner brechenden Flächen stärker würde, d. h. ihre Krümmungs-halbmesser kleiner würden. In diesem Falle nämlich würden die Strahlen ebenfalls stärker abgelenkt, weil sie die Flächen unter größeren Winkeln träfen. 3) Wenn die hinteren brechenden Flächen sich der ersten näherten, d. h. wenn die Linse nach vorn rückte. Daß auch diese Veränderung die Strahlen zu bäl|derer Vereinigung bringt, mag Fig. 86 anschaulich machen. AA ist darin de|

Fig. 86.



Axenstrahl, am ein beliebiger anderer zu demselben einfallenden Bündel geh|riger; er wird bei m an der Hornhaut cc gebrochen und verfolgt dann de| Weg mn bis zur Linse ll; durch die in derselben stattfindenden Brechung| kommt er in eine Richtung, welche in den Axenstrahl schneidet. Stände ab| die Linse bei $l'l'$, so würde er schon bei n' von der Richtung mn abgelenkt u| zwar obendrein stärker, da der Punkt n' dem Linsenrande näher als n liegt; | gelangt nun schließlich in p' zum Durchschnitte mit dem Axenstrahl. Der Ve|einigungspunkt des Bündels, aus welchem die beiden Strahlen gegriffen ware| ist also durch das Vorrücken der Linse von p nach p' verlegt worden. Daß e|

ısammentreffen mehrerer dieser Umstände ebenfalls zuläſſig iſt, verſteht ſich
n ſelbſt.

Wir wollen jetzt zunächſt einige dieſer Möglichkeiten ausſchließen und zu-
zt die directen Beweiſe beibringen für die Wirklichkeit der einen, welche im
nſchlichen Auge in der That die Anpaſſung hervorbringt. Die Vergrößerung
r Brechungsindices zur Erklärung der Accommodation zu Hülfe zu nehmen,
ran hat wohl nie Jemand ernſtlich gedacht. Durch welchen Mechanismus
lte ſie auch bewerkſtelligt werden? Allenfalls durch einen Druck, der die
echenden Medien verdichtet, aber man ſieht im Auge nirgend Veranſtaltungen,
lche Kräfte zur Verfügung ſtellten, hinreichend, um ein Liquidum merklich
rch Druck zu verdichten.

Unter den brechenden Flächen, deren Krümmungsradius verkleinert werden
nnte, liegt am nächſten, an die Hornhaut zu denken. Da wegen der großen
rſchiedenheit der Brechkräfte von Luft und wäſſeriger Feuchtigkeit die Ablen-
ng der Strahlen durch die Hornhaut am größten iſt, ſo würde auch eine
ränderung ihrer Krümmung den Vortheil haben, daß ſie nur ſehr klein zu
n brauchte, um einen bedeutenden Erfolg zu haben. Gleichwohl kann an
ſe Erklärung nicht gedacht werden, denn einmal ſind gar keine anatomiſchen
inrichtungen aufzufinden, welche der Hornhaut eine ſtärkere Krümmung geben
nnten; andererſeits iſt es durch die genaueſten Verſuche von Senff, Kohl-
uſch und Helmholtz*) außer allem Zweifel, daß factiſch bei der Accommoda-
on die Hornhautkrümmung nicht die mindeſte Aenderung erleidet.

Es bleibt alſo im Allgemeinen nur noch übrig, die ſämmtlichen Verände-
ngen in die Linſe zu verlegen, ſei es, daß die Linſe bei der Einrichtung für
e Nähe ohne Geſtaltveränderung nach vorn rückt, ſei es, daß die Krümmungs-
albmeſſer ihrer Flächen kleiner werden, d. h. daß die Linſe ſich ſtärker wölbt.
is vor Kurzem war man geneigt, der Ortsbewegung der unveränderten Linſe
n ganzen Erfolg beizumeſſen, und Hueck hat durch unwiderlegliche Beweiſe
rgethan, daß wenigſtens der Linſenſcheitel bei der Einrichtung für die Nähe
r Hornhaut ſich nähert. Aber ſchon zu der Zeit, wo man in dieſer Ortsbewe-
ung das einzige Auskunftsmittel ſah, wurden von phyſikaliſcher Seite gewich-
ge Bedenken dagegen erhoben. Es läßt ſich nämlich berechnen, daß, um die
anze Vermehrung der Brechkraft des Auges, wie ſie factiſch beobachtet wird, zu
rklären, ein Vorrücken der Linſe um ſoviel erfordert würde, daß ſie ſich geradezu
n die Hornhaut anlegen müßte. Abgeſehen davon, daß man im Auge keinen
uskelapparat entdecken kann, welcher eine ſo ausgiebige Bewegung der Linſe
ervorbringen könnte. müßte eine ſolche von außen deutlich wahrgenommen werden.

In jüngſter Zeit iſt nun endlich die Lehre von der Accommodation in eine
anz neue Phaſe der Entwickelung getreten. Es handelt ſich nämlich nicht mehr
m eine Discuſſion mehr oder minder wahrſcheinlicher Möglichkeiten und um

*) Siehe den ſchon öfters citirten Artikel »Sehen« im Handwörterbuche der
hyſiologie, Bd. III, von Volkmann, und Helmholtz in Gräfe's Archiv Bd. I,
bth. II.

eine Ausschließung der Unmöglichkeiten. Es ist vielmehr jetzt von Cramer*) und Helmholtz**) durch positive Gründe dargethan, daß die Einrichtung des Auges für die Nähe bewirkt wird durch ein Converexwerden beider Linsenflächen. Wenn sich dabei die vordere Linsenfläche vorwölbt und nicht converer wird durch Zurücktreten ihres Randes, so steht diese Theorie auch nicht im Widerspruch mit der soeben angeführten positiven Beobachtung Hueck's, welche derselbe nur fälschlicherweise zu Gunsten eines Vorrückens der unveränderten Linse auslegte. Von physikalischer Seite her kann damit die Lehre von der Accommodation als abgeschlossen angesehen werden. Von physiologischer Seite betrachtet, fehlt ihr zum völligen Abschluß noch eine ausreichende Erklärung des Mechanismus, der die Veränderungen in der Gestalt der Linse bewirkt, worüber, trotz der soeben citirten ausgezeichneten Untersuchungen, noch einige Meinungsverschiedenheit bestehen kann und besteht.

205 Ehe wir an die Beweise für die soeben aufgestellte Behauptung gehen, wollen wir noch eine Vorfrage, wenn auch nicht erledigen, doch wenigstens erwägen, die lange Zeit geruht hat und erst ganz neuerdings wieder angeregt wurde. Auf welche Entfernung ist das gesunde Auge im Zustande völliger Ruhe aller seiner contractilen Elemente accommodirt? Es hat lange Zeit hindurch gleichsam als Dogma festgestanden und wir sind demselben auch im Bisherigen einstweilen treu geblieben: Die Ruhe des Accommodationsapparates, sei dieser nun welcher er wolle, bedinge die Anpassung des Auges auf seinen Fernpunkt***). Die geltend gemachten Beweise†) sind natürlich rein subjectiver Natur. Man beruft sich auf die unmittelbare Empfindung der Ruhe, wenn man den Fernpunkt fixirt. Man führt weiterhin an, daß das geschlossen gewesene Auge im Momente des unbefangenen Oeffnens für den Fernpunkt eingestellt sei. Die Adaption für jeden näher als der Fernpunkt liegenden Punkt soll eine merkbare Anstrengung beanspruchen. Kürzlich hat nun aber hiergegen Theodor Weber††) behauptet, daß das ruhende Auge auf einen mittleren Abstand eingestellt sei und daß eine active Anstrengung es sowohl für größere Entfernungen schwächer brechend machen, als für kleinere Entfernungen stärker brechend machen könne. Er nennt ganz passend die Einstellung auf größere Entfernungen die negative Ac

---

*) Gekrönte Preisschrift über Accommodation. Utrecht 1852. Auch Deutsch von Schauenburg.

**) A. a. O.

***) Mit diesem Ausdrucke wollen wir den fernsten Punkt bezeichnen, den ein Auge bei der für Fernsehen günstigsten Einrichtung deutlich zu sehen im Stande ist; er kann also möglicherweise in unendlicher Ferne liegen. Er liegt in der That so jedesmal, wenn in dem Auge bei Einstellung auf möglichste Ferne die Netzhaut (wie z. B. im schematischen Auge des vorigen Capitels) mit der hinteren Brennebene zusammenfällt. Der Fernpunkt kann sogar eine negative Entfernung haben, d. h. hinter dem Auge liegen, wenn ein Auge bei seiner am schwächsten brechenden Einrichtung noch nicht einmal parallele, sondern erst convergente Strahlenbündel auf der Netzhaut zur Vereinigung bringt.

†) Volkmann, Artikel »Sehen« im Handwörterb. der Physiol., Bd. III, S. 30

††) Archiv für physiologische Heilkunde.

mmodation, im Gegensatz zu der gewöhnlich allein statuirten, die er als positive zeichnet. Die Beweisgründe sind einstweilen ebenfalls subjective. Weber beruft) zunächst ebenfalls auf das unmittelbare allgemeine Bewußtsein, in welchem m eine gewisse active Anstrengung macht, um recht in die Ferne zu sehen. Dies efühl gesteht übrigens Volkmann in der soeben citirten Stelle auch zu, klärt es aber, die entgegengesetzte Ansicht verfechtend, für eine Täuschung. eber hebt zweitens hervor, daß ein durch vorheriges Sehen in die Ferne müdetes Auge nicht mehr so weit sehen könne als vorher. Weil dieser eweis höchst gewichtig ist, wenn anders die ihm zu Grunde liegenden Beobtungen fehlerfrei sind, so will ich ihn noch durch ein Beispiel erläutern. ngenommen, ein Auge wäre im Ruhezustande auf die Entfernung von 0,5^{m} ngestellt, so könnte es, nach Weber, durch active Thätigkeit für noch größere ntfernungen, wir wollen annehmen bis zu 0,6^{m}, eingerichtet werden; 0,6^{m} äre also der Fernpunkt dieses Auges. Weber behauptet nun, wenn dies uge eine Zeitlang auf 0,6^{m} Abstand eingerichtet war, so verliert es allmälig e Fähigkeit, für denselben eingerichtet zu bleiben; es kommt durch Ermüdung ahin, daß es wieder nur bis zu 0,5^{m} entfernte Gegenstände deutlich sieht. ffenbar würde, nach der gewöhnlichen Ansicht, dieses Auge in der Ruhe und glich im Zustande höchster Ermüdung gerade für seinen Fernpunkt (0,6^{m} Abnd) eingerichtet sein müssen. Ein dritter Beweis Weber's ließe sich zur Noth ch noch mit der gewöhnlichen Ansicht vereinigen. Er behauptet nämlich, daß an durch Uebung die Fähigkeit, in größere Fernen zu sehen, verstärken könne.

Weber macht bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam, daß ihm wenige ugen vorgekommen, die schon in der Ruhe unendlicher Ferne angepaßt seien; daß er viele Augen, ohne gerade fernsichtig zu sein, die Fähigkeit der negativen Adaption so hohem Grade besäßen, daß sie convergente Strahlenbündel auf der Netzhaut reinigen könnten. Letztere Bemerkung ist für die Beobachtungen mit dem Augeniegel von Bedeutung, und werden wir bei dieser Gelegenheit darauf zurückkommen.

Wenn nun auch — und das ist nicht unwahrscheinlich — diese active npassung für größere Entfernungen, als die, welcher das ruhende Auge angeaßt ist, wirklich statt hat, so wird sie doch höchst wahrscheinlich durch einen anz anderen Apparat ausgeführt, als die active Einrichtung für geringere Enternungen. Es wird noch aus dem weiteren Verlaufe der Darstellung erhellen, aß in den Theilen des Auges, die als eigentlicher Einrichtungsapparat ngesprochen werden, keine Veranstaltung zu finden ist, der man die Wirksamkeit eilegen könnte, dem Auge durch active Anstrengung eine Einrichtung für größere ntfernungen zu geben. Vielleicht ist diejenige active Anstrengung, welche für rößere Entfernungen einstellt, in Muskeln zu suchen, die außerhalb des Bulbus egen. In der That muß, wie Helmholtz a priori und Gräfe experimentell ewiesen hat, das Auge durch irgendwo angebrachten Druck auf dasselbe fernsichiger werden, denn es muß, weil es eine incompressibele Flüssigkeit in einer unusdehnsamen Hülle beherbergt, gedrückt der Kugelform zustreben. Dabei wird er die Krümmung der Hornhaut mit der Krümmung der Sclerotica ausgeglichen nd folglich schwächer, und dadurch wird die Brennweite seines brechenden

Systems vergrößert — das Auge fernsichtiger. Dieser Druck dürfte vielleicht durch Zusammenwirken aller Augenmuskeln und des Orbicularis ausgeübt werden. Kneift man nicht auch instinctiv den Orbicularis zusammen, wenn man angestrengt fern sehen will?

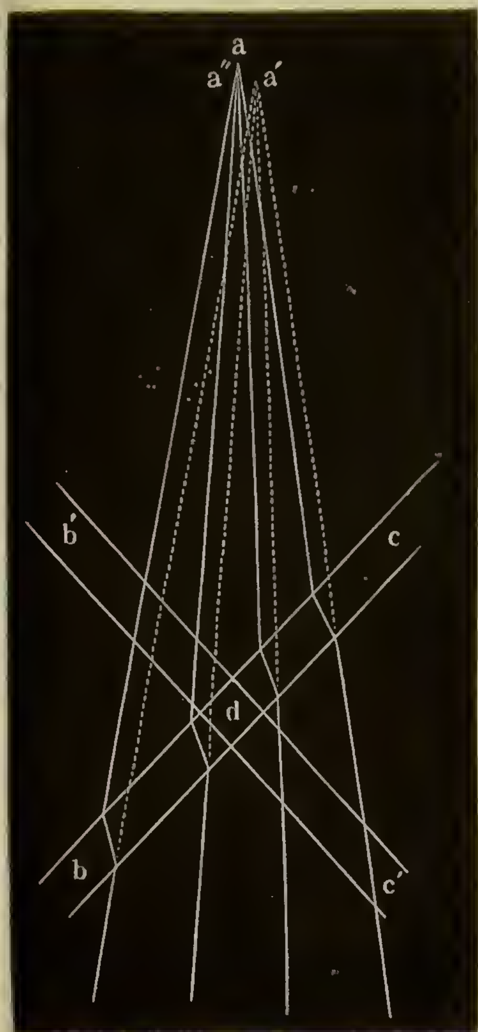
206 Wir kehren zu der Accommodation in die Nähe zurück. Um zu prüfen, ob und welche Veränderung an den beiden Flächen der Linse stattfindet, muß man am lebenden sichtbare Zeichen aufsuchen, welche Veränderungen der Flächen zu erkennen geben. Solche Zeichen hat man aber in den Spiegelbildern, die sie von einer lebhaften Lichtquelle sichtbar entwerfen. Der sogenannte Sanson-Purkinje'sche Versuch läßt diese Spiegelbilder sehen. Er besteht einfach darin, daß man etwas seitwärts von der Sehaxe eines beobachteten Auges etwa 300^{mm} von ihm entfernt eine Lichtflamme aufstellt, und von der anderen Seite der Axe in das Auge hineinsieht; man erblickt alsdann unter günstigen Umständen drei Bildchen der Lichtflamme, zuerst (von der Seite der wirklichen Flamme anfangend) ein sehr helles aufrechtes — das Spiegelbild von der Hornhaut —, dann ein äußerst mattes, ebenfalls aufrechtes — das Spiegelbild von der vorderen Linsenfläche — und dann ein kleineres, etwas lichtstärkeres (jedoch immer noch bedeutend schwächer als das erste) verkehrtes — das Spiegelbild von der hinteren Linsenfläche.

207 Es hat besonders darum Schwierigkeiten, diese Bildchen einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen, weil ganz kleine Bewegungen des beobachteten Auges kaum zu vermeiden sind, bei solchen aber das fortwährende Zusammenfallen mit dem Maßstabe eines Fernrohrs gestört werden würde. Zur Beseitigung dieser Schwierigkeit hat Helmholtz ein eigenes Instrument construirt, das er »Ophthalmometer« nennt und dessen Princip dem Heliometer der Astronomen entlehnt ist. Es wird durch Fig. 87 deutlich werden. Sei a ein leuchtender Punkt. Von den davon allseitig ausgehenden Strahlen sind vier als ausgezogene Linien gezeichnet. Fällt nun dies Strahlenbündel schief auf eine planparallele Glasplatte bc, deren Ebene zur Ebene der Zeichnung senkrecht gedacht wird, so geht nach den Brechungen jeder einzelne Strahl in einer zu seiner ursprünglichen parallelen Richtung weiter, jedoch etwas verschoben, so daß das ganze Strahlenbündel aus einem seitwärts und etwas näher gelegenen Punkte a' zu kommen scheint *). Dieser Punkt ist offenbar um so mehr gegen a verschoben, je größer die Winkel sind, die die Strahlen mit den Einfallslothen machen, oder je schräger das Bündel die Platte trifft. Für Alles, was hinter der Platte dem ausfahrenden Bündel begegnet, ist es also erlaubt, von der Brechung in der Platte abzusehen und den Punkt a' für den leuchtenden Punkt a zu setzen. Hätte jetzt die Platte die Lage $b'c'$ (zu bc und den Strahlen symmetrisch auf der anderen Seite) gehabt, so wäre ein ausfahrendes Bündel entstanden, das von dem Punkte a'' auszugehen schiene, der zu a und a' symmetrisch auf der anderen Seite liegt. Helmholtz brachte nun zwei vollkommen gleich dick

*) Es ist zu bemerken, daß diese Deduction nur für Strahlenkegel von geringer Oeffnung am Punkte a mit hinreichender Annäherung gültig ist; doch wird bei der darauf gegründeten Methode auch nur von solchen Gebrauch gemacht.

.asplatten drehbar an eine Axe, die in beider Ebenen liegt, so daß der Apparat, .un die Axe senkrecht gedacht und er in der Richtung der Axe angesehen wird, ein Kreuz, wie in Fig. 87, von variabeler Oeffnung darstellt. Er befestigte den Apparat vor dem Objectiv eines Fernrohres, so daß die obere Platte die obere, die untere Platte die untere Hälfte des Objectivs bedeckte. Er gab endlich dem Apparat eine Einrichtung, vermöge deren beide Platten gleichzeitig durch eine Schraube gedreht werden konnten, und zwar so, daß die durch die Ueberkreuzungsstelle gehende Fernrohraxe immer Halbirungslinie des Winkels zwischen beiden ($b'dc$ Fig. 87) war. Drehte sich also z. B. der Punkt c nach vorn und links, so drehte sich vermöge des Mechanismus b' um eben so viel nach vorn und rechts, und umgekehrt. Sieht man durch das so vorgerichtete Fernrohr nach einem leuchtenden Punkte a (Fig 87), während die beiden Platten irgend einen von Null verschiedenen Winkel bilden, so sieht man den Punkt doppelt und keines der beiden Bilder liegt in der Axe des Fernrohres, vielmehr das eine links, das andere rechts davon. Die Hälfte des Strahlenbündels nämlich, welche durch die obere Platte und nachher durch die obere Hälfte des

Fig. 87.



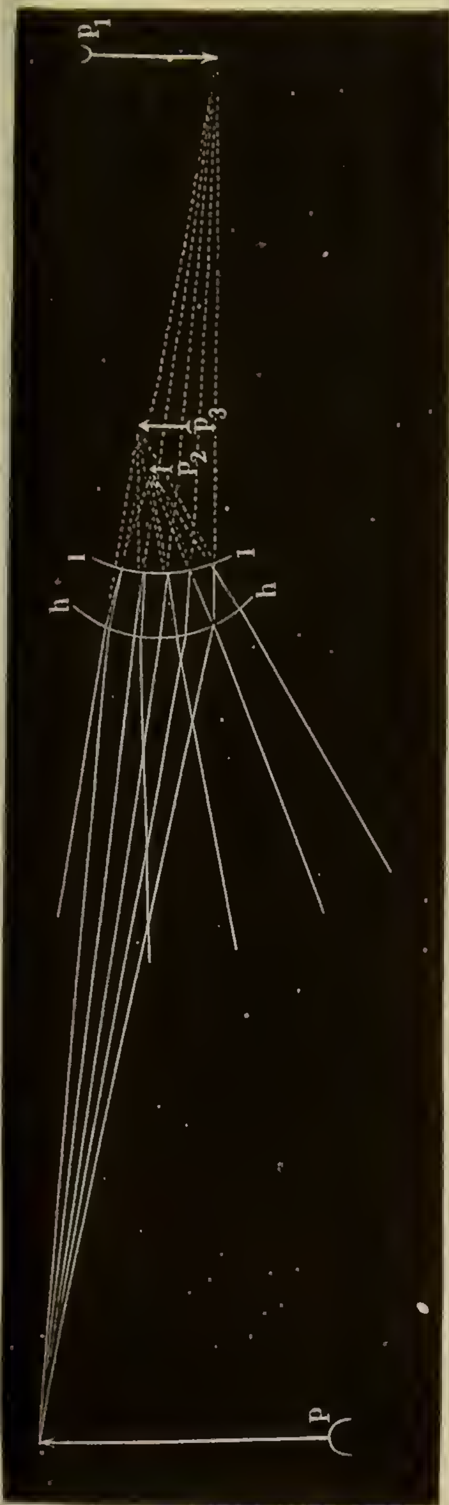
.bjectivs gegangen ist, formirt ein Bild da, wo der conjungirte Vereinigungs.unkt zu a' liegt. Die andere Hälfte des Strahlenbündels formirt ein Bild in .m conjungirten Vereinigungspunkte zu a''. Setzt man statt des Punktes a .ı von rechts nach links ausgedehntes Object in den Focus des Fernrohres, so .ht man davon ebenfalls zwei Bilder, die sich vielleicht theilweise decken. Ver.inert man den Winkel $b'dc$ zwischen den Glasplatten, so rücken nach der .igen Erörterung die Bilder seitlich auseinander, und wenn das Object keine große Ausdehnung hat, kann man es dahin bringen, daß sich beide nur noch .it den Rändern berühren; dann beträgt also die Verschiebung von a' gegen a .der zur Fernrohraxe senkrechten Ebene gemessen gerade die halbe Breite des .bjectes. Da diese Verschiebung aber, wie wir sahen, von dem Winkel zwischen .m Strahlenbündel und der Glasplatte abhängt, so kann man umgekehrt unter .nst bekannten Verhältnissen aus diesem Winkel die Verschiebung und folglich .dem hier gedachten Falle die halbe Breite des Objectes berechnen. Der .inkel, dessen Größe zu diesem Ende bekannt sein muß, ist bekannt durch den

Winkel, um den man die Glasplatten drehen mußte, bis sich die Ränder der beiden Bilder des Objectes gerade deckten. Diese Einstellung kann aber offenbar geschehen, ohne daß kleine Bewegungen des Objectes störend wirken.

Auf diesem Wege ist es Helmholtz gelungen, die Größe der drei Spiegelbilder im Auge mit großer Genauigkeit zu bestimmen. Die zahlreichen besonderen Handgriffe und Feinheiten der Methode können hier nicht beschrieben werden. Um die Vorstellung von dem ganzen Verfahren zu vervollständigen, sei nur noch gesagt: als gespiegeltes ausgedehntes Object diente die Zusammenstellung zweier sehr hell leuchtender Punkte (Löcher in einem Schirme vor einer Lampenflamme). Wir wenden uns zur Ableitung der Resultate.

208 Aus der Größe des Hornhautspiegelbildes wurde zunächst der Krümmungshalbmesser ihrer Vorderfläche abgeleitet. Wie dies geschieht, bedarf hier keiner Auseinandersetzung, da man nach den Bd. I, Nr. 170, oder auch in jedem anderen Lehrbuche der Physik gegebenen Regeln leicht finden kann, wie groß der Halbmesser eines convexen Kugelspiegels sein müsse, damit er von einem Gegenstande, dessen Größe und Entfernung bekannt sind, ein Bild von gegebener Größe entwerfe. Nicht so unmittelbar folgt der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche aus der Größe des von ihr entworfenen Spiegelbildes, denn die Strahlen erleiden vor und nach der Spiegelung eine Brechung an der vorderen Hornhautfläche. Streng genommen erleiden sie sogar vorher und nachher zwei Brechungen, eine beim Uebergange zwischen Luft und Hornhautsubstanz, die andere beim Uebergange zwischen Hornhautsubstanz und Humor aqueus. Die letztere darf aber ohne Bedenken vernachlässigt werden, um so mehr, da die hintere Fläche der Hornhaut nach den Messungen von Helmholtz wenigstens in der Nähe des Scheitels der vorderen genau parallel ist. Der ganze Vorgang kann so ausgedrückt werden: Von einem Objecte p (Fig. 88) entsteht durch die Brechung an der vorderen Hornhautfläche hh ein (in unseren Fällen reelles, hinter der Linse gelegenes) Bild p_1; von diesem entsteht durch Spiegelung an der vorderen Linsenfläche ll, indem es als virtuelles Object anzusehen ist, ein verkleinertes virtuelles aufrechtes Bild p_2; aber auch dieses sieht ein Beobachter noch nicht direct, sondern erst sein durch Brechung an der vorderen Hornhautfläche entstehendes virtuelles Bild p_3, das etwas größer und etwas weiter hinten als p_2 in aufrechter Lage zu Stande kommt, indem die von der vorderen Linsenfläche reflectirten Strahlen beim Wiederaustritte aus dem Auge zum zweiten Mal gebrochen werden. In der Figur sind fünf Strahlen desjenigen Bündels, das vom obersten Punkte des Objectes ausgeht, gezeichnet und zwar ihre *wirklichen* Wege ausgezogen, die vorwärts oder rückwärts verlängerten Wege, die nicht physisch zurückgelegt worden sind, bloß punktirt. Ein Versuch mit dem Ophthalmometer ergiebt nun zunächst weiter nichts als das Verhältniß $p_3 : p$, oder die Vergrößerungszahl des Systems aus wässeriger Feuchtigkeit und vorderer Linsenfläche. Es wird ohne Weiteres zugegeben werden, daß hieraus auch nur *eine* optische Constante dieses Systems berechnet werden kann, wenn die übrigen bekannt sind. Soll also aus einer solchen Bestimmung der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche abgeleitet werden, so müssen alle übrigen optischen

onstanten bekannt sein; also im Einzelnen muß man kennen: 1) den Halbmesser der Hornhaut; 2) den Brechungsindex der wässerigen Feuchtigkeit; 3) den Abstand des Hornhautscheitels vom Scheitel der vorderen Linsenfläche. Der Hornhauthalbmesser ist in der That aus früheren Messungen bekannt. Den Brechungsindex der wässerigen Feuchtigkeit kann man zwar am lebenden Auge nicht ermitteln, doch dürfte diese Größe schwerlich bedeutenden individuellen Schwankungen unterworfen sein, und kann man also dafür einen Werth setzen, wie er in directer Messung an Leichen gefunden wurde. Um endlich noch den Abstand des Hornhautscheitels vom Scheitel der vorderen Linsenfläche zu finden, wandte Helmholtz einen besonderen Kunstgriff an. Er stellt nämlich das Fernrohr in zwei Lagen auf, in denen seine Axe durch den Mittelpunkt der sichtbaren Pupille des beobachteten Auges geht. Dadurch ist dieser Punkt im Raume fest bestimmt. Dieser Punkt ist das virtuelle Bild, welches die Hornhaut und wässerige Feuchtigkeit vom vorderen Linsenscheitel entwirft, da derselbe in die Pupillarebene fallen muß. Man kennt nun den Halbmesser der Hornhaut und die Brechkraft des dahinter liegenden Mittels, folglich kann aus der Lage des Bildes die Lage des Punktes bestimmt werden. Man hat so auch noch die oben sub 3 geforderte Größe und kann jetzt aus einer Messung der Größe des Spiegelbildes von der vorderen Linsenfläche deren Halbmesser berechnen. Uebrigens wird man ohne alle Rechnung schon bemerken, daß im Allgemeinen das hier in Rede stehende Spiegelbild ceteris paribus um so kleiner werden muß, je kleiner der Halbmesser der vorderen Linsenfläche wird.



Eine ähnliche, nur noch verwickeltere Rechnung führt zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der hinteren Linsenfläche aus der Größe des von ihr erzeugten Spiegelbildes eines bekannten Gegenstandes. Es müssen zu diesem Ende neben den in voriger Nummer geforderten drei Größen noch zwei andere bekannt sein, die außer dem zu berechnenden Halbmesser auf die Größe des 209

Spiegelbildes Einfluß haben: die Dicke der Linse und ihr Brechungsinder. Den letzteren hat Helmholtz ebenfalls aus anderen Messungen entlehnt. Um die Dicke der Linse oder, was dazu führt, den wahren Ort des hinteren Linsenscheitels zu ermitteln, wandte er einen ähnlichen Kunstgriff an, wie der, durch den vorhin der Ort des vorderen Linsenscheitels gefunden wurde. Er bringt in das Fernrohr ein Spiegelbild von der hinteren Linsenfläche und vertauscht nun die Orte des leuchtenden Punktes, der als Object gedient hat, und des beobachtenden Auges; er sieht nun offenbar von demselben Punkte der hinteren Linsenfläche gespiegelt das Bild des anders gestellten Objectes. Die beiden Gesichtslinien — die Lagen der Fernrohraxe in den beiden auf einander folgenden Versuchen — schneiden sich demnach gerade in dem scheinbaren Orte der spiegelnden Stelle, d. h. in dem Orte des Bildes, was das ganze vor der hinteren Linsenfläche gelegene brechende System von einem an der spiegelnden Stelle befindlichen leuchtenden Punkte hervorbringen würde. Dieser Ort im Raume ist demnach bekannt. Er kann an sich schon nicht weit von dem wahren Orte der spiegelnden Stelle entfernt sein, da der letztere ganz in der Nähe der Knotenpunkte (im Sinne von Capitel 1 dieses Abschnittes) des ganzen Systemes liegt, und folglich die Richtungsstrahlen der Spiegelbilder fast ohne Ablenkung hindurch gehen mußten. Inzwischen corrigirt Helmholtz doch noch den scheinbaren Ort, der sich aus dem Versuche ergiebt, mit Zugrundelegung der Listing'schen Werthe, der Constanten des schematischen Auges. Somit sind alle Größen bekannt, die man nöthig hat um aus der Größe des hinteren Linsenspiegelbildes den Halbmesser der hinteren Fläche zu berechnen. Auch hier gilt die Bemerkung, die ohne Durchführung der Rechnung zugestanden werden wird, daß das Spiegelbild mit dem Halbmesser der hinteren Linsenfläche zugleich an Größe abnehmen muß.

210 Helmholtz hat alle im Vorigen beschriebenen Messungen und Rechnungen für ein und dasselbe Auge in zwei Zuständen, einmal bei Accommodation für möglichst große Ferne, und dann für möglichst kleinen Abstand, ausgeführt, und es ergaben sich daraus folgende Resultate:

1) Die vordere Linsenfläche ist bei der Einstellung für die Nähe stärker gewölbt — ihr Halbmesser kleiner — als bei Einstellung für die Ferne.

2) Die hintere Linsenfläche wölbt sich bei Einstellung ebenfalls stärker; ihr Halbmesser nimmt ebenfalls an Größe ab, wenn sich das Auge für die Nähe anpaßt.

3) Der hintere Linsenscheitel behauptet seinen Ort im Raume bei allen Anpassungszuständen.

Da die Linse ihr Gesammtvolum behaupten muß, so geht aus den drei Sätzen hervor, daß die Linse des nahesehenden Auges in der Mitte dicker ist, daß mithin ihr Umfang in entsprechendem Maße sich verkleinern muß, und daß ihr vorderer Scheitel der Hornhaut näher liegen muß, als im selben fernsehenden Auge.

Die Größen der beschriebenen Veränderungen für das Auge, dessen Abmessungen beim Fernsehen schon im vorigen Capitel angeführt wurden, sind in nachstehender Tabelle verzeichnet.

	Fernsehen.	Nahesehen.
Krümmungshalbmesser im Hornhautscheitel	7,646mm	7,646mm
Abstand des vorderen Linsenscheitels vom Hornhautscheitel	3,597	3,431
Halbmesser der vorderen Linsenfläche	8,8	5,9
Abstand des hinteren Linsenscheitels vom Hornhautscheitel	7,232	7,232
Halbmesser der hinteren Linsenfläche	5,13	5,13 *)

Die Größe der Veränderungen ist nun hinlänglich, um von der Accommo-
ation eines guten Auges vollständig Rechenschaft zu geben. Berechnet man
ie Brennweiten zuerst mit Zugrundelegung der ersten Werthe und nachher der
weiten, auf das nahesehende bezüglichen, so ergiebt sich, daß hernach das Bild
nes wenig über 100mm entfernten Gegenstandes in diejenige Ebene fällt, welche
ei der ersten Einrichtung Brennebene war. Läge also in dieser Ebene die
etzhaut, so würde das Auge bei der ersten Einrichtung unendlich ferne Objecte
eutlich sehen (weil parallele Strahlenbündel auf der Netzhaut als in der Brenn-
unktsebene zur Vereinigung kämen), während es bei der zweiten Einrichtung
bjecte, die wenig mehr als 100mm vom Auge abstehen, deutlich sähe.

Neben den besprochenen Veränderungen der Trennungsflächen begleiten 211
nige andere unmittelbar sichtbare Veränderungen im Auge seine Anpassung
ür die Nähe.

1) Die Pupille verengert sich;
2) der Pupillenrand der Iris rückt nach vorn;
3) die Peripherie der Iris zieht sich nach hinten zurück.

Die Verengerung der Pupille beim Nahesehen ist eine längst bekannte Er-
scheinung, die man jeden Augenblick wahrnehmen kann. Der zweite Satz wurde
uerst von Hueck**) behauptet, aber irriger Weise als Beweis eines Vorrückens
er Linse im Ganzen angesehen. Man sieht das Vorrücken geradezu in einem
m Profil beobachteten Auge. Da wir seit Cramer's Untersuchungen bestimmt
vissen, daß die Linse des fernsehenden Auges schon am Pupillarrande der Iris
nliegt, so sehen wir jetzt das Vorrücken dieses letzteren beim Nahesehen an als
in Zeichen für das Dickerwerden der Linse; zum Theil rührt es auch daher,
aß die sich verengernde Pupille über weiter vorgewölbte Theile der Linse sich

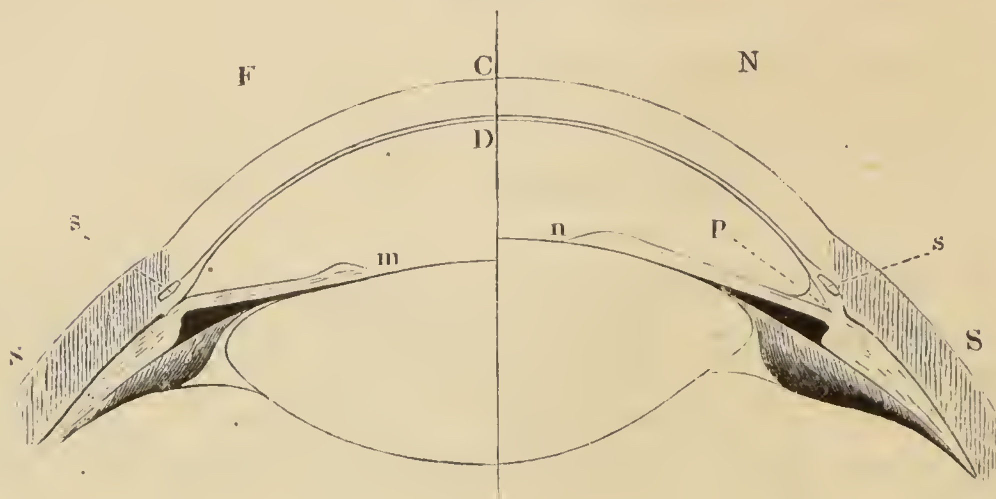
*) Die Abnahme im Halbmesser der hinteren Linsenfläche beim Nahesehen ist
u klein, um quantitativ bestimmt zu werden.

**) Die Bewegung der Krystalllinse. Leipzig 1841.

hinaufzieht. Die Vorwölbung der Linsenmitte mit dem Pupillarrande der Iris steht in mechanisch nothwendiger Verknüpfung mit dem Zurückweichen des Irisrandes, da ja der Rauminhalt der vorderen Augenkammer nothwendig constant bleiben muß. Man kann sich aber auch direct davon überzeugen durch Beobachtung der auf der Iris durch die vordere Hornhautfläche gebildeten Brennlinie; jedoch muß betreffs der näheren Beweisführung auf die Originalabhandlung von Helmholtz verwiesen werden.

In Fig. 89 sind alle Veränderungen beim Sehen in die Nähe im natür-

Fig. 89.



lichen Verhältnisse dargestellt; die linke mit *F* bezeichnete Seite der Figur stellt einen halben Durchschnitt durch die vorderen Theile des Auges dar, wie es beim Fernsehen beschaffen ist; die rechte mit *N* bezeichnete Seite ist ein halber Durchschnitt desselben für die Nähe eingerichteten Auges; eines weiteren Commentars bedarf die Zeichnung nicht. Sie ist die Copie einer von Helmholtz der Abhandlung, aus der diese ganze Lehre genommen ist, beigegebenen Abbildung.

212 Den Mechanismus der Accommodation — meint Helmholtz — könne man sich einstweilen so denken: Die ruhende Iris hat in der Nähe ihres Randes (rechts unten vom Buchstabe *s* in der Fig. 89 links) einen Knick mit der convexen Seite nach vorn; ziehen sich nun alle Fasern derselben, die radialen sowohl als die circularen, zusammen, so muß der Knick gestreckt werden, wodurch aus seinem Hohlraume Flüssigkeit verdrängt wird; umgekehrt wird vor dem Knick durch dieselbe Streckung (bei *p* auf der rechten mit *N* bezeichneten Seite) Raum frei; soll nun aber gleichwohl der Raum vor und der Raum hinter der Iris sein ursprüngliches Volum behaupten, so muß die Linse vorgewölbt werden. Zu demselben Erfolge trägt aber die Wirkung des Tensor choroideae bei, der nach den Untersuchungen von v. Reeken *) in der Nähe des Canalis Schlemmii (*s*, Fig. 89) an der Membrana Descemetii seinen festen Punkt hat. Er zieht also die Zonula Zinnii nach vorn und vermindert folglich deren elastische Spannung

*) Ontleedkundig onderzoek van den toestel voor accommodatie van het oog. Utrecht 1855.

falls sie eine solche haben sollte. In der That muß man ihr aber eine Spannung in der Ruhe zuschreiben, welche, am Rande der Linse in radialer Richtung nach außen wirksam, diese abplattet. Die eigene Gleichgewichtsfigur der Linse wäre also die, welche ihr im nahesehenden Auge zukommt. Sie strebt ihr daher sofort von selbst zu, wenn die Spannung der Zonula vermindert wird. Sehr wahrscheinlich wird diese Ansicht vom Anpassungsmechanismus noch dadurch, daß die Dicke der Linse des lebenden Auges selbst im nahesehenden Zustande noch nicht die Werthe erreicht, welche eine aus einem todten Auge herausgenommene Linse zeigt, die der Wirkung aller äußeren, ihre Gestalt verändernden Kräfte entzogen ist.

Endlich kann auch noch eine Veränderung der Blutvertheilung im Auge mit im Spiele sein, dergestalt, daß Blut, welches beim Fernsehen vor der Linse befindlich war, beim Nahesehen hinter die Linse kommt und diese hervorwölben muß, weil der Binnenraum der ganzen Sclerotica constant ist. L. Fick*), der diese Ansicht aufgestellt hat, sieht die anatomische Möglichkeit einer solchen Veränderung darin, daß das Gefäßsystem der Ciliarfortsätze und das der Choroidea in ihren Füllungsstufen von einander unabhängig sein können. Er nimmt eine früher noch nicht beobachtete Contractilität der Substanz der Ciliarfortsätze zu Hülfe und schließt: Wenn vermittelst dieser die Ciliarfortsätze und die Iris ausgepreßt werden, so muß unter dem allgemeinen Drucke des arteriellen Blutes sofort eben so viel Blut in die Choroidea eintreten — hinter die Linse — und diese folglich hervorgewölbt werden.

Fassen wir die Resultate noch einmal mit zwei Worten zusammen, so ergiebt sich: Die Anpassung für verschiedene Fernen geschieht nicht durch Verschiebung des bildfangenden Schirmes (der Netzhaut), sondern durch Veränderung des brechenden Systemes selbst. Dies wird stärker brechend — seine Brennweiten verkürzen sich —, um die Einrichtung für nähere Objecte zu bewirken. Die ganze Veränderung vertheilt sich überdies auf die beiden letzten Flächen, indem die erste — die Hornhaut — vollkommen unverändert bleibt.

Bei jeder bestimmten Einrichtung des brechenden Apparates ist nun wieder 213
ein gewisses Spatium — eine Accommodationslinie — deutlich zu übersehen und es werden auch für ein und dasselbe Auge die Accommodationslinien um so kürzer, je näher der Accommodationspunkt dem Auge rückt. Es ist ja auch in diesem Falle der bildfangende Schirm hinter der Brennebene gelegen, wenn der Accommodationspunkt nicht in unendlicher Ferne ist. Es muß aber das Wachsthum der Zerstreuungskreise streng genommen sogar noch rascher sein, als wenn ohne Veränderung des brechenden Apparates bloß der bildfangende Schirm weiter nach hinten gerückt worden wäre, weil die Brennweiten kleiner sind. Wenn auch die letztere Bemerkung nur so unbedeutende Differenzen beschlägt, daß sie sich der Beobachtung entziehen, so wird doch Jeder aus den obigen Erwägungen ohne weitere Erörterung zugeben, daß die Accommodationslinien für ein und dasselbe Auge um so kürzer sind, je näher sie dem Auge liegen oder für je kleinere

*) Müller's Archiv 1854.

Entfernung das Auge eingestellt ist. Man kann sich von diesen Sätzen in einem Versuche *) sehr anschaulich überzeugen. Man betrachte eine möglichst feine Linie (etwa einen ausgespannten Faden oder eine mit Tusche auf Papier gezeichnete gerade Linie), die nahezu in die Verlängerung der Sehaxe des einen geöffneten Auges gehalten wird. Man suche das Auge für einen Punkt derselben zu adaptiren, gleichwohl sieht man ein endliches Stückchen der Linie um diesen Punkt zu beiden Seiten gelegen mit vollkommen gleicher Deutlichkeit — gewissermaßen die reell dargestellte Accommodationslinie. Vor und hinter diesem Stückchen sieht man die Linie verwaschen in Zerstreuungsbildern, die um so breiter werden, je weiter sie von dem Accommodationspunkte vorwärts und rückwärts abliegen. Läßt man nun den Accommodationspunkt innerhalb des Spatiums, das man überhaupt mit seinem Accommodationsvermögen beherrscht, über die Linie hingleiten, so wird einem nicht entgehen, daß der deutlich gesehene Theil der Linie an Länge zu und an Schärfe der Begrenzung abnimmt, wenn man den Accommodationspunkt immer weiter vom Auge entfernt.

214 Aus ähnlichen Ueberlegungen, die sich ebenfalls auf die Nr. 196 gemachten Bemerkungen gründen, ergiebt sich noch, daß die mechanische Leistungsfähigkeit eines Accommodationsapparates keineswegs sich bemessen läßt nach der Anzahl von Längeneinheiten, welche er optisch umfaßt. Die Längeneinheiten sind nicht gleichwerthig für das Accommodationsvermögen; es gilt vielmehr eine solche um so weniger, je weiter entfernt sie vom Auge liegt. Wir haben in der angeführten Nummer bereits gesehen, daß ein Auge, das in seinem anfänglichen Ruhezustande auf unendliche Ferne eingerichtet war, gar keiner inneren Veränderung bedarf, um einen 65^{m} entfernten Gegenstand mit gleicher Deutlichkeit zu sehen. Ja es wird kaum einer Thätigkeit bedürfen, um einen 12^{m} entfernten Gegenstand deutlich zu sehen, da hiezu eine Verrückung des Brennpunktes um etwa **) $0{,}025^{mm}$ nach vorn ausreichte. Soll hingegen der Accommodationspunkt nur um 1^{dm} dem Auge näher gelegt werden, aber von einer Grenze aus, die selbst schon dem Auge viel näher liegt, so wird eine viel ausgiebigere Thätigkeit des Apparates in Anspruch genommen. Wollten wir uns z. B. das schematische Auge auf $0{,}203^{m}$ eingestellt denken, so müßte sein Brennpunkt ungefähr $1{,}60^{mm}$ vor der Netzhaut liegen, und sollte es dann auf $0{,}109^{m}$ eingestellt werden, so müßte sein Brennpunkt in eine Entfernung von beinahe $3{,}20^{mm}$ von der Netzhaut gebracht werden. Um also dies 1^{dm} mit der Accommodationskraft zu bewältigen, bedürfte es einer Verkleinerung der Brennweite um etwa $1{,}6^{mm}$, also einer inneren Veränderung, weit größer als die, welche nothwendig ist, um bedeutend größere Strecken, die ferner vom Auge liegen, mit der Adaption zu durchmessen.

---

*) Czermak, Physiologische Studien. I. S. 8 und 9.

**) Die Größe y in der Tabelle Nr. 196 ist nicht ganz genau diejenige, um welche der Brennpunkt des schematischen Auges vor die Netzhaut fallen muß, damit auf diese selbst das Bild eines p^{m} entfernten Punktes falle; denn sobald durch innere Veränderungen die Brennweiten des Auges sich verkürzen, wird die Bewegung der Bildpunkte rascher, daher die im Text besprochene Größe etwas kleiner, als die Größe y der angezogenen Tabelle ist.

Anhang: Ueber Kurz- und Fernsichtigkeit.

Wir wollen (absehend von der oben Nr. 205 berührten negativen Accom- 215
nodation) ein Auge, dessen Ruhezustand Einstellung auf unendliche Ferne ist, ormalsichtig nennen. Damit soll jedoch bloß eine ganz willkürliche Wortdefini- on gegeben sein, ohne daß darin die Behauptung liegt, es haben die meisten der auch nur die vortrefflichsten Augen diese Eigenschaft. Es liegt nämlich eineswegs irgend eine Nothwendigkeit, kaum eine besonders große Wahrschein- chkeit im Wesen der Sache, daß die Netzhaut im Ruhezustande des Auges mit er hinteren Brennebene zusammenfällt. Die Abweichung davon kann aber nach wei Richtungen stattfinden. Es kann die Netzhaut vor oder hinter der Brenn- ene liegen. »Kurzsichtig« wollen wir nun ein Auge nennen, wenn im uhezustande seine Netzhaut hinter der Brennebene liegt oder parallele Strahlen- ündel vor derselben zur Vereinigung kommen. »Fernsichtig«, wenn parallele Strahlenbündel erst hinter der Netzhaut zur Vereinigung kommen. Auch diese efinitionen sollen nur willkürliche Worterklärungen sein und machen keineswegs en Anspruch, daß sie immer mit dem sonst üblichen Sinne dieser Worte zusam- enfallen. Man wird übrigens sogleich sehen, daß eine solche Definition einige erechtigung hat, weil die definirten Eigenschaften in der That eine kurze Be- ichnung verdienen und weil der Sprachgebrauch diesen Worten Bedeutungen eilegt, die weit weniger einfach zu erklären, weil darin optische und physiologische igenschaften gemischt sind.

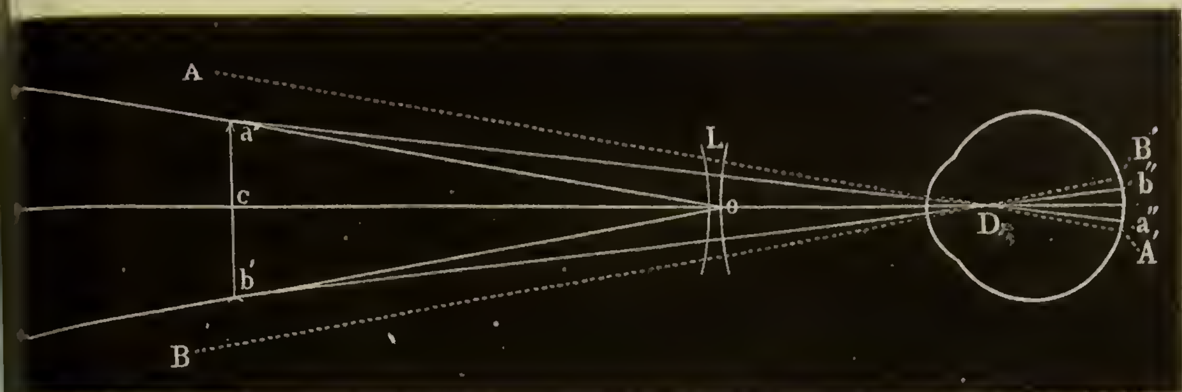
Ist ein Auge kurzsichtig oder fernsichtig in dem eben definirten Sinne nd hat eine genau ebenso empfindliche Netzhaut wie ein gegebenes normales uge, so kann es in der Ruhe auch dasselbe leisten, wie das letztere in der uhe, durch Bewaffnung mit einer passenden Zerstreuungs- oder Sammel- nse, wenigstens wenn der Abstand dieser letzteren vom Auge verschwin- end klein ist gegen den Abstand des leuchtenden Objectes und des von ihm urch die Linse entworfenen Bildes. Ein kurz- oder fernsichtiges, sonst aber voll- ommen gesundes und empfindliches Auge wird also mit Hülfe einer passenden brille z. B. auf dem Monde eben so viele helle und dunkle Punkte erkennen, ls ein normalsichtiges, abgesehen natürlich von der Lichtabsorption in der vor- esetzten Linse. Um diesen Satz außer Zweifel zu stellen, wollen wir die beiden arin enthaltenen Fälle einer gesonderten Analyse unterwerfen. Wählen wir ns ein willkürliches kurzsichtiges Auge. Sein Fernpunkt liege n Meter von einem Hornhautscheitel entfernt. Ein unendlich ferner leuchtender Punkt, der in parallelstrahliges Bündel hineinsendet, wird also nicht genau auf seiner tetzhaut abgebildet, sondern vor derselben; wie weit dies Bild vor der Netzhaut iegt, wissen wir nicht, da die sonstigen Abmessungen des Auges unbekannt sind. Wir brauchen dies aber auch nicht zu wissen, um dem Auge die passende Linse u wählen, welche es in Stand setzt, im Ruhezustande seines Accommodations- pparates dies Bild eines unendlich fernen Punktes mit seiner Netzhaut in Coincidenz zu versetzen. Es genügt dazu die Kenntniß des Fernpunktes voll-

kommen. Die Linse muß nämlich offenbar so gewählt sein, daß die Strahlenbündel eines unendlich fernen Objectes nach der Brechung durch dieselbe von einem virtuellen Bilde zu kommen scheinen, das n Meter vom Auge entfernt liegt, denn wir wissen, daß ein so weit abstehendes Object deutlich gesehen wird. Hiernach kann aber die Brennweite der zu wählenden Linse bestimmt werden, wenn ihre Lage vor dem Auge gegeben ist. Sei der Abstand ihres Mittelpunktes vom Hornhautscheitel $= d^m$, so muß nach dem Vorigen ihre Brennweite so groß sein, daß das Bild eines unendlich fernen Objectes in einem Abstande von $n - d$ von ihrem eigenen Mittelpunkt entsteht, denn alsdann steht es um n Meter vom Hornhautscheitel des fraglichen Auges ab. Zur Bestimmung der Brennweite führt nun die Grundgleichung für Zerstreuungslinsen $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = - \frac{1}{f}$, wo p die Entfernung des leuchtenden Punktes bedeutet, p' die Entfernung seines Bildes; f' den absoluten Werth der Brennweite, ein negativer Werth von p', bedeutet, daß das Bild virtuell und auf derselben Seite der Linse, ein positiver Werth bedeutet, daß das Bild reell und auf der entgegengesetzten Seite der Linse gelegen ist, von welcher die Strahlen kommen. Setzen wir in diese Gleichung die Werthe für p und p' aus obiger Aufgabe, so läßt sich f berechnen; p ist $= \infty$ zu machen, $p' = n - d$, weil das Bild in dieser Entfernung gefordert wird. Man hat $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{d - n} = - \frac{1}{x}$ oder $x = (n - d)$ d. h. eine Zerstreuungslinse mit der eingebildeten Brennweite $n - d$ ist zum vorgesetzten Ziele zu wählen. Wäre also z. B. das gedachte Auge in der Ruhe für $0{,}5^m$ Abstand eingerichtet und wollte es einen unendlich fernen Gegenstand mit einer $0{,}01^m$ entfernt gehaltenen Linse deutlich sehen, so müßte der letzteren Brennweite $0{,}5 - 0{,}01$ oder $0{,}49^m$ betragen.

Wir haben noch die Bedeutung der oben gemachten Einschränkung näher zu betrachten, daß nämlich eine Linse, nur wenn sie sehr nahe ans Auge gehalten wird, ein kurzsichtiges Auge ganz einem normalsichtigen äquivalent machen kann. Sie gründet sich auf zwei Eigenschaften des Netzhautbildes, welche durch die Entfernung der Linse vom Auge beeinflußt werden — die Größe und die Lichtstärke. Was den ersteren Punkt betrifft, so vermindert die Zerstreuungslinse die Netzhautbildgröße, wenn sie nicht dem Auge bis auf eine gegen ihre Brennweite verschwindende Entfernung genähert wird, und kann also einen Gegenstand unsichtbar machen, der in dem normalen Auge ohne Linse noch ein hinlänglich großes Netzhautbild geliefert hätte, um sichtbar zu bleiben. Fig. 90 wird das Gesagte deutlich machen. Wir denken uns ein lineares, unendlich fernes Object (z. B. einen Durchmesser der Mondscheibe); AD und BD seien die Richtungsstrahlen, welche seine beiden Endpunkte in das unbewaffnete Auge senden würden. Der Gesichtswinkel, unter welchem das Object alsdann erscheinen würde, der Winkel ADB sei φ, und wenn — wie bei allen derartigen optischen Untersuchungen ohnehin vorausgesetzt wird — dieser Winkel nur klein ist, so ist die Netzhautbildgröße $A' B = \varphi \,.\, \delta$, wenn δ den Abstand des Knotenpunktes D von der Netzhaut bedeutet. Da w

uns den Gegenstand in unendlicher Entfernung dachten, so wird er, von O aus gesehen, unter demselben Winkel φ erscheinen, wie von D aus gesehen. Die von

Fig. 90.



den Endpunkten des Objectes durch den optischen Mittelpunkt O der Linse L gehenden Strahlen aO und bO sind nämlich parallel zu AD und BD und es ist $aOb = \varphi$. Auf diesen Strahlen liegen nun die durch die Linse erzeugten, virtuellen Bilder a' und b', jener beiden Endpunkte des Objectes nach den im ersten Capitel dieses Abschnittes bewiesenen Sätzen. Und zwar liegen die Bilder als Bilder unendlich ferner Punkte in der Brennpunktsebene, so daß, wenn f die Brennweite der Linse ist, $cO = f$ zu nehmen ist. Die lineare Ausdehnung $a'b'$ ist also (immer noch unter Voraussetzung eines sehr kleinen φ) $= \varphi . f$*). Da nun dies Bild einen endlichen Abstand vom Auge hat, so wird es, von ihm aus gesehen, auch unter einem anderen Winkel erscheinen, als von O aus gesehen, oder die durch a' und b' und den Knotenpunkt D gezogenen Richtungsstrahlen bilden einen anderen Winkel als φ mit einander. Der numerische Werth dieses Winkels findet sich leicht, wenn man, was bei der Kleinheit von φ erlaubt ist, $a'b'$ als Bogen eines um D mit dem Halbmesser Dc beschriebenen Kreises ansieht. Man hat, $OD = e$ setzend, Winkel $a'Db' = \frac{\varphi . f}{f + e}$, folglich ist die Größe des Netzhautbildes, wie es mit Einschaltung der Linse L entsteht, $a''b'' = \delta . \frac{\varphi f}{f + e}$ offenbar kleiner als $A'B'$ oder $\delta . \varphi$. Der Unterschied fällt aber um so kleiner aus, je kleiner $\frac{e}{f}$ ist, denn um so mehr nähert sich $\frac{f}{f + e}$ der Einheit. Es ist also bewiesen, daß der Unterschied der Netzhautbildgröße mit und ohne Linse um so kleiner ausfällt, je kleiner der letzteren Abstand vom Knotenpunkte des Auges ist. Die numerische Ausführung dieser Rechnungen wäre freilich nur dann möglich, wenn man den Abstand des Knotenpunktes vom Hornhautscheitel sowohl als von der Netzhaut kennte; das allgemeine Resultat unserer Formeln wird aber durch die Unbekanntschaft mit diesen Größen nicht beeinträchtigt. Wir brauchten zwar zu dem zunächst hier

*) Genau genommen $= 2 . f . tang \, {}^1\!/_2 \varphi$.

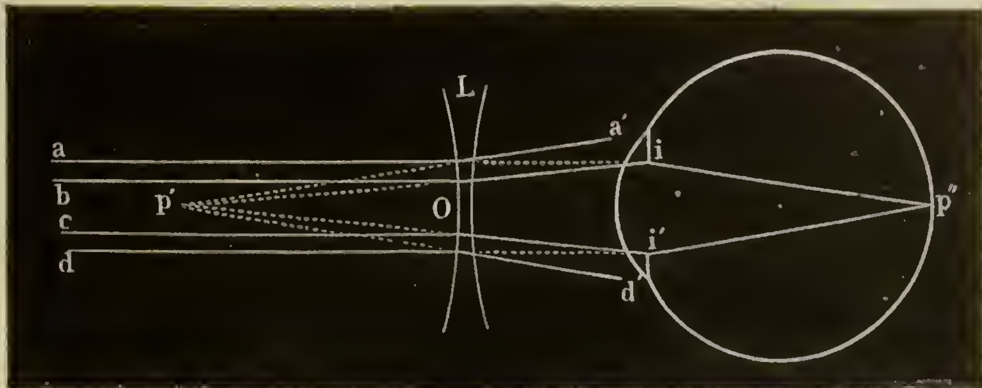
vorgesetzten Zwecke nur von unendlich fernen Objecten zu reden, wollen abe gleich im Zusammenhange die Verkleinerung des Gesichtswinkels und folglich de Netzhautbilder endlich entfernter Objecte durch Zerstreuungslinsen mitbetrachten. Die lineare Ausdehnung eines solchen sei b und sehr klein gegen seine Entfernung p vom Knotenpunkt. Es erscheint dann dem unbewaffneten Auge unter dem Gesichtswinkel $\frac{l}{p}$ und die Größe seines Netzhautbildes ist $\delta \,.\, \frac{l}{p}$, wo δ seine obige Bedeutung hat. Setzen wir zwischen Auge und Object eine Linse von de negativen Brennweite f in die Entfernung e vom Knotenpunkte des Auges, als in die Entfernung $p - e$ vom Objecte, so erzeugt sie ein virtuelles Bild, dessen Abstand x von ihr aus der Formel $\frac{1}{p-e} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{f}$ sich zu $-\frac{f(p-e)}{p-e+f}$ berechnet; das negative Vorzeichen bedeutet, daß es vor der Linse liegt. Sein Abstand vom Knotenpunkte des Auges ist demnach, dieselbe Größe positiv genommen und um e vermehrt, $= \frac{fp + pe - e^2}{p - e + f}$. Die Längenausdehnung dieses Bildes selbst ist aber, da sie sich zum Abstande desselben von der Linse verhält wie die Ausdehnung des Objectes zu seinem Abstande von der Linse, $= \frac{lf}{p-e+f}$ und sie muß aus der eben berechneten Entfernung, d. h. vom Knotenpunkte des Auges aus gesehen, unter einem Gesichtswinkel erscheinen, dessen Zahlwerth sich findet, wenn man sie durch diese Entfernung dividirt, also unter dem Winkel $\frac{lf}{pf + pe - e^2}$. Die Längenausdehnung des durch die Linse modificirten Netzhautbildes ist also $\delta \cdot \frac{lf}{pf + pe - e^2}$. Giebt man diesem Ausdrucke noch die Form $\delta \cdot \frac{l}{p + f\,(pe - e^2)}$, so zeigt sich, daß er immer kleiner sein muß als $\delta \cdot \frac{l}{p}$ oder die Netzhautbildgröße im unbewaffneten Auge; denn da p der Natur der Sache nach immer größer als e ist, weil die Linse zwischen Object und Auge gedacht wird, so ist $pe > e^2$, also $\frac{1}{f}\,(pe - e^2)$ immer positiv, also der Nenner immer größer als p und folglich der Bruch immer kleiner als $\frac{l}{p}$. Je mehr sich aber $\frac{e}{f}$ der Null nähert, um so weniger ist auch hier wieder die Netzhautbildgröße mit der Linse von der im unbewaffneten Auge verschieden.

216 Wir kommen zu dem anderen Einfluß vorgesetzter Zerstreuungslinsen auf das Netzhautbild, der es wenigstens theoretisch streng genommen einem kurzsichtigen Auge unmöglich macht, das zu leisten, was ein normalsichtiges Auge leistet. Eine Zerstreuungslinse schwächt, ganz abgesehen von der Lichtabsorption, wegen

unvollkommener Durchsichtigkeit aus rein geometrisch-optischen Gründen die Licht-tärke des Netzhautbildes.

Fig. 91 kann dies veranschaulichen. a, b, c, d seien vier Strahlen eines

Fig. 91.

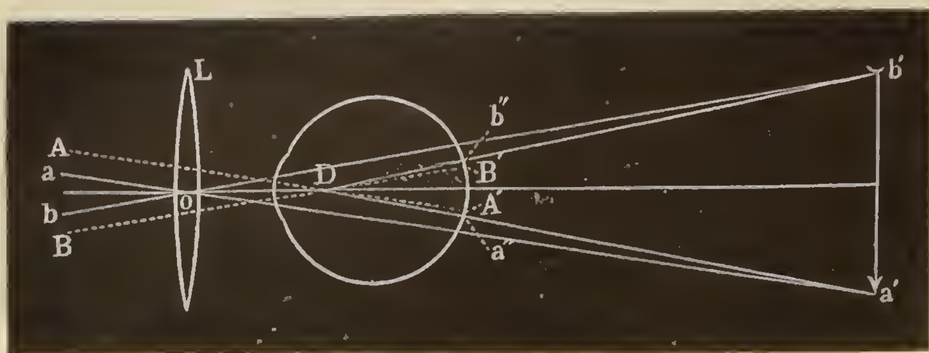


›arallelstrahligen, von einem unendlich fernen Punkte ausgehenden Bündels. In inem normalsichtigen Auge mit der Pupillenöffnung ii' würden alle zwischen ›en Gränzen a und d eingeschlossenen Strahlen zum Bilde p'' auf der Netzhaut ›erwandt werden. Ein kurzsichtiges Auge, das eine Zerstreuungslinse L von ›er Brennweite Op' einschalten muß, um dem Strahlenbündel die zur Vereini-ung auf seiner Netzhaut nöthige Divergenz zu geben, kann aber trotz gleicher Pupillenweite nicht mehr die sämmtlichen zwischen a und d eingeschlossenen Strahlen nutzbar machen. Es können vielmehr nur noch die zwischen b und c deren Richtung nach der Brechung $p'i$ und $p'i'$ ist) liegenden die Pupille durch-etzen, während die weiter nach außen gelegenen auf undurchsichtige Theile des luges treffen. Das Bild p'' im kurzsichtigen Auge mit Linse ist also, weil weniger Strahlen sich in ihm vereinigen, weniger hell, wenn auch ebenso deutlich, ls das in einem normalsichtigen Auge mit gleich weiter Pupille. Ohne daß vir nöthig hätten, diese Anschauung in Formeln zu übersetzen, werden wir rkennen, daß diese Ausschließung einiger Strahlen von dem Bilde auch statt at, wenn das Object in endlicher Entfernung gelegen ist; daß ferner um so nehr Strahlen ausgeschlossen werden, je kürzer die Brennweite der Linse ist, und aß endlich um so mehr ausgeschlossen werden, je ferner die Linse vom Auge ehalten wird. Aus den beiden soeben angestellten Betrachtungen geht für Concavbrillen Tragende die Aufforderung hervor, dieselben dem Auge so nahe ls möglich zu bringen, und zwar ist diese Aufforderung um so beherzigens-verther, je schärfer die Brille ist.

Wir stellen uns jetzt zweitens ein fernsichtiges Auge vor, das im Ruhe- 217
zustande erst convergente Bündel auf der Netzhaut vereinigen kann, deren Strahlen auf einen n Meter hinter seinem Hornhautscheitel gelegenen Punkt ielen. Um das Bild eines unendlich fernen Punktes mit der Netzhaut in Coin-idenz zu bringen, muß dies Auge also in der Entfernung d vor seinen Horn-autscheitel eine Sammellinse mit der Brennweite $d + n$ halten, denn eine olche verwandelt ein parallelstrahliges Bündel in ein convergentes, dessen Ver-inigungspunkt $d + n$ hinter ihr, also n hinter dem Hornhautscheitel liegt.

Die Nachtheile, welche ein kurzsichtiges Auge von dem Vorsetzen einer Zerstreuungslinse hatte, dem normalsichtigen Auge gegenüber, verwandeln sich für das fernsichtige Auge mit der Sammellinse in Vortheile, die ebenfalls wieder mit der Entfernung der Linse vom Auge gesteigert werden. Ein Blick auf die Fig. 92 wird zunächst die Vergrößerung des Netzhautbildes durch die Sammel-

Fig. 92.



linse außer Zweifel stellen. Einer besonderen Erläuterung bedarf diese Figu[r] nicht, wenn man sie mit Fig. 90 und der dazu gegebenen Erläuterung zusam[-]menhält; die Buchstaben sind deshalb absichtlich überall dieselben für entsprechend[e] Punkte. Daß aber ferner die Lichtstärke durch eine Sammellinse gesteigert wird gesteht gewiß Jeder ohne Bedenken zu, selbst ohne daß es der Anschauung eine[r] besonderen Figur bedürfte. Man sieht sofort, wenn man in Fig. 91 die Zer[-]streuungslinse durch eine Sammellinse in Gedanken ersetzt, daß alsdann noc[h] Strahlen eines parallelen Bündels die Pupillenöffnung passiren können, welch[e] ohne dieselbe von der Iris abgefangen werden würden. Man müßte aus diese[n] Gründen einem Fernsichtigen anrathen, seine Brille so weit als es sonstige Be[-]dingungen gestatten, vom Auge entfernt zu halten. Wenn ich nicht irre, wir[d] dieser Rath von Fernsichtigen unbewußt befolgt.

218 Wir haben jetzt noch das Accommodationsvermögen nicht normalsichtige[r] Augen zu prüfen. Es fragt sich, wie man es mit dem Accommodationsvermöge[n] des normalsichtigen vergleichen könne. Es wurde oben (S. 267) der Vorschla[g] Listing's angenommen, das normalsichtige Auge von normaler Accommodations[-]kraft in der Ruhe auf unendliche Ferne und bei möglichster Anstrengung de[s] Accommodationsapparates auf einen Abstand von 100^{mm} eingestellt sein z[u] lassen. Führen wir noch einen zuerst von Hueck gebrauchten Ausdruck durc[h] seine Definition hier ein. Nennen wir nämlich »Gränzpunkt« eines Auges den[-]jenigen, auf den es bei möglichster Anspannung seines (positiven) Adaptions[-]apparates eingestellt ist. Wir können alsdann kurz sagen: in jeder Beziehun[g] normal heißt ein Auge, dessen Gränzpunkt 100^{mm} absteht, während sein Fern[-]punkt in unendlicher Ferne liegt. Es fragt sich nun: unter welchen Bedingun[-]gen kann mit Hülfe einer Linse ein kurz- oder fernsichtiges Auge dasselbe leiste[n] wie das soeben definirte normale? Anders ausgedrückt: wie groß muß da[s] Accommodationsspatium (zwischen Fernpunkt und Gränzpunkt) sein, damit es m[it] Hülfe einer Linse von 100^{mm} Abstand bis in unendliche Ferne reicht? Die[se] Frage kann aber entschieden werden ganz ohne daß man die inneren Veränd[e-]

rungen und ihre Größe bei der Anpassung kennt. Ist z. B. irgend eines kurzsichtigen Auges Fernpunkt — sein Abstand vom Auge sei $= p$ — bekannt, so kann man angeben, wie groß der Abstand q seines Gränzpunktes sein müsse, damit es mit Hülfe einer Linse das normale Accommodationsspatium beherrscht. Sei wieder d der Abstand der vorzusetzenden Zerstreuungslinse vom Auge, so müßte ihre Brennweite nothwendig $= p - d$ sein. Irgend eine Linse von anderer Brennweite kann gar nicht berücksichtigt werden, weil sonst das ruhend gedachte Auge nicht in unendliche Ferne reicht. Soll jetzt mit Hülfe derselben Linse das Auge im Zustande der größten Accommodationsanspannung einen 100^{mm} entfernten Punkt deutlich sehen, so muß es im selben Zustande ohne Linse einen Punkt deutlich sehen, dessen Entfernung x von der Linse zu finden ist aus der Gleichung $\frac{1}{100-d} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{p-d}$, denn es müssen $100 - d$ und x für die Linse von der Brennweite $p - d$ conjungirte Vereinigungsweiten sein, oder es versetzt die Linse den $100 - d$ von ihr (so weit steht ja in der That der 100^{mm} vom Auge entfernte Punkt von der Linse) abstehenden Punkt eben optisch in die Entfernung x, wie sie aus der Gleichung zu berechnen ist. Es ergiebt sich aber $x = -\frac{(p-d)(100-d)}{p+100-2d}$, d. h. der Punkt, welcher im gedachten Zustande deutlich gesehen werden muß, liegt, vom Auge aus gerechnet, um $\frac{(p-d)(100-d)}{p+100-2d}$ hinter der Linse. Addirt man zu dieser Größe noch die Entfernung d der Linse vom Auge hinzu, so hat man die gesuchte Entfernung q des Gränzpunktes vom Auge: $q = \frac{100 \, . \, p - d^2}{p+100-2d}$. Eine ähnliche Rechnung ergiebt den Gränzpunktsabstand für ein fernsichtiges Auge mit dem Fernpunktsabstande $- p$ (er muß hier mit dem Minuszeichen versehen werden, weil der Fernpunkt hinter dem Auge liegt), wenn es mit Hülfe einer passenden Sammellinse das normale Accommodationsspatium soll beherrschen können. Die Sammellinse, welche vor dem Auge in die Entfernung d gesetzt werden muß, damit es im Ruhezustande dem normalen Auge äquivalent wird, mußte — sahen wir — eine Brennweite $p + d$ haben. Soll nun das gedachte Auge im Zustande der höchsten Anstrengung mit dieser Linse auf 100^{mm} Abstand deutlich sehen, so muß es in demselben ohne Linse einen Punkt deutlich sehen, dessen Entfernung x von der Linse als zu $100 - d$ conjungirte Vereinigungsweite gefunden wird aus der Gleichung $\frac{1}{100-d} + \frac{1}{x} = \frac{1}{p+d}$, also $x = \frac{(p+d)(100-d)}{100-p-2d}$. Diese Größe ist der Abstand des gesuchten Gränzpunktes von der Linse; um seinen Abstand vom Auge zu finden, muß man sie mit umgekehrtem Vorzeichen zu d addiren, denn wäre x positiv (was freilich wohl nie der Fall ist), so läge der gesuchte Gränzpunkt am Auge näher als an der Linse, im anderen Falle umgekehrt. Es ergiebt sich also nach allen nöthigen Umformungen der Gränzpunktsabstand vom Auge $q = \frac{100\,p + d^2}{p - 100 + 2d}$. Die beiden soeben abgeleiteten

Formeln geben noch zu einigen praktisch nutzbaren Betrachtungen Veranlassung. Wir wollen übrigens, da die bestimmte Zahl 100 vor der Hand eigentlich ziemlich willkürlich gegriffen ist, dieselbe durch ein allgemeines Zeichen g ersetzen, das also die Entfernung des »Gränzpunktes« vom normalen Auge bedeutet. Wir haben demnach für ein kurzsichtiges Auge mit dem Fernpunktsabstande p einen Gränzpunktsabstand $q = \frac{g \cdot p - d^2}{p + g - 2d}$ zu fordern. Man sieht, daß diese Größe von dem Abstande d der Linse vom Auge abhängig bleibt. Wir sehen daraus: Es ist nicht eine ganz bestimmte Leistungsfähigkeit des Accommodationsvermögens dem gedachten Auge nothwendig, damit es mit Hülfe der Zerstreuungslinse das normale Spatium beherrscht, vielmehr kann diese Leistungsfähigkeit ganz verschieden sein, wenn man sich die Verfügung über d vorbehält. An einem numerisch durchgeführten Beispiele wird dies anschaulich. Denken wir uns, der Fernpunkt eines Auges läge in 200mm Abstand und die anzuwendende Linse sollte 100mm vom Auge entfernt gehalten werden, auch g soll seinen Werth von 100mm behalten. Die Linse müßte in diesem Falle 100mm Brennweite haben, denn das alsdann 100mm von ihr abstehende Bild eines unendlich fernen Punktes steht 200mm vom Auge ab, liegt also in seinem Fernpunkte. q berechnet sich nun in diesem Falle aus der Formel ebenfalls zu 100mm. Das Auge brauchte also unbewaffnet nur das kleine Spatium von 200 bis 100mm mit seinem Accommodationsapparate zu beherrschen, und würde gleichwohl mit einer Linse von 100mm Brennweite, 100mm entfernt gehalten, in seinen verschiedenen Anpassungszuständen Gegenstände von allen möglichen Entfernungen von unendlicher Ferne bis 100mm deutlich sehen können. Nehmen wir als entgegengesetzten Gränzfall d möglichst klein, wir wollen (obwohl dies streng genommen unausführbar ist) $d = 0$ setzen, so müßten wir der Linse eine Brennweite von 200mm geben. Jetzt berechnet sich q zu 66,6...mm. Es wird also bei Anwendung einer dicht vor das Auge gehaltenen Linse, deren Brennweite dann auch größer sein muß, die Leistungsfähigkeit des Accommodationsapparates in weit höherem Grade in Anspruch genommen zur Beherrschung des normalen Spatiums, als in dem erstgedachten Falle. Eine analoge Betrachtung beim fernsichtigen Auge würde ein umgekehrtes Resultat liefern; es würde sich herausstellen, daß ein um so größeres Accommodationsvermögen zur Beherrschung des normalen Spatiums erfordert würde, je weiter man die Linse vom Auge entfernt hält.

Es wurde bereits weiter oben gezeigt, daß die Entfernung der Brillen vom Auge für einen Kurzsichtigen sonst mit erheblichen Nachtheilen verknüpft ist. Wir erinnern hier noch an einen oben übergangenen Nachtheil, der sich eigentlich von selbst versteht, daß nämlich das durch die Brille übersehbare Gesichtsfeld mit wachsender Entfernung eingeschränkt wird. Es muß also wohl ein Kurzsichtiger auf den Vortheil verzichten, den er aus der Entfernung der Brille für das Accommodationsvermögen ziehen könnte; er wird vielmehr, wenn das letztere nicht ausreichend vorhanden ist, zu verschieden scharfen Brillen greifen müssen, um in verschiedene Entfernungen zu sehen, alle aber möglichst nahe an das Auge halten. Da ein kurzsichtiges Auge, dessen Fernpunktsabstand p ist, mit einer

dicht vorgehaltenen Linse von der Brennweite p (wo $d = 0$ gedacht wird), einem normalsichtigen Auge in der Ruhe gleich kommt, so wird es einem solchen mit normalem Accommodationsvermögen in Allem optisch äquivalent sein, wenn sein Gränzpunktsabstand $q = \frac{p \cdot g}{p + g}$ ist. Wir könnten somit ein Auge, wenn sein Accommodationsvermögen vom p bis $\frac{pg}{p + g}$ reicht, ein im weiteren Sinne vollkommen normales nennen. Genau dieselbe Formel läßt sich auf ein fernsichtiges Auge anwenden, nur ist für ein solches, der Definition gemäß, p eine negative Größe, daher nimmt der Ausdruck für seinen Gränzpunkt die Form $\frac{pg}{p - g}$ an.

Wir haben noch in aller Kürze zu erwähnen, wie sich die hier gegebenen 219
Definitionen von Kurz- und Fernsichtigkeit zu dem verhalten, was der gewöhnliche Sprachgebrauch darunter versteht. Es scheint mir, man trifft seinen Sinn am besten, wenn man sagt, er nennt fernsichtig einen solchen, der sich einer Convexlinse, kurzsichtig den, der sich einer Concavlinse zum Behufe besseren Sehens*) bedienen muß. Theilweise stimmt dies mit unseren Definitionen zusammen; denn wer in irgend einem Falle mit Hülfe einer Zerstreuungslinse besser sieht als mit bloßem Auge, der hat eben in diesem Falle das Bedürfniß, die vom Objecte gelieferten Strahlenbündel divergenter zu machen, kann also das Auge nur auf kleinere Entfernungen als die des Objectes einstellen, sein Fernpunkt liegt in einem endlichen Abstande vom Auge — er ist nach unserer Definition kurzsichtig. Anders steht es mit der anderen Definition. Denken wir uns z. B. ein Auge, dessen Fernpunkt 1^m absteht und das gleichzeitig mit einem so geringen Accommodationsvermögen ausgerüstet ist, daß sein Gränzpunkt $0{,}9^m$ entfernt ist. Der mit diesem Auge versehene Mensch wird zum bequemen Lesen sich einer Convexlinse von etwa $0{,}4^m$ Brennweite bedienen, wenn er die Schrift in den bequemen Abstand von $0{,}2^m$ zu bringen beabsichtigt, weil $0{,}9^m$ immer noch eine viel zu große Entfernung ist, um von kleinen Buchstaben hinlänglich große Netzhautbilder zu erzielen. Das so beschaffene Auge wird man aus diesem Grunde gemeiniglich ein presbyopisches oder fernsichtiges**) nennen. Wir würden dieses Auge, dem wir übrigens ein abnorm kleines Accommodationsvermögen zuzuschreiben haben, zu den kurzsichtigen rechnen. In der That brauchte aber auch dasselbe eine Zerstreuungslinse von ungefähr 1^m Brennweite, um unendlich ferne Objecte deutlich zu sehen.

---

*) Natürlich ist dabei abzusehen von dem Gebrauche der Linsen als Loupen; es handelt sich eben um Sehen in solche Entfernungen, die ein normales Auge ohne Bewaffnung beherrscht.

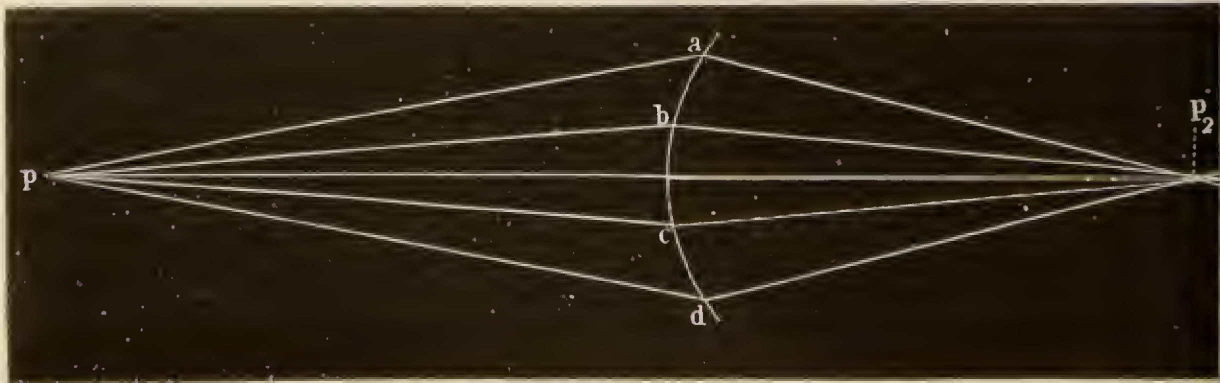
**) Stellwag, der ebenfalls die Kurzsichtigkeit noch nicht durch die bloße Endlichkeit des Fernpunktsabstandes charakterisirt, nennt ein Auge von der im Texte beschriebenen Beschaffenheit ein »asthenopisches«. (Accommodationsfehler S. 24.)

Viertes Capitel.

Von den Abweichungen des schematischen Auges.

220 Es wurde bereits früher an mehreren Stellen darauf hingewiesen, daß die im ersten Capitel abgeleiteten Gesetze über den Gang der Lichtstrahlen durch ein System sphärischer brechender Flächen nur unter der Voraussetzung gültig sind, unter der sie abgeleitet wurden, daß nämlich die Strahlen mit der Axe kleine Winkel einschließen, und daß die Einfallswinkel, unter denen sie die einzelnen Flächen treffen, ebenfalls klein sind. Sobald diese Winkel größer werden, so weichen die Strahlen von den Regeln ab, und um so mehr, je größer sie sind. Man nennt diese Abweichung die »Abweichung wegen der Kugelgestalt« oder »sphärische Abweichung«. Denken wir uns eine einzige sphärische brechende Fläche, so müßte nach unserer ersten Regel ein homocentrisches einfallendes Lichtbündel im zweiten Mittel wieder homocentrisch sein; denken wir uns insbesondere den Fall, wo die von einem Punkte des ersten Mittels ausgehenden Strahlen in einem Punkte des zweiten Mittels zur physischen Convergenz kommen mußten, so läßt sich zeigen: wenn das einfallende Strahlenbündel einen Theil der Kugeloberfläche trifft, der nicht mehr als ein unendlich kleiner Theil einer ganzen Kugel gedacht werden kann, wenn also die *Randstrahlen* unter namhaften Winkeln die Trennungsfläche treffen, so werden sie so gebrochen, daß sie nicht mit den mittleren Strahlen denselben Convergenzpunkt haben, sich vielmehr schon *früher* schneiden als diese. Ein vollkommen strenger Beweis dieses Satzes würde sehr umständlich sein. Wir begnügen uns daher, in Fig. 93 ein genau

Fig. 93.



construirtes Beispiel (mit dem Brechungsindex 2) vor Augen zu führen, wo man ohne Weiteres sieht, daß die beiden der Axe benachbarten Strahlen, die von dem Punkte p ausgehen, sich in p_1 schneiden, während die beiden Randstrahlen sich schon früher in p_2 geschnitten haben. Wir weisen ferner darauf hin, daß eine aufmerksame Prüfung der Methode, welche uns zu den Resultaten der Nr. 16 führte, sehen läßt, daß eine Vergrößerung des Einfallswinkels die Entfernung p

des Durchschnittes des gebrochenen Strahles mit der Axe verkleinert, sobald man aus dem Bereiche des dort vorausgesetzten unendlich kleinen Einfallswinkels herausgeht. Es gilt nämlich alsdann nicht mehr die dort angenommene Gleichung $nR = J$, da zwei Winkel, sowie sie nicht sehr klein sind, keineswegs ihrem Sinus proportional sind. Die Sinus wachsen bekanntlich langsamer als die zugehörigen Winkel, daher entspricht einem $n$fachen Sinus ein mehr als $n$facher Winkel, man müßte folglich zu nR noch eine Größe ε hinzuaddiren, um J zu erhalten, die selbst um so größer ist, je größer R ist. Dadurch aber wird in der angezogenen Formel der Nenner des Ausdruckes für p_1 offenbar verkleinert, und zwar um so mehr, je größer R gedacht wird, d. h. je mehr sich der betrachtete Strahl vom senkrechten Einfall entfernt, abgesehen von einigen weniger störenden Einflüssen, die ebenfalls noch in Betracht gezogen werden müßten, wenn absolute Genauigkeit erzielt werden sollte.

Durch Zusammenstellung mehrerer kugelförmiger Trennungsflächen kann man nun brechende Systeme herstellen, in welchen die soeben entwickelte Abweichung bedeutend kleiner ist als bei einer einzigen; vollkommen vermieden kann sie niemals werden, sobald man Strahlenbündel von namhafter Breite oder, mit anderen Worten, große Einfallswinkel zuläßt. Von dieser gegenseitigen Compensation der verschiedenen Brechungen kann aber gerade beim Auge nicht die Rede sein, da alle Brechungen in demselben Sinne geschehen und das Strahlenbündel sämmtliche brechende Flächen passirt, ehe es sich in einen Punkt vereinigt hat. Es müßte also offenbar, vorausgesetzt daß die Flächen wirklich sphärisch wären, die Abweichung jeder folgenden die der vorhergehenden noch vergrößern. Die z. B. von der Hornhaut schon zu sehr convergent gemachten Randstrahlen fielen noch convergent (nämlich vor ihrer Kreuzung) auf die Linse und würde hier ihre Convergenz im Verhältniß zu den Centralstrahlen desselben Bündels noch vermehrt, da auch in der Linse die Randstrahlen stärker abgelenkt werden müßten als die mittleren. Am idealen Auge müßte also die sphärische Abweichung, wenigstens bei weiter Pupille und für die weit seitlich gelegenen Objecte, jedenfalls vorkommen, d. h. es müßten selbst bei möglichst vollkommener Adaption die Bilder auf der Netzhaut immer noch mit einer gewissen Undeutlichkeit behaftet sein. Man hat gleichwohl am wirklichen Auge in der Regel keine Spuren von dieser Abweichung bemerkt, namentlich übt sie entschieden keinen störenden Einfluß auf den gewöhnlichen Sehact aus. Es muß also entweder das wirkliche Auge ein vollkommenerer Apparat sein, wie das, was wir als ideales Auge definirt haben, oder es muß wenigstens unter gewöhnlichen Verhältnissen dafür gesorgt sein, daß die störenden Randstrahlen durch die Blendung abgefangen werden. Es spricht Manches für die erstere Annahme. Wir haben schon oben, wo das ideale Auge definirt wurde, darauf aufmerksam gemacht, daß die vordere Hornhautfläche des wirklichen Auges nicht genau kugelförmig sei, sich vielmehr weit besser einem Ellipsoide anschließt, dessen große Axe mit der Sehaxe nahezu zusammenfällt. Dieser Umstand muß in der That die Ablenkung der Randstrahlen vermindern. Sei z. B. ab (Fig. 94 a. f. S.) die Richtung der großen Axe des Ellipsoides, die wir geradezu mit der Sehaxe zusammenfallend denken wollen. Am Scheitel a

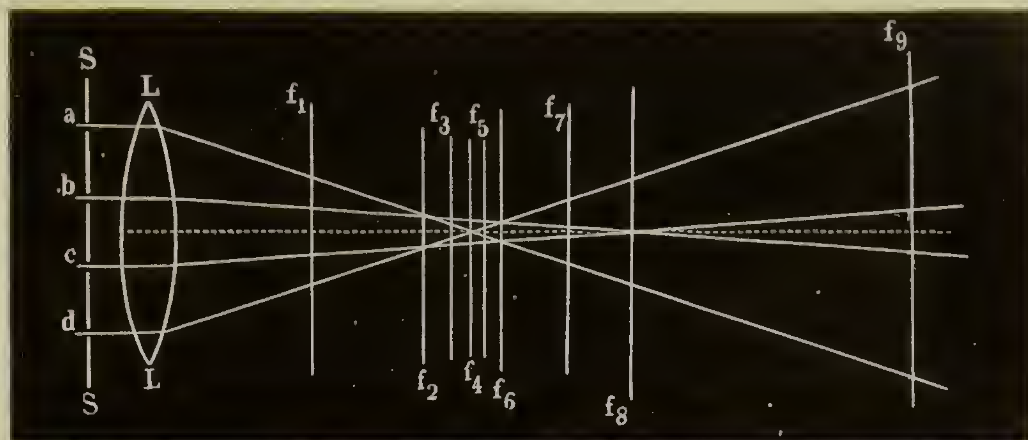
derselben ist bekanntlich sein Krümmungsradius am kleinsten, $= ac$, so daß die Kugel, welche sich ihm hier am genauesten anschließt und die deshalb als erste brechende Fläche des idealen Auges anzunehmen wäre, ganz innerhalb des Ellipsoides läge. Man sieht aus der Figur ohne Weiteres, daß diese Kugel, weil ihre Krümmung überall gleich ist, die Randstrahlen stärker ablenken muß als das Ellipsoid, dessen Krümmung vom Scheitel a aus nach den Seiten hin abnimmt. Die Brechung der Randstrahlen wird also im wirklichen Auge verhältnißmäßig weniger stark sein als im idealen Auge. Eine Beobachtungsreihe, die Volkmann in seiner mehrfach citirten Abhandlung über das »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuche der Physiologie mittheilt, bestätigt dies Raisonnement. Er hat nämlich bemerkt, daß bei manchen Augen die Randstrahlen sogar erst später zur Vereinigung kommen als die mittleren, was bei vollkommen sphärischen Flächen in der Anordnung, wie sie das Auge zeigt, unmöglich wäre. Bei anderen Augen freilich zeigte sich zwar die sphärische Abweichung in ihrer gewöhnlichen Gestalt, d. h. es wurden bei ihnen die Randstrahlen früher zur Vereinigung gebracht als die mittleren. Man müßte bei solchen Augen entweder daran denken, daß die Elliptícität der Hornhaut nicht stark genug wäre, um die Vereinigung der Randstrahlen hinlänglich zu verzögern, oder sie müßte durch die sphärische Abweichung der beiden anderen brechenden Flächen überwogen werden. Ja es könnten sogar möglicherweise diese letzteren im umgekehrten Sinne von der Kugelgestalt abweichen, d. h. am Scheite schwächer gekrümmt sein als am Rande. Da Volkmann sowohl Augen, i denen die Randstrahlen, als auch solche, in denen die mittleren Strahlen frühe vereinigt werden, gefunden hat, so wird es höchst wahrscheinlich auch solche geben in denen beide merklich in demselben Punkte vereinigt werden. Ich selbst hab mit meinen Augen die Volkmann'schen Versuche öfters wiederholt, ohne ein der von ihm beschriebenen Abweichungen wahrzunehmen, will jedoch nicht dafü einstehen, daß sie ganz fehlten, da ich durch die chromatische Abweichung, von de gleich die Rede sein wird, zu sehr gestört wurde. Die Versuche in monochromatischer Beleuchtung zu wiederholen, hatte ich einstweilen keine Gelegenhei Volkmann's Versuche bestanden aber näher in Folgendem. Durch ein dich vor das Auge gehaltenes Kartenblatt mit vier so .˙˙. angeordneten Löchelche wurde eine Nadel angesehen, die in einer Entfernung, für die das Auge nich eingestellt ist, im Allgemeinen bekanntlich vierfach erscheint; die Stellung diese vier Bilder wurde nun bei allmäliger Annäherung aus einer Entfernung, in der noc nicht deutlich gesehen wurde, bis in eine Nähe, in der nicht mehr deutlic gesehen wurde, genau untersucht. Man bedenke dabei zunächst, daß wegen de geringen ins Auge fallenden Lichtmenge die Pupille sich außerordentlich erweite

Fig. 94.



und man daher im Stande ist, die Löcher sehr weit auseinander zu machen, so daß Randstrahlen mitwirken, die sonst in der Regel nicht mitwirken und die ganz besonders stark mit den etwa vorhandenen Abweichungen behaftet sein müssen. In Fig. 95 ist nun ein brechender Apparat dargestellt, der die Randstrahlen

Fig. 95.



stärker bricht, und es ist der Gang von vier Lichtstrahlen *a, b, c, d,* die durch vier kleine Oeffnungen treten, gezeichnet; man sieht, daß auf dem bildauffangenden Schirm in neun verschiedenen Stellungen die Bilder eine Anordnung zeigen müssen, wie Fig. 96, wo die Bilder allemal durch dieselben Buchstaben bezeichnet

Fig. 96.

f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
a	*a* *b*	*b*	*b*	*b*	*b* *d*	*d*	*d*	*d*
b	*c* *d*	*a*	*a* *d*	*d*	*a* *c*	*b*	*b* *c*	*c*
c		*d*	*c*	*a*		*c*	*a*	*b*
d		*c*		*c*		*a*		*a*

sind, wie die Lichtstrahlen, von denen sie herrühren. Ganz anders stellt sich diese successive Anordnung heraus, und zwar wie in Fig. 97 (a. f. S.), wenn der brechende Apparat die mittleren Strahlen früher zur Vereinigung bringt als die Randstrahlen, wenn also die vier Strahlen *a, b, c, d* einen Gang nehmen, wie er in Fig. 98 (a. f. S.) dargestellt ist. Die Netzhaut ist nun ein solcher bildauffangender Schirm, aber man kann ihn nicht willkürlich verschieben bei constant bleibendem einfallenden Strahlenbündel. Dafür kann man aber dieses selbst beliebig verändern, indem man das Object entfernt oder nähert, wobei die ganze Stelle der größten Concentration der Strahlen (etwa bei f_5 in den Figuren) vor- und zurückrückt, und einmal vor, einmal hinter der bildauffangenden Netzhaut liegt. Insbesondere entsprechen die ersten Lagen des Schirmes (f_1, f_2) dem Falle, wo das Object zu nahe ist, um deutlich gesehen zu werden, also die größte Concentration der Strahlen hinter die Netzhaut fällt, während die hinteren Lagen (f_5 bis f_9) des Schirmes dem Falle entsprechen, wo das Object wegen zu großer Entfernung nicht deutlich gesehen wird. In

Fig. 99 ist nun die successive Lage der vier Nadelbilder in einer Reihe von Augen dargestellt, wenn man die Nadel aus unmittelbarer Nähe vom Auge ent-

Fig. 97.

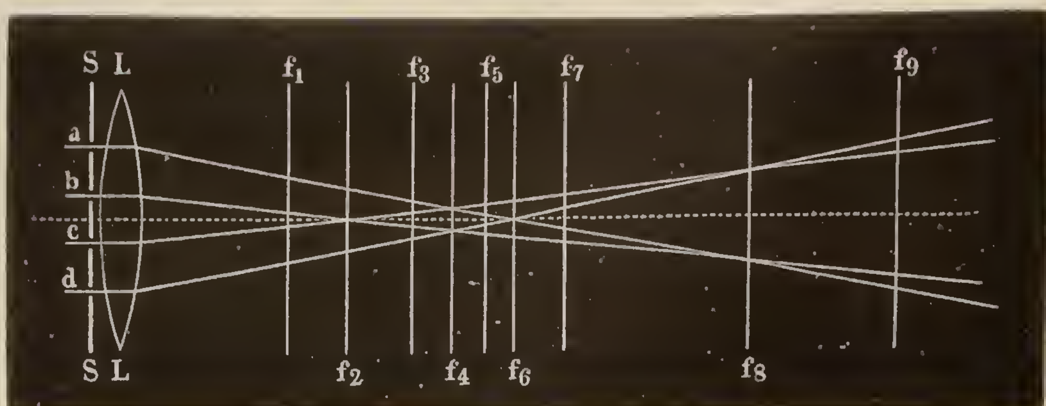
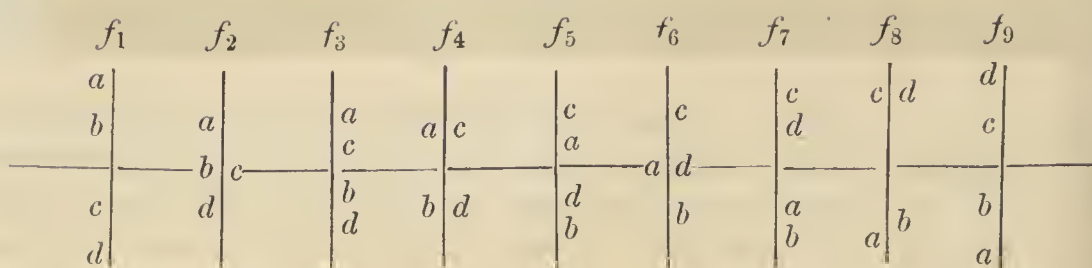


Fig. 98.



fernt. In Fig. 100 sind die entsprechenden Lagen dargestellt für eine andere Reihe von Augen. Jene Reihe bricht offenbar die Randstrahlen stärker, da, wie in Fig. 96, die beiden inneren Bilder sich den äußeren zuerst nähern, bis die beiden Paare zu zwei Bildern zusammengegangen sind. Die zweite Reihe bricht

Fig. 99.

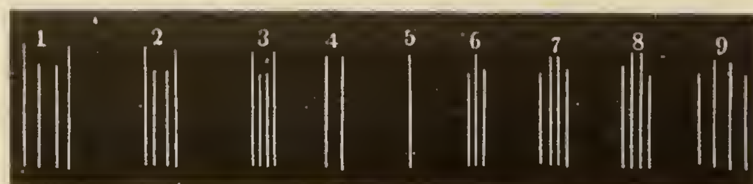
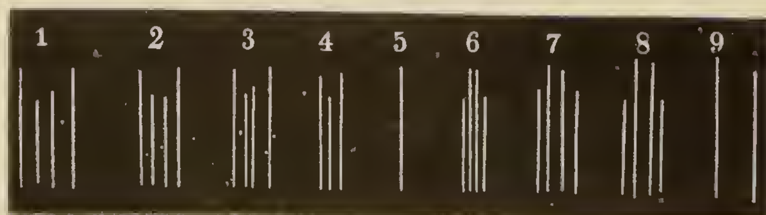


Fig. 100.



die Randstrahlen schwächer und deshalb nähern sich zuerst die beiden inneren Bilder einander gegenseitig, so daß bei einer gewissen Entfernung des Objects drei Bilder statt vier vorhanden sind. In beiden Fällen war übrigens, wie aus den Figuren hervorgeht, die Abweichung überall so klein, daß bei der möglichsten Concentration (siehe f_5 in den Figuren) keine verschiedenen Bilder mehr wah

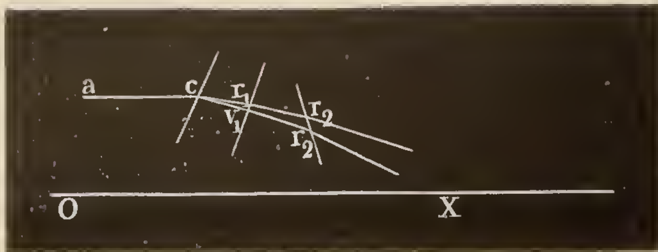
enommen wurden. Noch mag bemerkt werden, daß bei diesen Versuchen die
nordnung der vier Löcher in der oben angegebenen Weise — nicht in einer
inie — den Vortheil hat, daß man dann die inneren und äußeren Bilder
equemer unterscheidet.

Außer der sphärischen Abweichung, die nur dann merklich wird, wenn 221
erklich große Einfallswinkel vorkommen, ist bei centrirten brechenden Systemen
us sphärischen Flächen eine zweite Abweichung unvermeidlich, und merklich,
lbst wenn nur sehr kleine Einfallswinkel vorkommen, sobald die einfallenden
omocentrischen Strahlenbündel nicht aus homogenen Strahlen bestehen. Es ist
hne Weiteres ersichtlich, daß die sämmtlichen Schlüsse des ersten Capitels darauf
ebaut sind, daß jedes brechende Medium des Systems für die in Frage kom-
enden Strahlen einen ganz bestimmten Brechungsindex n_m habe und daß sie
fort aufhören bindend zu sein, sobald diese Voraussetzung fällt, sobald der
rechungsindex ein und desselben Mediums von Strahl zu Strahl variirt, wenn
uch alle anderen einschränkenden Voraussetzungen stehen bleiben. Es ist ins-
sondere ersichtlich, daß ein centrirtes System sphärischer brechender Flächen ein
omocentrisches einfallendes *weißes* Strahlenbündel nicht in ein homocentrisches
usfahrendes weißes wird verwandeln können. Es werden vielmehr einem ein-
llenden weißen Strahlenbündel ebenso viele ausfahrende homocentrische Strahlen-
ündel, jedes mit einem anderen Centrum, entsprechen, als das weiße Licht
trahlenarten von verschiedener Brechbarkeit enthält. Ohne die Rechnungen
s ersten Capitels für die verschiedenen im weißen Lichte enthaltenen Strahlen-
ten durchzumachen, ist man nämlich gewiß, daß die Vereinigungsweite eines
ärker brechbaren Strahlenbündels bei gleicher Lage kleiner sein muß, als die eines
hwächer brechbaren. Von einem weißen Punkte, der zusammenfallende violette,
aue &c. Strahlenbündel aussendet, wird demnach eine Reihe von Bildern
tstehen, die hinter einander auf der Axe angeordnet sind; das nächste am
eiten Hauptpunkte wird das von der Vereinigung der violetten Strahlen her-
hrende sein; dann kommt das blaue &c., zuletzt das rothe. Sind die Bilder
ell und stellt man senkrecht zur Axe eine auffangende Ebene, so kann man
r *keine* Lage geben, auf welcher das Bild eines Punktes als ein Punkt
schiene; stellt man sie nämlich so, daß die rothen Strahlen in ihr sich vereini-
n, so wird um diesen Punkt herum noch ein kreisförmiges Scheibchen erleuchtet
in, und zwar *ganz* von violettem Lichte, bis zu *einem gewissen concen-*
ischen Kreise hin von violettem und blauem, bis zu *einem noch kleine-*
n Kreise von violettem, blauem und grünem u. s. f. Die Undeutlichkeit der
ilder centrirter Systeme sphärischer Flächen im weißen Lichte, welche in der
en geschilderten Art wegen der Zusammensetzung des weißen Lichtes aus
trahlen verschiedener Brechbarkeit zu Stande kommt, nennt man Farben-
weichung oder chromatische Abweichung, weil ihre Erscheinung in einer Umsäu-
ung weißer Bilder mit farbigen Rändern besteht.

Bekanntlich hat man bei der Verfertigung künstlicher Linsensysteme Mittel in
änden, die Farbenabweichung zu verkleinern bis zur Unmerkbarkeit; sie ganz
egzuschaffen, ist der Theorie nach unmöglich. Man kann Linsensysteme

herstellen, bei denen für ein beliebiges einfallendes weißes Strahlenbündel de Vereinigungspunkt der violetten Strahlen z. B. mit dem der gelben Strahlen ganz genau zusammentrifft. Ueberhaupt irgend ein Farbenpaar kann man wählen und ein Linsensystem construiren, wo die beiden Vereinigungspunkte dieser beiden Farben genau zusammenfallen, aber die Vereinigungspunkte aller anderen Farben sind dann nothwendig andere, wenn auch noch so benachbarte Punkte. Ausführlicher ist hierüber in der Theorie der Fernröhre zu sprechen an diesem Orte mag eine Bemerkung genügen. Wenn in der angedeu teten Weise die Farbenabweichung für ein Farbenpaar weggeschafft werden soll d. h. wenn man, um die übliche Benennung zu gebrauchen, ein »achromati sches« brechendes System herstellen will, so müssen ganz nothwendig einzeln der vorkommenden Brechungen in entgegengesetztem Sinne stattfinden, als di übrigen. Mit anderen Worten: ein brechendes System, in welchem alle Brechun gen in demselben Sinne geschehen, kann unmöglich achromatisch sein. Wir ver stehen darunter ein solches, wo ein parallel zur Axe einfallender Strahl durc jede Brechung entweder der Axe genähert oder davon entfernt wird. Beistehend Fig. 101 macht diesen Satz anschaulich. Es ist ein zur Axe OX parallele weißer Strahl ac gedacht, de bei c die erste Fläche trifft (di brechenden Flächen sind durc gerade Linien, die Tangente der getroffenen Elemente, da gestellt); durch jede Brechun wird er der Axe mehr genähe und man sieht, daß dabei d rothe und der violette Strahl immer weiter aus einander gehen müssen, das Ze streuungsvermögen der einzelnen mag sein welches es will, denn immer wird do Violett stärker gebrochen als Roth; ebenso verhält sich aber jedes andere Farbenpaa Anders könnte es sein, wenn unter den Brechungen die eine oder die ande vorkäme von entgegengesetztem Sinne, d. h. wenn durch die eine oder die ande der Strahl von der Axe entfernt würde. (Siehe Bd. I, Nr. 193, 3te Auf Das Auge ist nun ein System von der soeben beschriebenen Gattung mit laut gleichsinnigen Brechungen, wenigstens wenn die Annahme richtig ist, daß d Linsenschichten einen um so kleineren Brechungsindex besitzen, je oberflächlich sie sind. Das Auge kann also kein achromatisches System sein. Be allen Denen, die dem Auge Achromasie in mehr oder minder hohem Grade z schrieben, hat unseres Wissens nur Vallé consequenterweise auch geläugnet, d bloß gleichsinnige Brechungen im Auge vorkommen, indem er annimmt, daß d Brechungsindex der Linsenschichten um so größer wird, je mehr man sich d Oberfläche nähert.

Fig. 101.

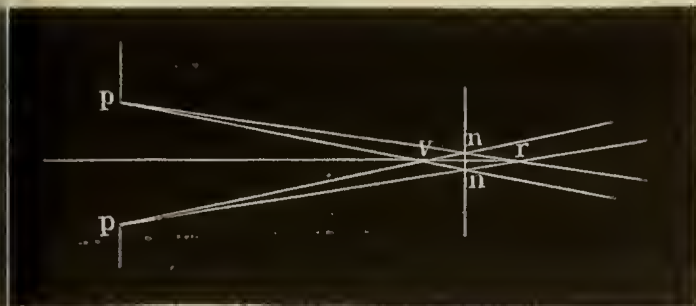


222 Wir haben jetzt, nachdem die chromatische Abweichung des Auges v theoretischer Seite her fast gewiß gemacht ist, zu fragen, ob sich nicht Spur derselben beim Sehacte bemerklich machen. Immerhin werden diese nur kle erwartet werden dürfen, denn wenn auch die Farbenstrahlen, die einem einfallend

eißen Strahle entsprechen, unter namhaften Winkeln divergiren, so werden sie ch sehr nahe bei einander die Netzhaut treffen, da diese den brechenden Flächen lbst sehr nahe ist, von denen aus die Strahlen divergiren. Ueberhaupt ist bei echenden Systemen von kurzer Brennweite aus diesem Grunde die chromatische bweichung wenig störend, daher man es auch z. B. regelmäßig versäumt, den cularen künstlicher optischer Instrumente eine achromatische Einrichtung zu geben.

Betrachtet man auf gewöhnliche Weise eine Gränzlinie zwischen Weiß nd Schwarz, oder eine weiße Linie, oder einen weißen Punkt auf dunkelm runde, so beobachtet man regelmäßig keine farbige Umsäumung, selbst bei angelhafter Einstellung, die nach den Auseinandersetzungen der vorigen Paraaphen erwartet werden könnte. Hieran sind zwei Umstände schuld. Einmal bei so heller Beleuchtung, daß vollkommen gut gesehen wird, die Pupille so g, daß die Randstrahlen, welche vorzugsweise mit der störendsten Abweichung haftet sind, abgehalten werden. Wenn nämlich auch wirklich bei möglichst llkommener Anpassung der Vereinigungspunkt der violetten Strahlen vor die etzhaut fällt, so ist doch ihr Zerstreuungskreis auf derselben äußerst klein, wenn e Pupille eng ist, der er ja ceteris paribus direct proportional sein muß. weitens kann bei einer gewissen Einrichtung des Auges, wie Volkmann*) zeigt hat, die chromatische Abweichung derjenigen Strahlen, welche durch die ne Seite der Pupille dringen, die Wirkung der chromatischen Abweichung der rch die andere Seite dringenden schwächen (siehe Fig. 102). v ist der Convergenzpunkt der violetten, durch die Pupillenöffnung pp getretenen, r der der rothen Strahlen; ist nun das Auge so eingerichtet, daß die Netzhaut sich bei nn etwa im Vereinigungspunkte der grünen Strahlen befindet (der ja nothwendig zwischen v und r liegen muß,

Fig. 102.



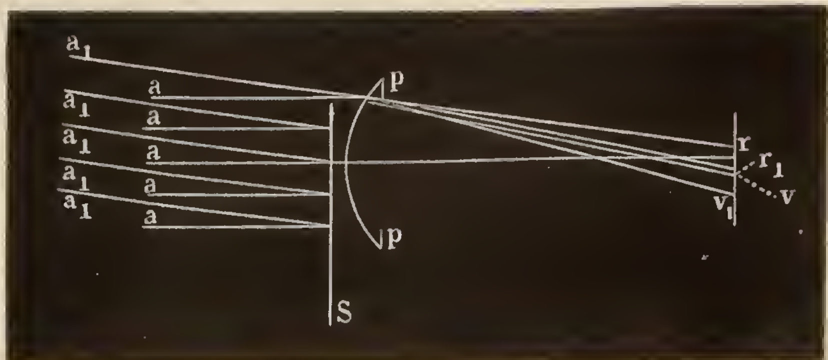
ı Grün brechbarer als Roth und weniger brechbar als Violett ist), so wird fast der Punkt des kleinen Zerstreuungskreises Strahlen von vielen verschiedenen arben empfangen, woraus eine sehr blasse Mischfarbe entsteht. Wenn diese rklärung von dem Unmerkbarwerden der chromatischen Abweichung richtig ist, muß eine andere Erscheinung auftreten, die den Anschein hervorbringt, als äre das Auge mit sphärischer Abweichung behaftet. Es muß nämlich ein eißer Punkt, selbst bei der günstigsten Einstellung, den kleinen, fast weißen erstreuungskreis nn der Fig. 102 auf der Netzhaut hervorbringen, nicht einen athematischen Punkt.

Geradezu wird die chromatische Abweichung Farbensäume erzeugend bemerkt, bald man die Pupille zur Hälfte, oder besser mehr als zur Hälfte bedeckt.

*) Artikel »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie, Bd. III.

Die soeben benutzte Fig. 102 giebt Rechenschaft davon, in welcher Reihenfolg man die Farben zu erwarten habe. Denkt man sich z. B., man habe die Pupill ganz zugedeckt bis auf ein kleines Segment oben durch den Schirm *s*, Fig. 103

Fig. 103.



Seien die mit *a* bezeichneten Strahlen solche, die von einem in der Axe sehr fer gelegenen Punkte ausgehen; nur der oberste davon — so denken wir uns — kann in das Auge eindringen und durch die Oeffnung der Regenbogenhaut *p* hindurchgehen; er giebt statt eines Punktes auf der Netzhaut ein Spectrum *r* das oben Roth, unten Violett hat. Sind nun die mit *a'* bezeichneten Strahl diejenigen, welche von einem etwas oberhalb der Axe sehr fern gelegenen Punk kommen, so giebt deren oberster auf der Netzhaut ein Spectrum *r'v'*, das geg das vorige etwas nach unten verschoben ist, denn auch sein geometrisch genau Bild würde unterhalb des Bildes von dem in der Axe gelegenen Punkte liege der die Strahlen *a* liefert. Vom ersten Spectrum würde also jedenfalls d äußerste Roth frei hervorragen, die übrigen gelblichrothen Töne würden sch von dem Roth des zweiten Spectrums gedeckt werden. Nimmt man nun n einen dritten Punkt hinzu, der im Object wieder höher liegt als der die Stra len *a'* liefernde, so würde man ein neues, noch tiefer anfangendes Spectrum a der Netzhaut erhalten, das mit seinem rothen Anfange vielleicht das Grün d ersten und das Gelb des zweiten deckte. Geht man so von der Axe aus con nuirlich von einem leuchtenden Punkte zum anderen nach oben fort, so erken man leicht, daß man auf der Netzhaut eine Reihe von beleuchteten Punkt erhält, deren oberster *r* bloß rothe Strahlen erhält; der folgende bekommt ro und gelbe, ein weiter folgender rothe, gelbe und grüne, und alsbald kommt m zu einem Punkte, der mit allen Farben des Spectrums erleuchtet ist, der folgl weiß erscheinen muß; weiter abwärts folgen lauter solche weiß beleuchtete Pun nur muß man beachten, daß jeder derselben seine verschieden gefärbten Strah von verschiedenen Punkten des leuchtenden Objectes erhält, und zwar die rot von einem höher liegenden Punkte als die orangefarbenen, diese von einem hö liegenden als die gelben u. s. f.; für den Effect ist dies jedoch gleichgültig, Punkte erscheinen weiß. Die Reihe von über einander liegenden Punkten ka nun mit demselben Erfolge unzählige Male neben einander gedacht werden, so d eine ganze leuchtende Ebene entsteht, die nach unten durch eine in der Höhe Axe verlaufende horizontale Gränzlinie von einer dunkeln Ebene geschieden wi

uf der Netzhaut hat man alsdann eine in der Höhe von r horizontal verlau-
nde roth beleuchtete Linie, welche die Gränze gegen das darüber liegende
ubeleuchtete Netzhautstück bildet; unter der rothen Linie verläuft eine röthlich-
elbe horizontale, darunter eine noch blässer gelbliche, bald eine ganz weiße.
m Ganzen wird man auf der Netzhaut ein weiß beleuchtetes Flächenstück finden,
elches an der Gränze gegen das unbeleuchtete gelb und zuletzt roth gesäumt ist.
ätte man mit dem Schirme s unter denselben Umständen die oberen Theile der
upille verdeckt, so daß nur durch einen am unteren Rande derselben gelegenen
bschnitt Licht hineindringen konnte, so wäre natürlich der Erfolg insofern
erselbe gewesen, als man auch ein unteres, weiß beleuchtetes Stück Netzhaut
halten hätte, das horizontal gegen das darüber gelegene dunkele abgegränzt
ewesen wäre; nur hätte sich in diesem Falle das Weiß gegen das Schwarz an
er Gränze nicht durch Gelb und Roth, sondern durch Blau und Violett ab-
hattirt. Die soeben theoretisch abgeleitete Erscheinung kann man jeden Augen-
lick leicht an sich selbst beobachten. Man braucht nur am oberen Rande einer
unkeln horizontalen Fenstersprosse vorüber nach dem hellen Himmel zu sehen
nd dabei mit einer dicht vor dem Auge horizontal gehaltenen Messerklinge die
Pupille zum Theil zu bedecken. Bedeckt man den unteren Theil der Pupille, so
rscheint der obere Rand der Fenstersprosse roth und gelb gesäumt; bedeckt man
en oberen Theil, so erscheint derselbe Rand violett und blau. Der untere
Rand derselben Fenstersprosse erscheint natürlich (da man nur die obige Con-
ruction um die Sehaxe 180° zu drehen braucht, um das Bild einer weißen Fläche,
ie nach oben an eine dunkle gränzt, zu bekommen) umgekehrt roth und gelb
msäumt, wenn man die obere, violett und blau, wenn man die untere Hälfte
er Pupille verdeckt. Man kann kurz diese allgemeine Regel aussprechen: Eine
Gränzlinie zwischen Weiß und Schwarz — mag sie gerichtet sein, wie sie wolle —
rscheint roth und gelb gesäumt, wenn der der schwarzen Seite entsprechende
Theil, violett und blau dagegen, wenn der der weißen Seite entsprechende Theil
er Pupille verdeckt ist.

Daß das von der Theorie geforderte Hervortreten der chromatischen Ab-
weichung bei theilweiser Verdeckung der Pupille so außerordentlich auffallend ist,
ie es in der That beobachtet wird, mag noch besonders darin seinen Grund
aben, daß bei ausgedehnter Verdeckung die Pupille sich sehr erweitert und daher
ur gewöhnlich abgefangene Randstrahlen zur Wirksamkeit kommen, die mit der
bweichung im höchsten Grade behaftet sind.

Die Versuche über chromatische Abweichung lassen sich am besten in folgen- 223
er Gestalt anstellen, die im Principe freilich ganz mit der vorigen übereinstimmt:
Man verschafft sich eine feine Lichtlinie (etwa einen feinen mit dem Federmesser
eschnittenen Spalt in einem Stückchen Carton vor einer Lampenflamme) und
etrachtet dieselbe durch ein feines Löchlein in einem dicht vor das Auge gehal-
enen undurchsichtigen Schirme. Befindet sich das Loch vor dem Centrum der
Pupille, so ist gar keine Farbenabweichung wahrzunehmen; befindet es sich irgendwo
nders in der Ebene, welche die Lichtlinie und die Gesichtsaxe enthält, so kann
ie Farbenabweichung nur an den Enden der Linie, und zwar in ihrer eigenen

Richtung auftreten; wenn dieser Fall wirklich streng hergestellt ist, so bemerkt man sie in der Regel wenig; befindet sich aber das Loch außerhalb dieser Ebene, z. B. wenn die Linie horizontal ist in der Nähe des oberen oder unteren Randes der Pupille, so erscheint die Linie in ein breites Spectrum aufgelöst, was nur in der Mitte noch annähernd weiß erscheint. Ist das Loch vor dem oberen Randtheile der Pupille, so erscheint selbstverständlich in dem Spectrum oben Violett, unten Roth; ist umgekehrt das Loch vor dem unteren peripherischen Theile, so erscheint auch umgekehrt Roth oben im Spectrum und Violett unten. Durch ähnliche Versuche kann man sich auch von der Richtigkeit der Erklärung überzeugen, die oben von dem Unmerkbarwerden der chromatischen Abweichung gegeben wurde, wenn die Strahlen, welche durch symmetrisch zur Axe gelegene Punkte der Pupille dringen, ihre Abweichungen annähernd compensiren können. Man sehe nämlich nach der soeben benutzten Lichtlinie durch zwei feine Löcher, die auf entgegengesetzten Seiten gleichweit vom Mittelpunkte der Pupille abstehen. (Ist die Lichtlinie horizontal, so muß das eine oben, das andere unten, ist sie vertical, so muß das eine rechts, das andere links liegen.) Wir nehmen nun an, das Auge sei für die Entfernung der Lichtlinie nicht richtig eingestellt, sondern für einen kürzeren Abstand, so wird man zwei Bilder derselben auf der Netzhaut haben, man wird sie doppelt sehen und jedes der beiden Bilder ist ein Spectrum (unter der gemachten Voraussetzung müssen offenbar die beiden parallelen Spectra einander ihre rothen Enden zukehren). Nähert man jetzt das Auge der Lichtlinie, so nähern sich die beiden Spectra einander, und wenn man in die Entfernung gekommen ist, für welche das Auge genau (d. h. für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit) eingestellt ist, in der Art, wie es die Fig. 10: und die dazu gehörige Ableitung verlangte, so fallen die beiden Spectra auf ein und denselben Platz, aber mit umgekehrt liegenden Theilen, d. h. auf jede Farbe des einen fällt die Farbe des anderen, welche gerade so weit von der Mitte des Spectrum's nach der entgegengesetzten Seite abliegt. Da solche Farbenpaare großentheils annähernd complementär sind, so hat man jetzt ein etwas verbreitertes, aber ziemlich weiß aussehendes Bild der weißen Lichtlinie.

224 Es giebt neben den bisher beschriebenen auch noch andere Erscheinungen, welche es unzweifelhaft machen, daß das Auge kein achromatisches Werkzeug ist. Man kann nämlich geradezu beobachten (was ja nach den bisherigen Auseinandersetzungen nothwendig ist), daß, sobald das Auge für rothes Licht auf eine gewisse Entfernung eingestellt ist, violette, aus derselben Entfernung kommende Strahlenbündel ihre Vereinigungspunkte vor der Netzhaut finden müssen. Es fiel zuerst Frauenhofer auf, als er die nach ihm benannten Linien des Spectrums in einem achromatischen Fernrohre beobachtete. Man kann sich diese Versuche bekanntlich so vorstellen, als ob in der Focalebene des achromatischen Objectivs ein physisches Spectrum entstände, das durch das Ocular wie durch eine Loupe betrachtet wird. Wir wollen annehmen, wir hätten das Fernrohr so gerichtet, daß die Linien im rothen Ende des Spectrums gerade im Gesichtsfeld lägen und genau gesehen würden (das Auge mag dabei auf parallele rothe Strahlenbündel eingestellt gedacht werden), dann muß das Fernrohr so adjusti

in, daß das Spectrum in der Focalebene des Oculars liegt. Auf parallele .olette Strahlenbündel ist aber in diesem Falle das Auge jedenfalls nicht ein- richtet, und wenn man also das Fernrohr ohne Veränderung seiner Adjustirung dreht, daß das violette Ende des Spectrums im Gesichtsfelde erscheint, so erden die alsdann ebenfalls parallel austretenden violetten Strahlenbündel im uge Zerstreuungskreise veranlassen, die ein deutliches Sehen der Frauen- ofer'schen Linien verhindern. Sollen letztere wieder genau gesehen werden, so muß, da das Auge gleichzeitig auf das Ocularmikrometer eingestellt bleiben muß, r Auszug des Fernrohrs tiefer hineingesteckt werden, damit das Spectrum in r Focalebene des Objectivs näher an das Ocular zu liegen kommt als sein rennpunkt, und deshalb statt paralleler vielmehr divergente violette Strahlen- ündel aus dem Ocular in das Auge eintreten, welche es bei der gedachten Ein- llung genau auf der Netzhaut zu vereinigen vermag.

Auf eine ebenfalls hierher gehörige Erscheinung hat Dove aufmerksam macht. Es giebt nämlich gewisse purpurfarbene Gläser, die fast nur blaues nd rothes Licht durchlassen, also Farben von sehr verschiedener Brechbarkeit. ieht man durch ein solches Glas nach einer weißen Kerzenflamme, so sieht man vei Bilder in einander, von denen das äußere blau oder roth gefärbt erscheint, nachdem das Auge gerade in der betreffenden Entfernung für rothes oder aues Licht eingerichtet ist.

Die chromatische Abweichung des Auges giebt auch noch Rechenschaft von 225
ner Erscheinung, die mit dem Ausdrucke Irradiation *) bezeichnet wird. Man rsteht darunter meist ganz allgemein jede scheinbare Vergrößerung heller Gegen- nde auf dunklem Grunde und haben wir oben schon (Nr. 202) gelegentlich den usdruck erwähnt. Jedermann weiß, daß z. B. auf einem Schachbrette die weißen elder größer scheinen als die schwarzen, oder daß man an einer schwarz und weiß ge- reiften Barriere die weißen Streifen für breiter hält als die schwarzen, wenn sie ch vollkommen gleich sind. Man kann für diese Erscheinung verschiedene ründe aufführen. Man kann zunächst daran denken, daß die Seele durch den ndruck des Hellen gewissermaßen mehr beansprucht wird als durch den des unkeln und daß sie ihn deshalb auch quantitativ überschätzt. Ich glaube stimmt, daß eine solche Täuschung der Seele zuweilen vorkommt, namentlich i Solchen, die in Abschätzung von Raumgrößen sich wenig geübt haben, und scheint mir auch, daß viele von Plateau's Versuchen solche rein psychische uschungen zum Gegenstande haben. Von Erklärung dieser Erscheinung kann sdann nicht mehr die Rede sein, am allerwenigsten von einer physikalischen, hier einen Platz finden könnte; auch läßt sich schwer beweisen, ob diese eelentäuschung überhaupt vorkommt oder nicht. Man könnte zweitens der scheinung einen physiologischen Grund geben wollen und hat es in der That wollt; man hat nämlich in der Vergrößerung des Hellen eine »Mitempfindung« sehen, d. h. man hat geglaubt, die einem erregten Theile benachbarten Elemente

*) Plateau über die Irradiation, Poggend. Annalen Ergänzungband I. — elcker über Irradiation und einige andere Erscheinungen des Sehens. Gießen 1852.

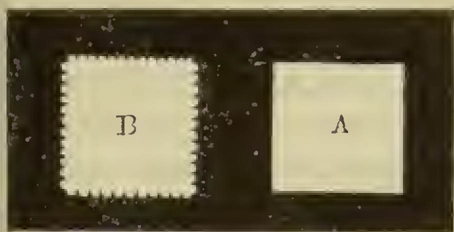
der Netzhaut gerathen selbst durch physiologische Ausbreitung des Reizes in der Nervensubstanz in Erregung und sehen hell, wie die wirklich physikalisch erregten. Dieser Erklärung neigt sich Plateau zu. Ueber ihre Wahrscheinlichkeit, die eben nur auf physiologischem Gebiete verhandelt werden kann, ist hier nicht der Ort zu sprechen. Man kann endlich drittens physikalische Erklärungen der Irradiation versuchen; auf diese muß hier näher eingegangen werden. Wir wollen geradezu das Wort Irradiation für unseren Gebrauch dahin definiren, daß es nur eine solche scheinbare Vergrößerung heller Objecte bedeutet, die Statt hat, wenn das Auge möglichst vollkommen für die Entfernung des Objectes eingestellt und welche doch in rein physikalischen Vorgängen begründet ist. Natürlich bleibt es bei dieser willkürlichen Definition vorläufig dahin gestellt, ob die definirte Sache wirklich existirt. Daß ein helles Object auf dunklem Grunde bei unvollkommener Einstellung scheinbar vergrößert erscheinen muß, selbst in einem idealen Auge und in homogener Beleuchtung, versteht sich ganz von selbst, bedarf gar keiner besonderen Erklärung, und sollte diese Erscheinung darum auch nicht mit einem besonderen Namen bezeichnet werden. Ich schließe demnach diese scheinbare Vergrößerung heller Objecte von den Irradiationserscheinungen gänzlich aus, wenn auch der Name seiner Etymologie nach noch so gut darauf paßt, und wenn auch Kepler seiner Zeit denselben dafür gebraucht hat.

Die Erscheinungen, welche nach unserer soeben aufgestellten Definition allein noch Irradiationserscheinungen genannt werden können, müssen nothwendig in einer Abweichung des Auges ihren Grund haben, d. h. sie deuten, wenn sie überhaupt vorhanden sind, darauf hin, daß eine absolut vollkommene Einstellung des Auges auf irgend welche Entfernung überall nicht möglich ist, wenigstens nicht bei weißer Beleuchtung. Denn wenn im Netzhautbilde immer nur ein Punkt einem Punkte des Objectes entspräche, so müßte nothwendig auch ein helle und ein dunkler Gegenstand (die objectiv gleich groß sind) gleich groß erscheinen von Seelentäuschungen abgesehen; wenn aber unter allen Umständen einem weißen Objectpunkte ein Zerstreuungskreis auf der Netzhaut entspricht, so muß auch ein helles Object mit seinem Bilde in das Bild eines dunklen hineinragen. Daß aber Irradiation in unserem Sinne des Wortes wirklich vorkommt, wird schwerlich Jemand läugnen, nur ist sie unter gewöhnlichen Verhältnissen — nämlich bei nicht sehr weiter Pupille — wenig auffallend und kann bei sehr enger Pupille leicht gänzlich unbemerkt bleiben; wir werden jedoch weiter unten Versuch kennen lernen, die sie Jedem ohne die geringste Zweideutigkeit sichtbar machen.

226 Es fragt sich jetzt noch, ob Kugelabweichung oder Farbenabweichung die Irradiation herbeiführt. Da die Existenz dieser beiden Abweichungen am Aug in den vorigen Nummern dargethan wurde, so betheiligen sich unzweifelhaft auc beide an der Irradiation, jedoch in sehr verschiedenem Maße. Die Kugel abweichung haben wir so klein gefunden, daß selbst eine sehr feine Linie nic mehr als mehrfaches Bild erschien, wenn sie bei möglichst vollkommener Adaptio durch mehrere kleine Löcher betrachtet wurde; sie wird also auch bei der Irradia tion keine bemerkenswerthe Rolle spielen können. Weit umfangreicher ist di

arbenabweichung. In welcher Art die Farbenabweichung des Auges zur Erklä- ung der Irradiation benutzt werden kann, liegt eigentlich schon in den vorigen ummern, wo von dieser Abweichung gehandelt wird. Wir sahen nämlich oben, instellung des Auges für eine gewisse Entfernung heißt, daß Strahlenbündel on der Brechbarkeit der Mitte des Spectrums in einem Punkte der Netzhaut ereinigt werden. Wir sahen ferner, daß um diesen Punkt herum, wenn das irklich zum Auge gelangende Strahlenbündel aus weißen Strahlen besteht, ein einer Zerstreuungskreis beleuchtet wird, der wegen der beschriebenen Compensa- on der Farben (Fig. 102) im Ganzen einen merklich weißen Eindruck hervor- ringt. Hiermit haben wir nun die Elemente zur Erklärung der physikalischen rradiation. Sei z. B. *A* (Fig. 104) das Netzhautbild eines weißen Quadrates im schwarzen Felde, wie es entstehen würde, wenn jedem Punkte des Objectes nur ein Punkt entsprechen würde. In Wahrheit entspricht nun aber jedem Punkte des weißen Objectes ein kleiner Kreis auf der Netzhaut und dadurch wird das weiße Quadrat nach jeder Richtung um den Halbmesser der Zer- streuungskreise verbreitert. Unter *B* sind in er Figur einige halbe Zerstreuungskreise angedeutet, die von den im Rande des eißen Quadrates gelegenen Punkten herrühren. Es ist dadurch die Verbreiterung is zu der äußeren Begränzungslinie, die alle gezeichneten Kreise berührt, an- haulich. Da die Farbenabweichung, wie ebenfalls oben erwähnt wurde, um so emerkbarer ist, je weiter die Pupille, so muß auch die Irradiation, wenn sie arauf beruhen soll, mit Erweiterung der Pupille zunehmen. In der That läßt ch das leicht zeigen. Den schon bei den Versuchen Nr. 223 benutzten Spalt or der Lampenflamme sehe man mit einem freien Auge, das man auf seine ntfernung eingestellt hat, an. Er zeigt eine unverkennbare Irradiation. inter der Lampe stelle man nun einen Spiegel auf, so daß man mittelst desselben eben dem Schirm vorbei noch eine beträchtliche Lichtquantität ins Auge werfen ann, nämlich das Spiegelbild der Lampenflamme. Sobald das letztere geschieht, odurch die Pupille verengert wird, schrumpft sofort das durch Irradiation ver- reiterte Bild des Streifens sichtlich zusammen. Dieser Versuch ist äußerst chlagend, namentlich wenn man in kurzen Intervallen abwechselnd das Spiegel- ild der Lampenflamme in das Auge bringt und wieder entfernt.

Fig. 104.



Der soeben beschriebene Versuch würde freilich mit ganz demselben Erfolge 227
ngestellt werden, wenn die Irradiation auf Kugelabweichung beruhte; nicht so ie folgenden Versuche. Wenn man den zum vorigen Versuche gebrauchten Spalt or der Lampenflamme mit einem nahezu nur homogenes Licht durchlassenden Glase bedeckt (es genügt vollständig das gewöhnlich im Handel vorkommende ochrothe Glas), so erscheint der Lichtstreif homogen gefärbt und man vermißt un das abwechselnde Breiter- und Schmalerwerden bei abwechselndem Zutritt on seitlichem Lichte, das die Pupille zu abwechselnder Zusammenziehung und Erweiterung bringt. Wenn man nur die Hälfte der Länge des Spaltes mit

dem rothen Glase bedeckt, so hat man in unmittelbarer Aufeinanderfolge zwei gleichbreite Objecte, ein monochromatisches und ein weißes. Es erscheint das weiße entschieden breiter, wie nach den soeben angestellten Betrachtungen zu erwarten war. Doch möchte ich nicht einmal diesem letzten Versuche vollkommen entscheidende Kraft beimessen, da man den Einwand machen könnte, der allerdings auf richtigen Erfahrungen beruht, daß gerade das Verhältniß von sehr intensiv glänzenden Objecten zu entschieden lichtarmen von der Seele nicht unbefangen beurtheilt wird. Wir haben es aber hier mit einem solchen Verhältnisse in der That zu thun, da das rothe Glas einen bedeutenden Antheil des weißen Lichtes verschluckt. Weit instructiver (auch aus anderen Gründen) ist daher der folgende Versuch, der wohl kaum noch einen Zweifel übrig lassen dürfte an dem chromatischen Ursprunge der ächten Irradiation. Man verdecke wiederum die halbe Länge des mehrerwähnten Spaltes mit dem rothen Glase, sehe aber nun nach demselben nicht mit freiem Auge, sondern durch zwei kleine Löchlein in einem dicht vor das Auge gehaltenen Schirme. Die Verbindungslinie der beiden Löchlein muß senkrecht stehen auf der Ebene, die den Spalt und Augenmittelpunkt enthält, und sie selbst müssen gleichweit zu beiden Seiten von der Gesichtsaxe abstehen; z. B. wenn der Spalt horizontal liegt, muß das eine Löchlein am oberen, das andere am unteren Rande der Pupille stehen. Man hat durch diese Einrichtung mehrere Vortheile: einmal nämlich kommt jetzt sehr wenig Licht überhaupt ins Auge und erscheint also auch die unverdeckte Hälfte des Spaltes nicht mehr blendend hell — wenn auch immer noch vielmal heller als die mit dem Glase bedeckte —, so daß eine Befangenheit des Urtheils wegfällt; dann aber erweitert sich aus demselben Grunde die Pupille so sehr, daß man — wofern man nur die Löcher so weit als möglich auseinander anbringt — Randstrahlen benutzen kann, welche mit der hier in Rede stehenden Abweichung im höchsten Grade behaftet sind. Man sieht nun natürlich, soweit der Spalt unverdeckt ist, wieder die oben schon beschriebene Erscheinung, nämlich bei einem Accommodationszustande für zu große Nähe zwei Spectra, die einander ihre rothen Enden zukehren. Dagegen wird der roth verdeckte Theil des Spaltes als monochromatisch nicht in ein Spectrum verbreitert. Läßt man wieder wie oben durch Annäherung des Auges die beiden Spectra über einander fallen, so daß sie sich compensiren, so hat man neben dem breiteren weißen Streifen einen schmäleren rothen. Mit anderen Worten: man übersieht auf einmal neben einander ein nicht irradiirendes monochromatisches und ein irradiirendes weißes Object. Der einzige Einwurf, der diesem Versuche gemacht werden kann und der auf den ersten Blick sehr gewichtig erscheint, ist der: Wenn sich die Spectra compensiren sollen, so muß ein Strahlenbündel genau auf der Retina zur Vereinigung kommen, das die Farbe der Mitte des Spectrums hat, und rothe Strahlen werden alsdann nicht auf ihr, sondern erst hinter ihr vereinigt. Es müßte also der rothe Theil der Linie bei dieser Accommodation noch im Doppelbild erscheinen. Darauf ist aber zu antworten, daß man den rein violetten Theil des Spectrums bei allen hierher gehörigen Versuchen wegen seiner Lichtschwäche übersieht und die Mitte des sichtbaren also mit der gelblich grünen Nüance etwa zusammentrifft. Die

urch das von mir angewandte (überall leicht zu beschaffende) Glas gehenden Strahlen sind aber die gelblichrothen, welche in ihrer Brechbarkeit nicht sehr weit abstehen von der gelblichgrünen, für welche das Auge bei unserem Versuche genau eingestellt ist. Die theoretisch also immer noch geforderten Doppelbilder werden demnach in der Wirklichkeit fast genau zusammenfallen. Der ganze Einwurf würde übrigens ohnehin fallen, wenn man den Versuch mit einem Glase anstellte, das gerade nur die gelblichgrünen Strahlen durchläßt; ein solches habe ich mir aber nicht verschaffen können und weiß ich auch nicht, ob man solche überhaupt hat.

Fassen wir schließlich noch einmal mit wenigen Worten zusammen, was aus diesen Betrachtungen in Betreff der Irradiation erhellt: Die eigentliche ächte Irradiation ist der Ausdruck der compensirten chromatischen Abweichung des Auges. Es giebt aber noch außerdem sehr zahlreiche Erscheinungen, die unter dem Gewande der Irradiation ein anderes Wesen verbergen. Namentlich wird das Urtheil durch sehr helle Erleuchtung häufig bestochen, die Größe des Hellen zu überschätzen. Auch glaubt man es häufig mit eigentlicher Irradiation zu thun zu haben, während in Wahrheit das Auge gar nicht möglichst genau *) für die Entfernung des scheinbar irradiirenden Objectes eingerichtet ist und die Verbreiterung des Hellen also von gewöhnlichen Zerstreuungskreisen herrührt, der mangelhaften Accommodation ihre Entstehung verdanken.

Fünftes Capitel.

Abweichungen des normalen Auges vom schematischen Auge.

A. Von einer Asymmetrie der brechenden Flächen.

Bisher wurde das Auge angesehen als ein wohl centrirtes System voll- 228
kommen sphärisch gekrümmter Flächen, die vollkommen homogene und vollkommen durchsichtige Medien von einander scheiden, und es wurde gewisser innerer Veränderungen fähig gedacht; wir nannten den so abstrahirten brechenden Apparat das schematische oder ideale Auge. Ein wirkliches Auge weicht nun gewöhnlich, ohne darum die Gränzen des Gesunden oder Normalen zu verlassen, mehr oder weniger von diesem Ideale ab. Fast in jedem Auge weichen theils die Trennungsflächen von vollkommener Sphäricität ab, theils kommen Heterogeneitäten und Trübungen in den brechenden Mitteln vor.

---

*) Siehe oben Nr. 202 die Versuche Cramer's.

Wir fassen zunächst die Abweichungen von der Sphäricität ins Auge. Bereits im vierten Capitel haben wir eine solche kennen gelernt, die aber wenigstens soweit man jetzt die Sache übersieht, in keinem optischen Phänomen eine störende Rolle spielt, die vielleicht im Gegentheil dazu beiträgt, die sphärische Abweichung kleiner zu machen. Es muß aber ferner noch die Hornhautvorderfläche oder vielleicht die sämmtlichen Trennungsflächen des Auges derart von der Sphäricität abweichen, daß sie gar nicht Rotationskörpern angehören, sondern daß die verschiedenen durch die Gesichtsaxe gelegten ebenen Schnitte selbst am Scheitel verschieden stark gekrümmt sind. Senff (siehe bei Volkmann Artikel »Sehen« in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie) hat an der Hornhaut Krümmungsverschiedenheiten im horizontalen und verticalen Durchschnitte beobachtet, jedoch nur sehr kleine. Da überdies gänzlich unbekannt ist, in wie weit die anderen brechenden Flächen von Rotationskörpern abweichen, so ist man darauf angewiesen, zu untersuchen, ob sich bei den Gesichtswahrnehmungen selbst Wirkungen einer solchen Abweichung zeigen. Vor längerer Zeit hat Sturm*) schon diese Abweichung der Trennungsflächen von vollkommener Sphäricität behauptet, indem er sie benutzen wollte, um die Ueberflüssigkeit innerer Veränderungen im Auge nachzuweisen bei Einstellungen des Auges für verschiedene Entfernungen. Wenn auch die theoretische Richtigkeit der Ableitungen Sturm's nicht in Abrede gestellt werden kann, so ist doch jedenfalls die darauf gestützte Läugnung der inneren Adaptionsveränderung unrichtig, denn es müßten ja, wäre sie richtig, von einem Individuum alle überhaupt innerhalb seines Adaptionsspatiums gelegenen Punkte gleichzeitig mit gleicher Deutlichkeit gesehen werden, was entschieden nicht der Fall ist. Man kann aber die fragliche Abweichung der Trennungsflächen des Auges von der Sphäricität aus anderen Erscheinungen wahrscheinlich machen und darauf die Erklärung eines oft beobachteten Phänomens gründen**). Bedienen wir uns zu diesem Ende jetzt derselben Ableitungen, welche Sturm zu dem angeführten Zwecke gemacht hat. Wir wollen uns vorstellen — und diese Vereinfachung ist hier offenbar erlaubt —, die ganze Ablenkung der Lichtstrahlen im Auge würde durch Brechung an einer einzigen Fläche hervorgebracht, welche nicht genau eine Kugelfläche ist. Sturm hat nun gezeigt, wenn auf ein sehr kleines ringförmig begränztes Stückchen O einer beliebig krummen Fläche von ihrer convexen Seite her ein Strahlenbündel fällt, so ist das gebrochene Strahlenbündel (natürlich nicht homocentrisch) eingehüllt von einer gewissen windschiefen***) Fläche, die sich anlegt an den Umfang von O und an zwei einander im Raume überkreuzende

*) Poggendorff Annal. Bd. 65, S. 116.

**) A. Fick in der Zeitschrift für rationelle Medizin. Neue Folge II. S. 8

***) Unter einer windschiefen Fläche versteht man eine solche, die durch Bewegung einer geraden Linie erzeugt werden kann, jedoch so, daß zwei Lagen der erzeugenden Linie im Allgemeinen nicht in einer Ebene begriffen sind, selbst wenn sie unendlich nahe an einander liegen. Also z. B. gehört Kegel und Cylinder, wie alle abwickelbaren Flächen, nicht zu den windschiefen, wohl aber z. B. das Rotationshyperboloid.

ndlich begränzte gerade Linien p_1p_1 und p_2p_2, die nicht in einer Ebene liegen wenn also p_1p_1 in der Ebene der Figur 105 gedacht wird, so muß man sich p_2p_2 als perspectivische Projection einer senkrecht zu derselben Ebene stehenden Linie denken). In Fig. 105 sind überdies vier Lagen der Erzeugungslinie der windschiefen Fläche zu mehrerer Deutlichkeit gezeichnet. Es sei nun die Fläche O der Scheiteltheil der Hornhaut, welcher Strahlen empfängt, die noch durch die Pupille dringen können. Denken wir uns die Linie p_2p_2 vertical und die Linie p_1p_1 horizontal, was voraussetzt, daß der Krümmungshalbmesser eines senkrechten Schnittes der vorausgesetzten einen brechenden Fläche am Scheitel kleiner ist, als der eines horizontalen, und daß folglich die in der senkrechten Schnittebene einfallenden Strahlen eines homocentrischen Bündels früher zur Vereinigung kommen als die in der horizontalen einfallenden. Es ist klar, eine vollkommene Adaption ist unter diesen Voraussetzungen selbst für homogenes Licht nicht denkbar, d. h. niemals wird ein Punkt auf der Netzhaut auch nur als Punkt abgebildet. Dagegen wird das von einem Punkte ausgehende Licht auf der Netzhaut immer ein ungefähr gleich

Fig. 105.



oßes Stückchen beleuchten, wenn dieselbe sich irgendwo zwischen p_1p_1 und p_2p_2 findet, während außerhalb dieses Raumes, den Sturm »Brennstrecke« nennt, e Zerstreuungsfigur, die einem Punkte entspricht, größer wird. Das Zerreuungsbild eines Punktes ändert aber bei verschiedenen Stellungen der Netzut innerhalb der Brennstrecke sehr wesentlich seine Gestalt; während es nämch, wenn sie bei p_1p_1 steht, eine horizontale Gerade ist, so ist sie eine verticale erade bei einer Stellung der Netzhaut am hinteren Ende der Brennstrecke bei p_2. Bei einer mittleren Stellung würde das Zerstreuungsbild ungefähr einen einen Kreis bilden. Alle diese Stellungen entsprechen wegen gleicher Concenation der Lichtstrahlen, d. h. ungefähr gleicher Kleinheit des Zerstreuungsbildes, ner gleich scharfen Adaption, und ein mit der fraglichen Abweichung behaftetes uge hätte daher die Wahl zwischen ihnen.

Wir wollen annehmen, die Netzhaut befände sich in der That am hinteren Ende er Brennstrecke bei p_2p_2, der Erfolg für das Sehen ist leicht vorherzusagen. Eine ertical vor dem Auge stehende leuchtende Linie wird vollkommen scharf gesehen werden, ur an beiden Enden um die halbe Länge des Zerstreuungsbildes eines Punktes verngert, denn die Zerstreuungsbilder aller ihrer Punkte sind selbst wieder verticale inien. Ebenso wird auch eine verticale schwarze Linie auf hellem Grunde scharf esehen werden, da die Zerstreuungsbilder der benachbarten leuchtenden Punkte wegen rer verticalen Stellung nicht in das geometrische Bild der Linie hineinragen. agegen wird man aus denselben Gründen eine horizontale leuchtende Linie erbreitert und eine horizontale dunkle Linie auf hellem Grunde verwischt sehen. Man könnte diese Art der Einstellung für eine gewisse Entfernung »Einstellung für erticale Linien« nennen. Ein helles Quadrat auf dunklem Grunde muß bei

dieser Art der Einstellung offenbar etwas verlängert erscheinen, da die Zer-streuungsbilder der Punkte am Rande oben und unten um ihre halbe Läng über das geometrisch construirte Bild hervorragen. Ein horizontaler helle Streifen auf dunklem Grunde muß demnach ebenfalls breiter erscheinen als ei in Wirklichkeit genau ebenso breiter vertical gestellter. Die meisten Augen sin nun in der That bei unbefangener Einstellung diesen Täuschungen unter worfen. Um die Größe derselben einigermaßen schätzen zu können, legt ma am bequemsten einem in Größenbeurtheilung geübten Auge eine Reihe vo weißen Rechtecken auf dunklem Grunde vor und läßt es dasjenige heraussuchen welches ihm als Quadrat erscheint. Wenn die soeben gemachten Voraussetzun gen richtig sind, so wird ihm ein Rechteck mit längerer horizontaler Seite al Quadrat erscheinen. In einem von den Versuchen, die ich in meiner Disserta tion beschrieben habe, erschien z. B. einem nichtkurzsichtigen, sehr geübten Aug bei 4500^{mm} Abstand und 5^{mm} (scheinbarer) Pupillenweite ein Rechteck vo 22^{mm} horizontaler und 20^{mm} verticaler Seite als Quadrat, während es ei Rechteck von 21^{mm} horizontaler und 20^{mm} verticaler Seite schon entschieden fü ein von oben nach unten verlängertes Rechteck hielt. Bei engerer Pupille wir natürlich die Täuschung kleiner. Es kann daraus geschlossen werden, daß di meisten Augen mit der hier in Rede stehenden Abweichung von der Kugelgestal behaftet sind und daß ihre unbefangene Einstellung darin besteht, daß sie di Netzhaut an dasjenige Ende der Brennstrecke bringen, an welchem das Zer-streuungsbild eines Punktes eine verticale Linie darstellt. Unbefangene Ein-stellung ist demnach in der Regel Einstellung auf verticale Linien.

229 Wir haben oben vorausgesetzt, daß der Verticalschnitt der brechenden Fläch stärker gekrümmt sei als der Horizontalschnitt, um es mit bestimmten Vorstellun gen zu thun zu haben; offenbar kann man auch die umgekehrte Voraussetzun machen und kommt dann zu dem Resultate: Soll das Auge für verticale Linie eingestellt werden, so muß das vordere Ende der Brennstrecke auf die Netzhau fallen. Im Uebrigen würden die bisher beschriebenen Erscheinungen ebens hervortreten können, wie in dem zuerst gedachten Falle. Sie machen es als zwar überhaupt wahrscheinlich, daß die Krümmung verschiedener Schnitte de brechenden Fläche verschieden ist, aber sie geben keinen Aufschluß darüber, ob de lothrechte oder der wagrechte Schnitt die stärkste Krümmung besitzt. Diese Aufschluß giebt ein sehr einfacher Versuch, der gleichzeitig vielleicht von allen welche die in Rede stehende Abweichung des Auges beweisen sollen, der schlagendst ist. Man zeichne zwei sich senkrecht durchkreuzende sehr feine schwarze Linien auf weißen Grund und bringe sie recht nahe vor das Auge, die eine lothrech die andere wagrecht gehalten. Die meisten Augen werden ganz unzweideu tig nur die eine der beiden Linien scharf sehen, und bei möglichst angestrengtem Accommodationsapparat und fortgesetzter Annäherung des Objectes wird gan constant die eine (entweder die lothrechte oder die wagrechte) zuerst anfangen undeutlich zu werden. Stelle ich diesen Versuch z. B. mit meinem eigenen linken Auge an, so verwischt sich stets zuerst die wagrechte Linie. Hat demnach in der lothrechten oder in der wagrechten Ebene dieses Auges eine stärker

Brechung statt? Man beachte, um dies nach dem beschriebenen Versuche zu entscheiden, Folgendes. Wenn das Accommodationsvermögen bis zur äußersten Gränze angespannt ist, so ist die brechende Kraft des Auges so viel als möglich gesteigert, die Brennstrecke für Strahlen, die von irgend einem Punkte kommen, iegt also so weit nach vorn (hornhautwärts), als sie überhaupt liegen kann, sie ällt demnach für einen einigermaßen entfernten Punkt ganz vor die Netzhaut. Rückt man den leuchtenden Punkt immer näher ans Auge, so werden alle Vereinigungsweiten größer und die Brennstrecke rückt also immer weiter nach hinten, ie wird zuerst mit ihrem hinteren, dann mit ihrem vorderen Ende die Netzhaut urchsetzen. Das letztere Ereigniß wird in unserem Versuche offenbar in dem Momente eintreffen, in welchem gerade noch die eine der beiden gekreuzten Linien eutlich erscheint, während die andere schon verwischt ist, und von welchem ab ei fortgesetzter Annäherung auch jene nicht mehr scharf gesehen werden kann. Da nun in dem angeführten bestimmten Falle zuerst die wagrechte Linie undeutich wird, hernach erst die senkrechte, so muß in demselben das Zusammenfallen es vorderen Endes der Brennstrecke mit der Netzhaut einer Einstellung auf othrechte Linien entsprechen, d. h. im vorderen Ende der Brennstrecke müssen die n der wagrechten Meridianebene einfallenden Strahlen sich schneiden oder im orderen Ende der Brennstrecke muß das ganze von einem Punkte kommende Strahlenbündel zu einer kleinen lothrechten Linie vereinigt sein. In meinem inken Auge findet also in der horizontalen Meridianebene eine stärkere Brechung tatt als in der verticalen, es gilt für dasselbe die zweite der obigen Annahmen. Dies scheint jedoch nicht eine allgemeine Regel zu sein, denn in em von Senff gemessenen Falle war der Krümmungshalbmesser des lothrechten Scheitelschnittes der Hornhaut kleiner als der des wagrechten, so daß hier in er lothrechten Meridianebene die Brechung stärker sein mußte, wofern nicht twa durch stärkere Abweichungen der anderen brechenden Flächen in entgegenesetztem Sinne die Abweichung der Hornhaut überwogen worden wäre. Zu em Erfolge des soeben beschriebenen Versuches stimmt sehr gut, daß ein einacher schwarzer Punkt, den ich meinem linken Auge nähere, allemal zuerst in othrechter Richtung sich verlängert. Ich sehe ihn dann allerdings meist nicht ls zusammenhängende lothrechte Linie, sondern als zwei über einander liegende Punkte. Diese Erscheinung hat schon vor längerer Zeit Meyer*) beschrieben; e wird ihre Erklärung in den nächsten Paragraphen finden, wo von den Disontinuitäten der Zerstreuungsbilder gehandelt werden wird. Sobald man den hwarzen Punkt einigermaßen vom Auge abrückt in Entfernungen, für die sich as Auge ohne große Anstrengung anpaßt, so bemerkt man an ihm keine auffallende Verzerrung, weder in die Länge noch in die Breite. Auch sieht man in lchen Entfernungen meist beide Linien des vorerwähnten Kreuzes mit merklich leicher Schärfe. Darin liegt aber keineswegs ein Beweis gegen die hier in ede stehenden Annahmen und Ausführungen, denn es läßt sich auch vom Standpunkte derselben von vornherein nur erwarten, daß alle davon abhängigen

*) Zeitschrift für rationelle Medizin. Bd. V. S. 368.

Erscheinungen um so stärker hervortreten, je stärker brechend der dioptrisch Apparat des Auges durch Accommodationsanstrengung gemacht wird. Denke wir uns z. B., die vordere Linsenfläche hätte auch Theil an jener Abweichun von der Kugelgestalt. Wird sie nun durch Accommodationsanstrengung gewölbte so kann man doch offenbar als am wahrscheinlichsten annehmen, daß alle ih Krümmungshalbmesser ungefähr um dieselbe Größe vermindert werden; es mu also der ursprünglich vorhanden gewesene Unterschied der Krümmungshalbmesse sich mehr bemerklich machen. Aber selbst wenn die einzelnen Krümmungshalb messer um ihnen selbst proportionale Größen bei der Accommodation vermin dert würden, so daß ihr Verhältniß ungeändert bliebe, so würde dennoch di Wirkung des Unterschiedes für die Brechungen vermehrt werden durch die gleich zeitige Verkleinerung aller absoluten Werthe. Ein anschaulicher Beweis hierfü würde nicht schwer sein, indessen doch hier zu viel Raum in Anspruch nehmen Jedenfalls ist die eine Thatsache, daß von zwei in einer Ebene gelegenen Linie die eine scharf, während die andere nicht scharf gesehen wird, ein ganz math matisch sicherer Beweis für eine ungleiche Ablenkung der Strahlen in einer loth rechten und einer wagrechten Ebene.

Es braucht wohl kaum noch besonders ausgeführt zu werden, welche Erfolg es haben würde, wenn der größte Unterschied der Krümmungen nich auf die lothrechten und wagrechten, sondern auf irgend ein anderes Paa unter einander senkrechter, sonst aber gegen den Horizont beliebig geneigte Meridianschnitte des Auges käme. Man sieht ohne Weiteres ein, da die beiden Ebenen dieser Schnitte in alle Eigenschaften der vorhin loth recht und wagrecht genannten Ebenen eintreten würden. Ohnehin könnt man ja das Auge ohne die Erscheinungen in ihrem Wesen zu ändern, so u die wagrecht gedachte Schaxe gedreht denken, daß die eine der beiden Ebene lothrecht, folglich die andere wagrecht im absoluten Raume läge. In jeden Falle muß übrigens der Schnitt der größten Krümmung auf dem Schnitte de kleinsten senkrecht stehen, nach einem Satze der analytischen Geometrie, der hie als Lehnsatz unbewiesen angenommen wird. In der Wirklichkeit kommt es o vor, daß weder die Ebene der größten noch der kleinsten Krümmungen bei mit lerer Kopf- und Augenstellung lothrecht ist.

Es muß noch bemerkt werden, daß, wie es scheint, der Accommodationszu stand in der fraglichen Beziehung nicht nur von Auge zu Auge, sondern auc bei ein und demselben Auge schwankend ist. Dasselbe Auge stellt sich zu dem selben Zwecke — um ein Object genau zu sehen — bald so ein, daß das ein bald so, daß die Mitte, bald so, daß das andere Ende der Brennstrecke auf di Netzhaut fällt; das heißt, bald auf lothrechte, bald auf wagrechte Linien, bal so, daß weder die einen noch die anderen absolut, aber beide gleich scharf gesehe werden. Bei manchen Augen scheint sogar die Form und sonstige Beschaffenhe des zu sehenden Objectes von Einfluß auf die Accommodationsbestrebungen z sein. Ich habe nämlich bei Gelegenheit der oben citirten Untersuchung an eini gen Augen die Bemerkung gemacht, daß ihnen von zwei gleich breiten schwarze Streifen auf weißem Grunde ebenfalls der wagrechte breiter vorkam als de

lothrechte. Sie stellten sich also offenbar bei Betrachtung eines weißen Kreuzes auf lothrechte, bei Betrachtung eines schwarzen auf wagrechte Linien ein. Anderen Augen erschien, wie es bei durchgehender Accommodation für lothrechte Linien zu erwarten ist, von einem weißen Kreuze der wagrechte, von einem schwarzen Kreuze der lothrechte Streifen breiter. Bei punktförmigen, sehr fernen Objecten (z. B. den Sternen) bemerkt man meist keine Verzerrung in einer bestimmten Richtung, extreme*) Fälle abgerechnet. Entweder veranlaßt uns die Punktform des Objectes, einen Refractionszustand zu wählen, bei dem die Mitte der Brennstrecke auf die Netzhaut fällt, oder es mag vielleicht auch deshalb die Verzerrung in der Regel nicht an sehr fernen Punkten beobachtet werden, weil die meisten Augen gar nicht mehr für parallele Strahlenbündel eingestellt werden können, was wenigstens Cramer**) in seinem Aufsatze über Irradiation nachgewiesen zu haben glaubt; es würde dann die Brennstrecke für ein parallelstrahliges Bündel ganz vor die Netzhaut fallen und auf dieser ein ziemlich rundes Zerstreuungsbild entstehen, das übrigens noch obendrein durch Discontinuitäten und Ausstrahlungen entstellt wird.

B. Vom Mehrfachsehen mit einem Auge.

Wir kommen jetzt zur zweiten Gruppe der im Eingange dieses Capitels 230
erwähnten Abweichungen des wirklichen Auges vom idealen Auge, zu den kleinen zufälligen Unregelmäßigkeiten der brechenden Flächen und brechenden Mittel. Zufällig können diese Unregelmäßigkeiten übrigens nur genannt werden als einzelne, indem dies oder jenes Tröpfchen Thränenflüssigkeit dasein und fehlen, hier oder dort sein könnte; im Ganzen aber sind immer solche vorhanden. Zunächst wollen wir handeln von denjenigen kleinen Unregelmäßigkeiten, welche die Durchsichtigkeit des ganzen Systems unberührt lassen, wir fassen also zusammen: kleine Höcker oder Vertiefungen auf den sonst kugelförmig gedachten Flächen und kleine abgegränzte Stellen von stärkerer oder geringerer Brechkraft in den sonst homogen gedachten Medien. Die vier hier bezeichneten Arten von Unregelmäßigkeiten haben sämmtlich ein und dieselbe Wirkung, sie bringen nämlich bei vollkommener Einstellung um das Bild eines hellen Punktes einen Schimmer hervor und bei unvollkommener Einstellung erzeugen sie im Zerstreuungsbilde Discontinuitäten; letztere Erscheinung hat man bisher unter dem Namen des Doppelt- oder Mehrfachsehens mit einem Auge beschrieben***).

Indem wir jetzt näher auf diese Erscheinungen eingehen, muß zuvor noch bemerkt werden, daß wir dabei von den in den vorigen Paragraphen erörterten Abweichungen gänzlich absehen können und werden, denn dieselben sind gegen die hier zur Sprache kommenden so klein, daß wir ganz getrost annehmen

---

*) Einen solchen beschreibt Volkmann Artikel Sehen S. 290.

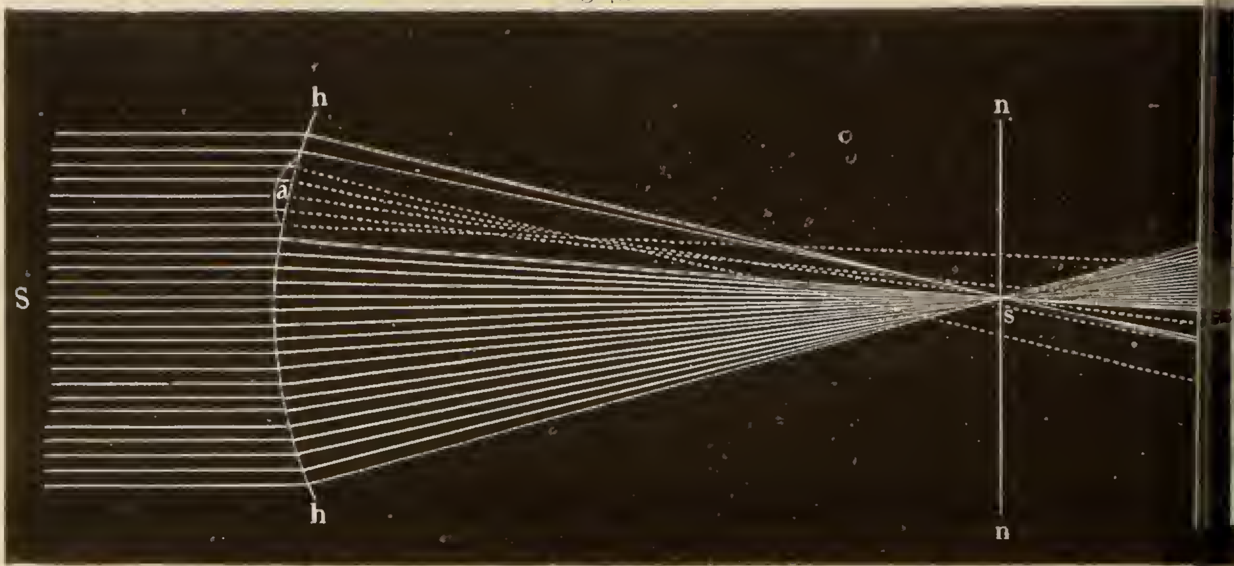
**) Prager Vierteljahrschrift Jahrg. 12. Bd. IV. S. 50.

***) Die Literatur über diesen vielfach besprochenen Gegenstand findet man ziemlich vollständig bei Stellwag v. Carion Denkschr. d. k. k. Acad. zu Wien, Bd. V. 2. S. 172.

dürfen: das Bild eines Punktes würde bei möglichst vollständiger Einstellung genau ein Punkt sein und das Zerstreuungsbild eines Punktes würde bei unvollständiger Einstellung ein gleichmäßig erleuchteter (und bei kreisförmiger Pupille) vollkommener Kreis sein, wenn nur die jetzt in Rede stehenden Unregelmäßigkeiten nicht vorhanden wären.

Um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, wollen wir annehmen, es säße auf der vorderen Hornhautfläche ein kleines durchsichtiges Höckerchen in Form eines Kugelsegmentes, etwa ein kleines Thränentröpfchen; wir untersuchen, welche Wirkung es in der Lichtvertheilung auf der Netzhaut hervorbringen muß. Wir wollen uns ferner der Einfachheit wegen vorstellen, die vordere Hornhautfläche wäre die einzige brechende Fläche. In Fig. 106 stellt nun hh einen Meridianschnitt der Hornhaut dar, auf welchem bei a ein

Fig. 106.



Thränentröpfchen gedacht ist, die Strahlen S mögen von einem fernen leuchtenden Punkte kommen, bei s ist der Convergenzpunkt dieser Strahlen, wenn sie alle an der kugelförmigen Hornhautfläche gebrochen werden. Fällt nun dieser Punkt in die bildauffangende Netzhaut nn, so kann das Tröpfchen a keinen anderen Erfolg haben, als daß auf derselben um den Punkt s herum ein schwacher Lichtschimmer entsteht, der aber nirgend unterbrochen von s aus ringsum an Stärke allmälig abnimmt. In der Figur sind einige der ihn verursachenden Strahlen durch punktirte Linien angedeutet. In der That muß ja jedes Thränentröpfchen wegen seines äußerst geringen Krümmungshalbmessers die auf es fallenden Lichtstrahlen ganz früh zur Vereinigung bringen und über diesen Punkt hinaus wieder zerstreuen. Von jedem Tröpfchen wird also ein mittlerer Strahl zu dem regelmäßigen Bilde bei s beitragen, die übrigen auf die Abdachungen des Tröpfchens fallenden werden in stetiger Aufeinanderfolge seitwärts von dem Bilde s den auffangenden Schirm nn treffen. Man sieht auch, daß an diesem Erfolge nichts geändert werden kann, wenn mehrere Tröpfchen auf der Hornhaut sitzen, denn eines wie das andere wird zu einem stetigen und nach außen immer schwächer werdenden Lichtschimmer Veranlassung geben. Stände aber die bildauffangende Netzhaut nicht bei nn, also nicht in der Ve

inigungsweite der einfallenden Strahlen S, sondern etwa bei NN, mit einem Vorte, wäre das Auge nicht eingestellt auf die Entfernung des Punktes, der as Strahlenbündel S aussendet, sondern für einen kleineren Abstand, so würde ffenbar auf derselben ohne die Anwesenheit des Tröpfchens ein gleichmäßig er-uchtetes Zerstreuungsbild xz entstehen. Durch die Anwesenheit des Tröpf-ens wird in diesem Zerstreuungsbilde eine weniger erleuchtete Lücke bei y her-orgebracht, denn durch dasselbe werden, wie die Figur deutlich sehen läßt, die inf Strahlen, welche sonst auf die Stelle y gefallen wären, auf eine größere läche zerstreut, sie treffen, wie ebenfalls die Figur zeigt, theilweise mit regel-äßig gebrochenen Strahlen (z. B. bei u, v und x) zusammen und vergrößern a solchen Orten die Helligkeit des Zerstreuungsbildes, theilweise fallen sie ganz ußerhalb desselben (bei w) und vergrößern seine Ausdehnung. Es würde eine sehr rwickelte Erörterung geben, wollte man im Einzelnen ausführen, wie sich das erstreuungsbild eines Punktes gestalten würde, wenn mehrere Tröpfchen an stimmten Stellen auf der Hornhautfläche säßen. Jedenfalls ist soviel klar, ıd das genügt für unseren Zweck vollkommen, daß das Zerstreuungsbild aus owechselnd helleren und dunkleren Stellen zusammengesetzt, im Ganzen jedoch ıgefähr kreisförmig begränzt wäre, denn die wenigen ganz über das regelmä-ge kreisrunde Zerstreuungsbild herausfallenden Strahlen werden, wenn die chtstärke nicht außerordentlich groß ist, kaum beachtenswerthe Wirkungen her-rbringen. So würde beispielsweise das Zerstreuungsbild eines Punktes durch ıe gewisse Anordnung von durchsichtigen Höckerchen auf der brechenden Fläche ıe Gestalt annehmen können, wie sie Fig. 107 unter A gezeichnet ist. Wäre diesem Falle aber nicht nur ein leuchtender Punkt vorhanden, sondern eine

Fig. 107.



ıgrechte leuchtende Linie, so müßte man, um ihr Zerstreuungsbild zu erhalten, s Bild A in stetiger Aufeinanderfolge neben einander wiederholen, es ent-nde dadurch offenbar eine Lichtvertheilung in der Art, wie sie unter B in selben Figur gezeichnet ist. Das ganze Zerstreuungsbild wird von zwei ziem-) dunklen Streifen aa und cc durchsetzt, weil in der Höhe aa und cc in em einzelnen Punktbilde am meisten Licht ausfällt, während oben, unten und der Mitte in der Höhe bb die größte Helligkeit durchschnittlich stattfindet. würden also statt der einen hellen Linie scheinbar drei parallele helle Strei- in dem Bilde auftreten. Legte man dasselbe Punktbild unzählige Male in iger Folge über einander statt neben einander, so würde wohl das Zer-rnungsbild in vier hellere durch drei dunklere geschiedene Linien zerfallen, da

auf drei senkrechten Sehnen in dem Zerstreuungskreise A der Schatten vorherrsch
Man ersieht ohne Weiteres, daß bei verschiedenen Anordnungen der Tröpfche
das Zerstreuungsbild eines Punktes die mannigfachsten Lichtvertheilungen zeige
kann und daß aus solchen Punktbildern sich die mannigfachsten Linienbilde
aufbauen können, nur ihr Charakter bleibt immer derselbe, die Linie erschein
nämlich immer mehrfach parallel mit sich selbst wiederholt. Daß sie unter Ar
derem auch bloß verdoppelt erscheinen kann, versteht sich von selbst.

Es war bisher nur von einer fehlerhaften Einstellung für zu große Nähe die Red
daß aber ganz analoge Discontinuitäten in einem Zerstreuungsbilde auftreten müsse
bei Accommodation für eine größere Entfernung, als die des leuchtenden Pun
tes ist, der das Bild liefert, davon kann man sich durch Betrachtungen wie d
vorstehenden überzeugen, man braucht nur dieser Voraussetzung entsprechen
in Fig. 106 die bildauffangende Ebene von nn aus der Fläche hh zu nähern
anstatt sie, wie wir oben thaten, weiter zu entfernen. Ohne hier näher in die
Betrachtungen einzugehen, die fast nur eine wörtliche Wiederholung des Obige
sein müßten, können wir also den Satz allgemein hinstellen: bei jeder fehle
haften Einstellung des Auges ist unter der Voraussetzung durchsichtiger klein
Unregelmäßigkeiten das Zerstreuungsbild eines Punktes nicht ein gleichmäß
erleuchteter Kreis, sondern vielmehr eine kreisförmig begränzte, aber ganz u
gleichmäßig beleuchtete Fläche.

231 Alle die vorstehenden theoretischen Ableitungen bestätigt der Versuch au
Schlagendste. Es ist aber ganz besonders interessant, die Zerstreuungsbilder
einer Camera obscura zu vergleichen mit den im Auge entstehenden; dab
kann Niemandem die vollständige Aehnlichkeit beider entgehen, wenn an d
Camera obscura die hier vorausgesetzten Unregelmäßigkeiten angebracht sin
In der That, man verschaffe sich eine kleine Camera obscura, bestehend a
einer Linse von kurzer Brennweite (etwa 50^{mm}), die am vorderen Ende ein
ausziehbaren Röhre eingesetzt ist, während das hintere Ende eine bildauffa
gende mattgeschliffene Glasplatte enthält. Auf die Vorderfläche der Linse se
man in ganz willkürlicher Anordnung kleine Oeltröpfchen, man stelle die
vorgerichtete Camera obscura auf irgend ein Object genau ein, beispielswe
auf das mäßig beleuchtete Titelblatt eines Buches. Man wird alsdann — viellei
mit Verwunderung — bemerken, daß ein vollkommen scharfes Bild auf der matt
Glastafel entsteht, so daß die Schrift, wenn sie nicht gar zu klein ist, bequem geles
werden kann, obgleich die erste brechende Fläche fast ganz mit unregelmäßig
Tröpfchen bedeckt ist. Wo bleibt also der Schimmer, der, wie oben bewie
wurde, das Bild jedes leuchtenden Punktes umgeben sollte? Die Antwort
leicht: da er aus wenigen über einen großen Raum zerstreuten Strahlen gel
det wird, so kann er bei nicht sehr stark leuchtenden Punkten nicht zur Wa
nehmung kommen. In der That, ist das Object, auf das man die Camera o
scura einstellt, ein sehr intensiv leuchtendes, so fehlt der Schimmer ni
Genau dieselbe Erscheinung finden wir aber an unserem Auge wieder: mä
beleuchtete Gegenstände, in denen nirgend ein ganz greller Contrast zwisch
Hell und Dunkel stattfindet, können bei genauer Einstellung vollkommen gen

gesehen werden, dagegen wird man um ein überaus glänzendes Object herum, selbst bei der vollkommensten Einstellung niemals einen lichten Schimmer vermissen, der sich mit abnehmender Helligkeit über das ganze Sehfeld verbreitet. Ganz zu schweigen von der direct gesehenen Sonne, sieht man diesen Schimmer stets, wenn man das Sonnenbildchen in einer Thermometerkugel oder sonst auf einer glänzenden convexen Fläche betrachtet. Ja, es genügt schon ein Stück weißen Papieres, das von der Sonne stark beleuchtet, gegen einen schwarzen Hintergrund recht grell contrastirt; selbst dies erscheint bei noch so vollkommener Einstellung mit einem lichten Schimmer umsäumt, der sich freilich nicht so weit verbreitet als bei einem Sonnenbildchen, d. h. dessen abgelegenere Theile wegen seiner nach außen immer abnehmender Lichtstärke eben nicht mehr wahrgenommen werden. Man muß sich übrigens wohl hüten, diesen Schimmer mit der Irradiation zu verwechseln, die ja in einer immerhin unbedeutenden Vergrößerung heller Objecte besteht, so aber, daß der vergrößernde Saum von dem geometrischen Bilde in der Lichtstärke nur wenig abweicht und deshalb Veranlassung zur Täuschung über die Größe des Objectes selbst wird. Der Schimmer, von dem wir hier sprechen, ist immer gegen das eigentliche Bild des Objectes matt und das ungeübteste Auge wird nicht in die Versuchung kommen, ihn zu dem Bilde hinzuzurechnen.

Nehmen wir jetzt unsere Camera obscura von Neuem vor und stellen als 232
abzubildendes Object vor dieselbe einen weißen Punkt auf schwarzem Grunde, adjustiren sie aber nicht genau für die Entfernung dieses Punktes, sondern für einen kürzeren Abstand. Man sieht alsdann ein Zerstreuungsbild ganz in der Art, wie das Fig. 107 *A* als Beispiel dargestellte, welches, wenn der Objectpunkt sehr hell leuchtet, sich über die kreisförmige Begränzungslinie hinaus als allmälig abnehmender Lichtschimmer fortsetzt. Ganz dieselbe Erscheinung beobachtet man an seinen eigenen Augen aber ebenfalls. So sehe ich z. B. eine sehr ferne Straßenlaterne, die für einen parallele Strahlen aussendenden Punkt gelten kann, allemal mit meinen kurzsichtigen Augen ganz in der Art, wie *A* Fig. 107, die einzelnen Punkte sind meist klein und zahlreich, so daß es eigentlich den Anschein hat als ob sich ein lichtes Netzwerk auf einem dunklen Grunde ausbreitete und durch einen Kreis begränzt wäre. Eine mehr oder weniger sternförmige Anordnung ist häufig, keineswegs constant. Ob letztere rein zufälliges Resultat der zufälligen Unregelmäßigkeiten ist oder ob sie zusammenhängt mit der sternförmigen Structur der Krystalllinse, das möchte ich einstweilen nicht entscheiden. Da bekanntlich die getrocknete Linse in radialen Richtungen spaltbar ist, so darf man wohl annehmen, daß auch schon während des Lebens etwa dichtere Sectoren durch weniger dichte (und darum schwächer lichtbrechende) radial angeordnete Schichten von einander getrennt sind. Daß aber eine in sternförmiger Anordnung sich wiederholende Differenz der Brechungsindices im Bilde ebenfalls eine sternförmige Anordnung des Lichtes hervorbringen müsse, ist ohne näheres Eingehen begreiflich; in der That würde auch ein näheres Eingehen eine außerordentlich verwickelte Betrachtung erfordern. Nur sei an diesem Platze noch die allgemeine Bemerkung erlaubt, daß nämlich im Wesentlichen isolirte Stellen von stärkerer oder

geringerer Brechkraft in den brechenden Mitteln denselben Erfolg haben, wie Erhöhungen oder Vertiefungen an den brechenden Flächen, d. h. daß sie Discontinuitäten des Zerstreuungsbildes hervorbringen, und daß auch sehr wahrscheinlich ein Theil der beobachteten Discontinuitäten, von denen hier die Rede ist durch solche Unregelmäßigkeiten an anderen brechender Fläche hervorgebracht werde. Die von Thränentröpfchen auf der vorderen Hornhautfläche herrührenden sollten sich eigentlich von den übrigen leicht dadurch unterscheiden lassen, daß sie im Allgemeinen durch Wischen mit den Augenlidern ihre Gestalt verändern *); wenn man aber bedenkt, daß die sämmtlichen Stetigkeitsunterbrechungen sich zu einem Gesammtbilde vereinigen, so wird man zugeben, daß eine solche Aussonderung nicht wohl ausführbar ist. Es erklärt sich hieraus noch eine Erscheinung, die jeder Kurzsichtige unwillkürlich unzählige Male sieht, wenn er mit einem Auge den Vollmond betrachtet. Dieser erscheint nämlich nicht als eine durch die hervorragenden Zerstreuungskreise einfach vergrößerte, kreisförmig begränzte Scheibe, deren Helligkeit von einem gewissen concentrischen Kreise an nach dem Rande hin stetig abnimmt, wie es ohne die hier in Rede stehenden Unregelmäßigkeiten sein müßte. Er erscheint vielmehr unzählige Male vervielfältigt, die einzelnen Bilder sind ziemlich scharf begränzt, decken sich aber zum Theil und das ganze zusammengesetzte Bild ist von einem Kreise umhüllt, wie es etwa in Fig. 108 dargestellt ist. In der That kann es aber auch nicht anders sein, wenn das Zerstreuungsbild eines einzelnen Punktes nicht ein gleichmäßig erleuchteter Kreis, sondern eine Zusammenstellung von hellen und dunklen Punkten ist, die nur alle innerhalb eines begrenzenden Kreises liegen. Fassen wir z. B. irgend eine leuchtende Stelle des Punktbildes ins Auge. Sie wird sich in dem Zerstreuungsbilde von jedem Punkte des Mondes wiederfinden, und alle zusammen werden in stetiger Aufeinanderfolge ein kreisförmiges helles Partialbildchen des Mondes zusammensetzen. Ebenso wird aber jede andere helle Stelle des Punktbildes zu einem solchen Partialbildchen Veranlassung geben. Es entstehen also ebensoviele Partialbildchen des Mondes als helle Stellen im Punktbilde vorhanden sind. Die weniger hellen Stellen geben freilich zu weniger hellen Partialbildchen Veranlassung, die aber durch den Contrast gar

Fig. 108.



*) Einen immer constanten Theil der Zerstreuungsfigur, wie ihn Helmholtz, S. 138 seiner soeben erschienenen physiologischen Optik, abbildet, habe ich an meinen Augen nicht beobachtet. Vielmehr erhielt sich bei mir immer nur der allgemeine oben beschriebene Charakter der Zerstreuungsfigur constant, während alle ihre Einzelnheiten variabel sind. Ich kann bei dieser Gelegenheit nicht unterlassen, mein Bedauern auszudrücken, daß das erwähnte ausgezeichnete Werk erst erschien, nachdem der größte Theil des vorliegenden Abrisses der physiologischen Optik schon gedruckt war, sodaß eine eigentliche Benutzung desselben nicht mehr möglich war.

iterdrückt werden, so daß jene ziemlich scharf von einander abgesetzt erscheinen. lan könnte aus der Gestalt des Punktbildes die Zusammensetzung des Mondldes vorausbestimmen, im Einzelnen wird dies freilich wegen der großen Verickelung nicht leicht sein, aber häufig gelingt es auf den ersten Blick, dasjenige artialbildchen des Mondes herauszufinden, welches einer besonders leuchtenden telle des Punktbildes entspricht, wenn man gleichzeitig mit dem Monde irgend nen hellen Stern übersieht, der das Punktbild zur unmittelbaren Vergleichung fert.

Wir nehmen jetzt zum dritten Male die mit Oeltröpfchen verunreinigte 233
amera obscura vor und lassen sich darin bei unvollkommener Einstellung ablden eine weiße Linie auf schwarzem Grunde. Der Erfolg bestätigt vollstäng die vorhin gemachte theoretische Voraussage. Durch das continuirliche Ananderlegen des unterbrochenen Punktbildes *A* (in Fig. 107) entsteht das unrbrochene Zerstreuungsbild der Linie. Man sieht die Linie im Allgemeinen ehrfach wiederholt parallel neben einander. Im Allgemeinen — und das geht ohne Weiteres aus unseren Ableitungen hervor — wiederholt sich die Linie vielmal, als stark leuchtende Punkte in dem Zerstreuungsbilde eines Punktes id, wofern nicht mehrere dieser stark leuchtenden Stellen auf einer Linie lien, welche der Objectlinie parallel ist, wofern also nicht bei einer senkrechten bjectlinie mehrere leuchtende Stellen des Punktbildes senkrecht über einander er bei einer wagrechten Objectlinie wagrecht neben einander befindlich sind. olgender frappante Versuch, der freilich bei näherer Betrachtung ganz selbstrständlich erscheint, muß hier noch erwähnt werden, weil er ganz benders geeignet ist, die physiologische Erscheinung, auf deren Erklärung es er abgesehen ist, zu beleuchten. Wir wollen uns denken, wir hätten unre Camera obscura zu den hierher gehörigen Versuchen dadurch hergerichtet, iß wir mit einem spitzen Holzstäbchen unzählige ganz kleine Oeltröpfchen auf e Linse gesetzt hätten, wir wollen weiter annehmen, wir hätten gerade auf der ldauffangenden Glastafel das soeben beschriebene Zerstreuungsbild einer weim Linie auf schwarzem Grunde. Man wische jetzt mit dem Finger über die rdere Fläche der Linse, so daß die Oeltröpfchen zu Streifchen zusammenfließen, ch gewiß eine bedeutende Veränderung der brechenden Fläche. Man erwartet elleicht eine entsprechend große Veränderung in dem Zerstreuungsbilde. Die rwartung wird aber vollständig getäuscht. Wenn man nicht geradezu die Verderungen desselben mit dem Auge verfolgt, oder wenn man sich nicht die erste estalt des Bildes ganz genau gemerkt hat, wird man in der Regel gar ine Veränderung wahrnehmen. So sehr ist der Charakter der ganzen Erheinung derselbe geblieben. Man hat eben nach wie vor eine Reihe gleich nger paralleler heller Linien, die abwechselnd nach der einen oder der anderen eite ein wenig über einander hervorragen. Die einzige Veränderung, welche h etwa zeigt, ist die, daß hier und da ein dunkler Zwischenraum breiter oder mäler wird, daß auch wohl hier und da zwei vorher getrennt gewesene helle nien ganz zusammenfallen, daß dafür vielleicht an einer anderen Stelle ein uer heller Streif auftaucht. Im Ganzen bleibt, wie gesagt, der Charakter

der Erscheinung derselbe. In der That kann uns auch dies nicht wunder denn mögen die Unregelmäßigkeiten der brechenden Fläche vorzugsweise strei angeordnet sein oder nicht, immer wird nach den obigen Auseinandersetzung ein Punktbild zu erwarten sein, das mosaikartig aus hellen und dunklen Ste len zusammengesetzt ist, und aus solchen Punktbildern werden in allen Fäll sehr ähnliche Linienbilder sich zusammensetzen.

Die Aehnlichkeit der soeben beschriebenen Erscheinung auf der bildauffa genden Platte der Camera obscura mit dem Zerstreuungsbilde einer weiß Linie im unvollkommen adaptirten Auge ist wahrhaft überraschend; auch hi sieht man regelmäßig eine Reihe paralleler Linien durch mehr oder wenig dunkle Zwischenräume geschieden, die der Contrast meist noch dunkeler erschein läßt, als sie wirklich sind. Häufig — keineswegs aber regelmäßig — sind zwei helle Linien eben so häufig in der Camera obscura. Diese Erscheinun des Sehens hat man nun mit dem sehr unglücklich gewählten Namen »Doppe sehen mit einem Auge« oder »Diplopia monophthalmica« belegt. Schon e was besser paßt der auch zuweilen gebrauchte Name »Mehrfachsehen mit eine Auge«, am richtigsten bezeichnet man, glaube ich, das Wesen der Erscheinun wenn man sie ganz einfach Discontinuität der Zerstreuungsbilder nennt. S würde unter diesem bescheidenen Namen wahrscheinlich auch nicht so viel Aufseh gemacht und nicht so viele vergebliche Erklärungsversuche hervorgerufen habe Es scheint mir nämlich, daß die Erklärung besonders deshalb nicht so v den Füßen gesucht wurde, wie die hier gegebene liegt, weil man mit aller G walt ein ganz constantes regelmäßiges Doppeltsehen erklären zu müssen mein Die Beobachter haben, offenbar durch den einmal gegebenen Namen verfüh geradezu viele Beobachtungen, wo sechs oder zehn Bilder einer Linie erschiene verworfen, um die wenigen beizubehalten, wo zwei gesehen wurden. Daß aber ni etwa die hier beschriebene Erscheinung gar eine ganz andere ist als die eige liche einäugige Diplopie, dafür bürgt die Thatsache, die man täglich beobacht kann, daß von beispielsweise sechs zuerst auftauchenden Bildern während d Beobachtung etwa die zwei oberen und die vier unteren allmälig zusammenfli ßen und nur zwei übrig bleiben. Am allerwenigsten kann man die in Rede st hende Erscheinung ins Gebiet der Pathologie verweisen. Sie fehlt bei keine noch so normalen Auge. Ich selbst habe sie an allen Individuen, die i darauf prüfte, gefunden, und ich habe wenigstens zwölf ganz willkürlich g griffene Individuen mit vollkommen gesunden Augen geprüft.

234 Es ist demnach wohl nicht mehr zu bezweifeln, daß die Discontinuität der Zerstreuungsbilder oder das sogenannte »Mehrfachsehen mit einem Aug beruhe auf durchsichtigen Unregelmäßigkeiten der brechenden Mittel u Flächen, sei es, daß in den Mitteln hier und da Stellen vorkommen, die ih Umgebung an Brechungsvermögen übertreffen, oder die schwächer brechen als d Umgebung, sei es, daß auf den brechenden Flächen durchsichtige Höckerchen od Vertiefungen sich finden. Eine besonders wichtige Rolle scheinen aber gera die Thränentröpfchen auf der vorderen Hornhautfläche zu spielen. Das ge daraus hervor, daß die Erscheinung allemal mehr oder weniger in Einzelheite

erändert wird, wenn man während der Beobachtung mit den Augenliedern ber die Hornhaut wischt. Dadurch muß offenbar der Thränenflüssigkeit eine ndere Anordnung gegeben werden. Die Veränderungen, welche hierbei die rscheinung erleidet, sind aber ganz von derselben Art wie die oben beschriebe-en Veränderungen des Bildes in der Camera obscura beim Wischen mit dem inger über die Linse; d. h. sie betreffen nicht den ganzen Charakter, sondern loß Einzelnheiten, es tritt etwa ein neuer heller Streif auf oder die alten ver-ndern etwas ihre gegenseitige Lage.

Wir haben uns bei den ganzen Auseinandersetzungen immer schmaler hel-r Objecte auf dunklem Grunde bedient. In der That sind auch solche leich-r zu discutiren, weil dabei der Begriff des Leuchtenden mit dem des Objectes isammentrifft; in anderen Arbeiten über diesen Gegenstand werden häufig unkle Objecte auf hellem Grunde zu den Versuchen verwandt; daß dadurch die rscheinungen nicht im Wesen verändert werden, versteht sich von selbst. Man ann bei der Erklärung nur nicht von der Betrachtung der Zerstreuungskreise isgehen, die von den Punkten des Objectes selbst herrühren, da eben ein unkler Punkt keine Zerstreuungsbilder veranlaßt. Man muß vielmehr diejeni-en Zerstreuungskreise ins Auge fassen, welche die dem Objecte benachbarten unkte des hellen Grundes veranlassen. Ihre An- und Uebereinanderlagerung it ihren verschiedenen Continuitätsunterbrechungen bewirkt aber natürlich auch, iß statt einer schwarzen Linie auf hellem Grunde mehrere parallele neben ein-ıder gesehen werden, von denen freilich jede etwas lichter sein wird als die ne, die man bei vollkommener Einstellung des Auges sieht, so wie die ver-hiedenen Bilder einer hellen Linie etwas lichtschwächer sind als das eine im ohladaptirten Auge.

Die Zurückweisung und Kritik anderer Erklärungsversuche gehört nicht erher und kann in den speciellen Aufsätzen *) nachgelesen werden.

Schließlich muß noch bemerkt werden, daß die Unregelmäßigkeit, von der 235
letzt die Rede war, ihre Wirkungen anschließt an die Wirkung der Abwei-ung des Auges von der Kugelgestalt, die im §. 228 besprochen worden. Diese ombination der beiden Abweichungen ist namentlich von Meyer beachtet und der oben citirten Abhandlung beschrieben worden. Die Erscheinung ist die, iß das Bild eines kleinen Kreises, wenn derselbe über die Accommodations-änze hinaus vom Auge entfernt **) wird, zuerst in zwei über einander liegende reise auseinandertritt (Fig. 109 a. f. S.) und daß dann erst seitliche Bilder ne-n einander heraustreten (Fig. 110 a. f. S.). Nähert man umgekehrt das Object er die Accommodationsgränze hinaus, so tritt eine analoge Erscheinung, nur t umgekehrter Ordnung der Richtungen auf, man hat also eine Vorstellung m der successiven Veränderung des Zerstreuungsbildes, wenn man die so-en gebrauchten Figuren eine Vierteldrehung in ihrer Ebene machen läßt. Mei-

*) J. Gut, Inauguraldissertation, Zürich 1854. A. Fick, Zeitschr. f. rat. Mediz. hrg. 1854.

**) Für mein linkes Auge ist die Erscheinung, wenn sie überhaupt gut zu sehen gerade die umgekehrte, was auch mit dem schon oben Bemerkten stimmt.

stens ist freilich die Erscheinung nicht so regelmäßig wie die Figuren, sonder man sieht zahllose ineinandergreifende Bilder — ähnlich wie oben S. 336 da Mondbild beschrieben wurde —, nur daß sie hier von einer Ellipse umhüllt we

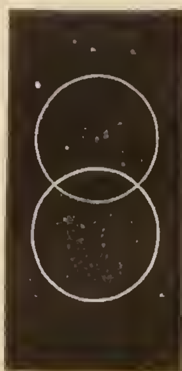


Fig. 109.

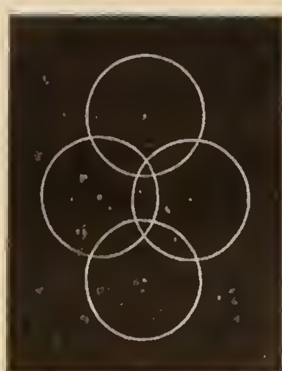


Fig. 110.

den, deren große Axe lothrecht in de einen Falle bei zu großer Nähe d Objectes, wagrecht bei zu großer En fernung des Objectes liegt. Die Erkl rung ist eigentlich oben schon ausgespr chen; man bedenke nur, daß früher g zeigt wurde, das Zerstreuungsbild ein Punktes ist, wenn die Netzhaut no nicht weit, sei es vor, sei es hint der Brennstrecke gelegen ist, nicht krei förmig, sondern oval wegen der Verschiedenheit der Krümmungshalbm ser der brechenden Flächen. Sobald nun wegen der kleinen durchsic tigen Unregelmäßigkeiten dasselbe in einzelne hellere und dunklere Stellen ze legt wird, so muß das Bild eines Kreises, der so groß ist, daß er nicht me als einzelner Punkt gelten kann, in der beschriebenen Weise aus vielen inei andergreifenden Kreisen bestehen, die von einer ovalen Linie umhüllt werde Erst wenn sich die Brennstrecke sehr weit von der Netzhaut entfernt, wird d Begränzungslinie des Punktbildes merklich kreisförmig, weil die zur Axe sen rechten Schnitte der windschiefen Fläche, Fig. 105, in einiger Entfernung vo der Brennstrecke annähernd Kreise werden. Deshalb konnte auch oben bei d Erklärung des Mehrfachsehens im Allgemeinen geradezu von der Abweichu der brechenden Flächen von der Kugelgestalt abgesehen werden; es müßte freili eigentlich, um der vollkommenen Strenge nichts zu vergeben, überall ausdrü lich hinzugefügt werden, daß eine sehr fehlerhafte Einstellung des Auges vo ausgesetzt wird, bei der die Brennstrecke im Vergleich zu ihrer eigenen Län sehr weit von der Netzhaut entfernt ist.

Sechstes Capitel.

Von den entoptischen Erscheinungen.

236 Unter einer entoptischen Erscheinung versteht man die Wahrnehmu eines im Auge selbst gelegenen Gegenstandes. Solche Wahrnehmung werden natürlich nur unter besonderen Verhältnissen entstehen könne Entständen sie immer, so würden sie ja das Sehen der äußeren G genstände beeinträchtigen. In der That kommen aber außer den im vor gen Paragraphen behandelten durchsichtigen Unregelmäßigkeiten der brechend

ächen und Mittel stets auch noch mehr oder weniger zahlreiche kleine Trübun=
n und Undurchsichtigkeiten vor, welche unter Umständen, so wie jene ersteren,
rect entoptisch wahrgenommen werden können. Beim gewöhnlichen Sehen
t wohladaptirtem Auge können sie dagegen, so groß oder so klein sie sein mö=
n, wenn sie nur vollkommen undurchsichtig sind und keine namhaften Licht=
antitäten zerstreuen oder reflectiren, keinen anderen Einfluß haben, als daß
die Lichtstärke des Bildes auf der Netzhaut vermindern, denn sie nehmen von
m Strahlenbündel, das einen einzelnen Punkt des Bildes beleuchten würde,
zelne Strahlen weg. Anders verhalten sich freilich bloße Trübungen der
echenden Mittel, die von jedem ihrer Punkte aus Licht zerstreuen, wenn sie
leuchtet werden. Solche bringen auch bei wohladaptirtem Auge eine Undeut=
hkeit in das Netzhautbild, indem sie, gleichsam als selbständige Lichtquelle
rkend, über die ganze Netzhaut einen Lichtnebel verbreiten, der die Gränzen
ischen Hell und Dunkel mehr oder weniger verwischt. Dies ereignet sich z. B.
i Individuen, die mit partiellen milchigen Trübungen der Hornhaut behaftet
id. Wären die getrübten Stellen ganz undurchsichtig, so würde zwar noch
niger Licht von jedem Punkte eines zu sehenden Gegenstandes in des Kranken
ige kommen, er würde aber gleichwohl den Gegenstand viel besser sehen, weil
: störende Lichtnebel wegfiele. Man kann in der That diesen Kranken da=
rch helfen, daß man die Trübungen gewissermaßen undurchsichtig macht, in=
m man ihnen dicht vor das Auge ein Diaphragma setzt mit einer kleinen
effnung, die nur Licht auf vollkommen durchsichtige Theile der Hornhaut ge=
agen läßt, während alles Licht, was die Trübungen beleuchten würde, abge=
nitten wird *).

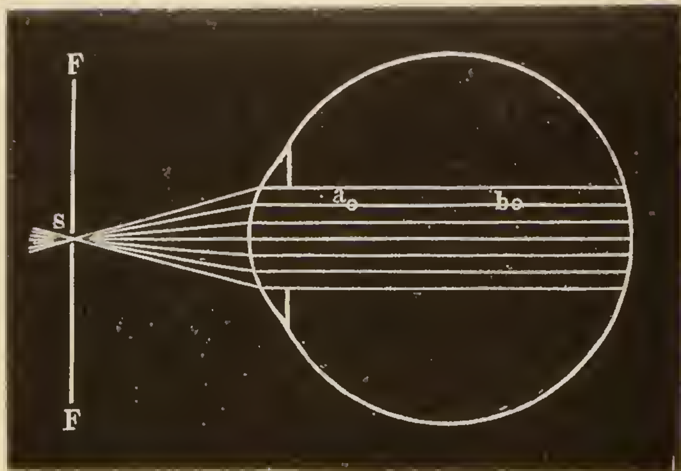
Ganz anders müssen sich partielle Trübungen und Undurchsichtigkeiten bei 237
ivollkommener Einstellung verhalten, sie müssen im Zerstreuungsbilde eines
chtenden Punktes auf der Netzhaut einen Schatten werfen, der offenbar um
größer sein muß, je näher die undurchsichtige Stelle bei gleicher Größe am
reinigungspunkte des Strahlenbündels liegt. Die Trübungen bringen also
ch Unstetigkeiten im Zerstreuungsbilde eines Punktes hervor, und es könnte
r mit Recht die Frage aufgeworfen werden, warum wir dieselben bei der Er=
irung der im vorigen Paragraphen behandelten Erscheinungen ganz unbeachtet
lassen haben. Auf diese Frage wäre leicht zu antworten. Abgesehen von den
en dafür angeführten positiven Gründen, daß jene Erscheinungen in Thränen=
pfchen auf der vorderen Hornhautfläche hauptsächlich ihre Ursache finden,
ißten offenbar Trübungen, welche ein Mehrfachsehen eines langen geraden
reifens veranlassen sollten, sehr weit vorn im Auge liegen, denn nur in
esem Falle würden die einzelnen Punktbilder einander genau ähnlich werden,
is für das Mehrfachsehen eines ausgedehnten Gegenstandes unbedingt noth=
ndig ist.

Am bequemsten kann man die Trübungen, von denen hier die Rede ist, zur
schauung bringen, wenn man bloß ein nahezu parallelstrahliges Bündel das

*) Wijngaarden de perspicillis stenopaeis etc. Utrecht 1854.

Auge durchziehen läßt. Offenbar muß in diesem Falle jede undurchsichtige Stelle auf der Retina einen Schatten werfen, der ihr ähnlich und an Größe nahezu gleich ist. Nichts ist aber leichter, als diese Bedingung zu erfüllen. Man braucht nur in die Nähe der vorderen Brennebene des Auges einen leuchtenden Punkt *) zu setzen, das von ihm ausgehende Lichtbündel wird in der ganzen Ausdehnung des Glaskörpers nahezu parallelstrahlig sein; befindet sich der leuchtende Punkt genau in der Brennebene, so ist das Bündel im Glasköper auch genau parallelstrahlig. Denn wir haben ja gesehen (Cap. 1 d. Abschn.), daß ein Strahlenbündel, das von einem in der vorderen Brennebene gelegenen Punkte ausgeht, im letzten Mittel (Glaskörper) parallelstrahlig ist. In den vorhergehenden Mitteln, Linse und wässerige Feuchtigkeit, sind zwar die Strahlen des Bündels noch nicht ganz parallel, aber wenigstens nahezu, da ja die weitaus stärkste Ablenkung im Auge schon an der vorderen Hornhautfläche zu Stande kommt. Ist der leuchtende Punkt weiter als die erste Brennebene vom Auge entfernt, so convergiren die Strahlen des Bündels im Glaskörper noch. Ist er dem Auge näher, so divergiren sie. Der Schatten einer Trübung im Glaskörper ist also im ersten Falle dieser selbst gleich, im zweiten Falle kleiner, im dritten größer. Ein Blick auf die Fig. 111 zeigt, daß zwei Trübungen *a* und *b*, die auf einer der Strahlenrichtung parallelen Linie hinter einander liegen, ihren Schatten auf ein und denselben Punkt der Netzhaut werfen, folglich in dem Zerstreuungsbilde nicht als gesonderte unterschieden werden können. Es liegt ein Mittel nahe, diese beiden Schatten von einander zu trennen, man braucht offenbar nur die dem einfallenden und somit dem den Glaskörper durchsetzenden Strahlenbündel eine andere Neigung gegen die Gesichtsaxe zu geben. Zu diesem Zwecke verändert man die Richtung der Sehaxe oder verschiebt den leuchtenden Punkt. Während wir ihn uns zuerst in der Sehaxe selbst gedacht haben, liegt er nunmehr unterhalb derselben bei *s* (siehe Fig. 112), und der Glaskörper wird von einem schräg aufwärts gerichteten Bündel durchsetzt, die Schatten der beiden Körperchen *a* und *b* fallen nicht mehr auf einander, sondern der mit *a'* bezeichnete Schatten von *a* liegt oberhalb des von *b* herrührenden Scha[tten]

Fig. 111.



*) Einen solchen verschafft man sich leicht. Man kann das Sonnenbildchen au[f] einer innen geschwärzten Glaskugel oder einem stark converen Metallknopf verwenden. Am besten stellt man in die gehörige Entfernung einen undurchsichtigen Schirm mit einem äußerst feinen Löchelchen, durch welches man nach einer gleichmäßig erleuchteten Fläche sieht, z. B. nach dem hellen Himmel oder nach einer Linse, hinter deren Brennpunkt eine Lampenflamme aufgestellt ist.

us b'. Mit Listing nennen wir dies entoptische Parallaxe und unterscheiden eine ositive und negative. Unter positiver Parallaxe versteht man eine der Bewegung des Visirpunktes gleichsinnige relative Bewegung des Schattens im entoptischen Felde, unter negativer eine entgegengesetzte. Man bemerkt sogleich, daß die Parallaxe für ein Object, das in der Pupillarebene gelegen ist, der Null gleich, für ein vor derselben gelegenes negativ und für ein dahinter gelegenes positiv sein muß. Seien in der That in Fig. 113 a, b, c drei in der Sehaxe gelegene entoptische Objecte a vor, b in, c hinter der Pupillenebene. Das Object b würde also gerade im Mittelpunkte der Pupille zu denken sein und alle drei würden bei einer ersten Stellung des Auges, bei der die Visirlinie selbst die Axe des ins Auge fallenden Lichtkegels bildete, ihren

Fig. 112.

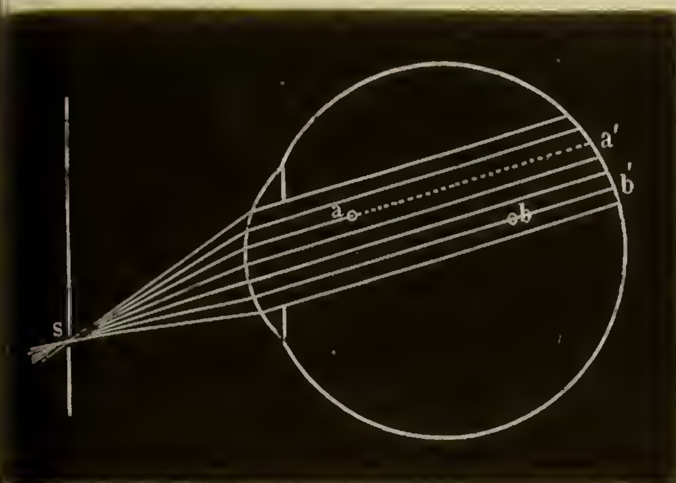
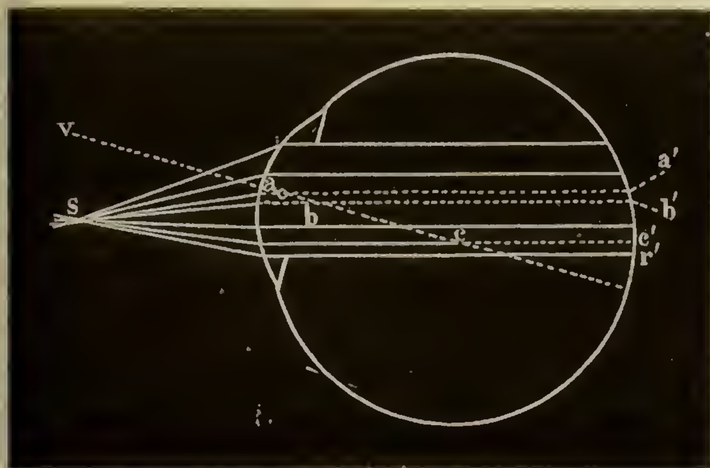


Fig. 113.



chatten auf den Mittelpunkt des entopischen Gesichtsfeldes werfen. Drehte an nun das Auge nach oben, so daß, wie in der Figur angenommen wird, der isirpunkt v über den leuchtenden Punkt S heraufgegangen ist, so hat der chatten von b gar keine relative Bewegung im entoptischen Gesichtsfelde geacht, denn er nimmt noch immer dessen Mittelpunkt (jetzt bei b') ein. Der chatten von a (bei a') dagegen ist jetzt dem oberen Rande (r) des Gesichtsfeles näher gekommen, und da, was auf der Netzhaut wirklich oben, scheinbar unn ist, so hat er eine scheinbare relative Bewegung nach unten, d. h. in einem r Bewegung des Visirpunktes entgegengesetzten Sinne gemacht. Der Schatn von c bei c' hat sich dem unteren Rande r' des Gesichtsfeldes genähert, so eine scheinbare Verschiebung nach oben, mit dem Visirpunkte gleichsinnig, litten. Die Größe der Verschiebung ist, wie man aus der Betrachtung der iden letzten Figuren schon bemerkt hat, um so bedeutender, je weiter das Obct von der Pupillarebene entfernt ist. Liegt das Object sehr nahe an der etzhaut, so ist die Größe der (positiven) Verschiebung fast gleich der des Visirunktes selbst. Eine strenge quantitative Rechnung über die absolute Lage

entoptischer Objecte läßt sich gleichwohl auf die Beobachtung der Parallaxe nicht gründen. Sollte dies möglich sein, so müßten alle Abmessungen des Auges bekannt sein; namentlich müßte man die Entfernung der Netzhaut von der Hornhaut kennen, eine Größe, die bis jetzt der Messung noch ganz unzugänglich ist.

238 Die hauptsächlichsten entoptisch wahrnehmbaren Objecte sind folgende:

1) Der Pupillarrand der Iris, welcher, wie schon bemerkt wurde, das deshalb in der Regel kreisrunde helle Feld begränzt. Die Erweiterung oder Verengerung der Pupille kann leicht entoptisch sichtbar gemacht werden. Beide Pupillen verengern sich bekanntlich, wenn in das eine Auge eine große Lichtmenge fällt. Oeffnet man also das vorher geschlossene, nicht entoptisch beobachtende Auge plötzlich, so wird das entoptische Gesichtsfeld kleiner zum Beweise der Pupillenverengerung. — An manchen Pupillen kommen Falten, Einschnitte oder Vorsprünge vor, die sich dann auch am Rande des entoptischen Gesichtsfeldes abzeichnen.

2) Die im vorigen Capitel besprochenen Unregelmäßigkeiten der Hornhaut (siehe Fig. 114). Größere Thränen- oder Oeltröpfchen zeigen sich als dunkle Kreise mit heller Mitte. Hat die Lichtquelle eine ausgezeichnete Form, so bemerkt man, daß die helle Mitte der Tröpfchen ein Bild desselben darstellt. Diese Gegenstände erkennt man besonders daran, daß sie sich durch Blinzeln rasch verändern. Hat man das festgeschlossene Auge mit den Fingern gedrückt oder gerieben, so faltet sich die Hornhautfläche. Die Falten bleiben längere oder kürzere Zeit (bis zu einigen Stunden) und gewähren ein entoptisches Bild, wie es Fig. 114 zeigt.

3) Von der Linse rühren mancherlei Erscheinungen her, die sich natürlich nicht durch Blinzeln verwischen lassen. Listing schreibt sie theils (Perlflecken mit heller Mitte) Schleimmassen in der Morgagni'schen Feuchtigkeit, theils (dunkle Flecken) Trübungen in der Kapsel zu. Andere erinnern an die im fötalen Leben erfolgende Trennung der vorderen Kapselwand von der Hornhaut (siehe Fig. 115). Noch andere rühren entschieden vom strahligen Bau der Linsensubstanz selbst her (siehe Fig. 116).

Fig. 114.



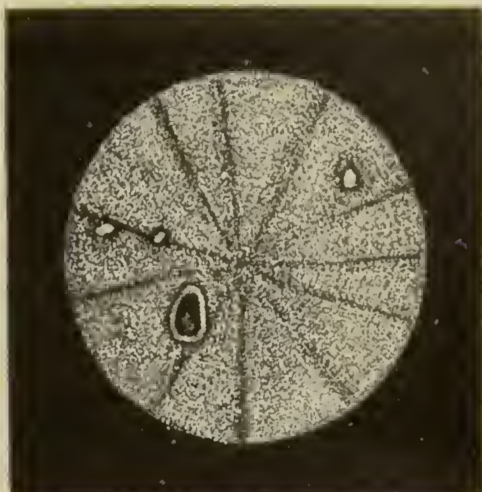
4) Sehr verschieden gestaltete Objecte, meist mit beschränkter Beweglichkeit begabt, haben im Glaskörper ihren Sitz. Wenn sie der Netzhaut sehr nahe liegen, so werden sie auch ohne Weiteres im Gesichtsfelde bemerkt und heißen fliegende Mücken. Verfolgt man ihre Bewegungen genauer, so stellt sich meist heraus, daß es feste Körperchen sein müssen, die in einer specifisch schwereren Flüssigkeit schwimmen. Vorherrschende Formen sind: Perlschnüre, Körnerhaufen und größere isolirte Kreise. Die ausführlichere Beschreibung und Deutung dieser Objecte, wie sie von Donders und Don-

can *) gegeben wurde, gehört in die specielle mikroskopische Anatomie des Glaskörpers und muß hier unterbleiben.

Fig. 115.



Fig. 116.



5) Die Gefäße der Netzhaut (die Verzweigungen der A. und V. centralis retinae). Obgleich die Schatten dieser Gefäße unter allen Umständen im entoptischen Gesichtsfelde vorhanden sein müssen, so bemerkt man sie doch nur dann, wenn man die Lichtquelle rasch hin und her bewegt. Helmholtz **) erklärt dies dadurch, daß die gerade hinter den Gefäßen gelegenen Netzhautelemente von jenen auch beim gewöhnlichen Sehen, wobei von jedem Punkte der Pupillarebene nach allen Seiten Licht ausstrahlt, wenigstens im Halbschatten liegen. Sie sind daher gewissermaßen an Schatten gewöhnt und empfinden ihn nicht als einen Ausnahmezustand. Verändert man nun aber die Richtung der Beleuchtung und somit den Ort des Schattens, so kommen vorher von voller Beleuchtung getroffene Theile des empfindenden Apparates hinein, die ihn als solchen wahrnehmen. Läßt man die Schatten an ihren neuen Orten verweilen, so gewöhnen sich auch die neubeschatteten Theile daran und die Erscheinung verschwindet. Bewegt man die Lichtquelle in horizontaler Richtung hin und her, so kommen vorzugsweise die vertical verlaufenden Gefäße zur Wahrnehmung, umgekehrt bei verticalen Bewegungen der Lichtquelle die horizontal verlaufenden. In der That bleiben ja auch bei irgend welchen geradlinigen Bewegungen der Lichtquelle die Theile der Netzhaut im Schatten, welche von Gefäßen, die zur Bewegungsrichtung parallel sind, beschattet werden. Weiterhin ist zu beachten, daß bei der zu entoptischen Versuchen gebrauchten Beleuchtung durch ein parallelstrahliges Bündel Theile, die beim gewöhnlichen Sehen im ausgedehnten Halbschatten eines Gefäßes waren, in die volle Beleuchtung gelangen. Diese empfinden sie intensiver, da sie vorher in relativer Ruhe waren, und man sieht daher häufig die Gefäßschatten von einem lichten Saum umgeben, der sogar bisweilen die Schattenwahrnehmung dergestalt überwiegt, daß man die ganze Gefäßfigur hell auf weniger hellem

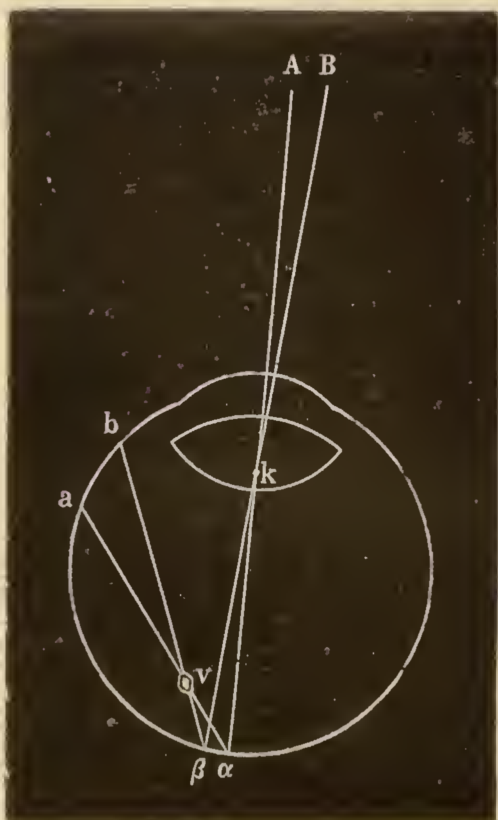
*) De corporis vitrei structura Dissert. Utrecht 1854.

**) Physiologische Optik, S. 161.

Grunde wahrzunehmen glaubt. Die Stelle des directen Sehens (der gelbe Fleck) zeichnet sich bei diesen Versuchen als gefäßlos und heller als die Umgebung aus.

239 Es giebt noch zwei andere Methoden, die Netzhautgefäße oder die nach ihrem Entdecker sogenannte Purkinje'sche Aderfigur zur Wahrnehmung zu bringen. Beide bestehen, wie die erste, wesentlich darin, die Netzhaut durch ein einziges homocentrisches Lichtbündel zu erleuchten, das von den Gefäßen volle Kernschatten auf die empfindende Stäbchenschicht wirft, und zwar auf solche Stellen, die gewöhnlich nicht im Halbschatten liegen, folglich den Schatten als eine ihnen ungewohnte Empfindung deutlich zum Bewußtsein bringen. Die erste der beiden Methoden besteht in Folgendem: Das Auge sieht nach einer schwarzen Fläche in einer solchen Richtung, daß von der weißen Sclerotica ein möglichst großer Theil in der Augenliedspalte zum Vorschein kommt. Auf einen Punkt der letzteren, möglichst weit vom Hornhautrande entfernt, bringt man nun ein recht kleines, nahezu punktartiges und sehr helles Bildchen einer starken Lichtquelle, entweder der Sonne selbst oder einer intensiven Lampenflamme, vermittelst einer Sammellinse von kurzer Brennweite. Die Sclerotica nebst der darunter liegenden Uvea, namentlich in einiger Entfernung vom Hornhautrande außerhalb des Bereiches der Ciliarfortsätze, ist keine absolut undurchsichtige Hülle. Daher dringt von dem concentrirten Lichte des Focalbildchens etwas ins Innere des Auges ein, und dies wird in allen Richtungen zerstreut, ohne eine Brechung zu erfahren. Man hat also, was man verlangte: ein von einem Punkte (von dem Lichtbildchen) ausgehendes Strahlenbündel im Glaskörper, das die Netzhaut erleuchtet, soweit nicht Theile derselben von den Gefäßen beschattet werden. Auch die zweite oben gestellte Bedingung ist erfüllt, daß nämlich die Schatten der Gefäße auf ungewöhnliche Stellen der Netzhaut fallen, d. h. nicht gerade hinter dieselben. Ist z. B. in Fig. 117 a die Stelle des gesammelten Lichtbildes, also der Lichtquelle für das Innere des Auges, so fällt der Schatten eines Gefäßes v auf den Punkt α, während er gewöhnlich weiter nach links zu liegen käme auf einen Punkt, welcher von der Pupille aus gerechnet auf der Netzhaut hinter v liegt. Die Erscheinung gestaltet sich nun bei der beschriebenen Versuchsweise so: Die schwarze Fläche, nach der das Auge gerichtet ist, überzieht sich alsbald mit einem röthlichen Schimmer, auf dem als Hintergrund die Gefäßfigur in dunkler Zeichnung auftaucht. In der Mitte des Gesichtsfeldes, dem Fixationspunkte (gelben Fleck) entsprechend, ist eine gefäßlose Stelle von meist ovaler Gestalt, um welche

Fig. 117.



herum ein langmaschiges Netz feiner Gefäße bemerkbar ist. Die gefäßlose Stelle zeichnet sich auch sonst durch ihr Ansehen — chagrinirtem Leder vergleichbar — aus. Wenn Alles in Ruhe bleibt, hält die Erscheinung nicht lange Stand, weil vermuthlich die beschatteten Theile dergestalt sich an den Schatten gewöhnen oder, was dasselbe sagt, an Empfindlichkeit gewinnen, daß wieder das ganze Gesichtsfeld gleich hell erscheint. Will man die Gefäßfigur wieder hervorrufen, so muß man das als Lichtquelle dienende Sammelbildchen auf der Sclerotica an eine andere Stelle bringen, damit neue Theile der Netzhaut in Schatten kommen. Ueberhaupt dient fortwährende Bewegung des Lichtbildchens dazu, die ganze Erscheinung auffallender zu machen. Der Gefäßbaum bewegt sich alsdann auch, und zwar scheinbar in demselben Sinne wie das Lichtbildchen auf der Sclerotica. In der That, geht die Lichtquelle a nach rechts etwa bis b hin, so muß der Schatten des Gefäßes v in Wirklichkeit nach links von α nach β wandern. Das Auge setzt jeden Reiz in der Richtung der durch den gereizten Punkt gezogenen Richtungslinie nach außen. Sei k der Knotenpunkt. Bei der ersten Lage der Lichtquelle wurde der Schatten von v also in der Richtung $\alpha k A$ gesehen, bei der zweiten Lage in der Richtung $\beta k B$; scheinbar ist also der Schatten von A nach B, von links nach rechts, wie die Lichtquelle, verschoben.

Wenn man alle Abmessungen des Auges und namentlich auch die Lage des Knotenpunktes kennte, so könnte offenbar aus der Größe der scheinbaren Verschiebung der Gefäßfigur bei einer gegebenen wirklichen Verschiebung der Lichtquelle berechnet werden, wie weit vor der lichtpercipirenden Schicht der Netzhaut die Gefäße liegen, oder umgekehrt, wie weit hinter der die Gefäße enthaltenden Schicht die lichtempfindende liegt. In der letzteren Fassung, die mathematisch mit der ersten gleichbedeutend ist, zeigt das Problem unverhüllter seine physiologische Wichtigkeit. Man kennt von anatomischer Seite die Lage der gefäßführenden Schicht der Netzhaut, als der innersten, und die Dicke der übrigen Schichten. Läßt sich jetzt aus physiologischen Versuchen folgern, wie weit von der gefäßführenden die lichtempfindende entfernt liegt, so weiß man auch, welche von den anatomisch verschieden gebauten Schichten der Netzhaut eben der eigentlich lichtempfindende Apparat ist. H. Müller *), der überhaupt zuerst die drei Entstehungsweisen der Purkinje'schen Aderfigur richtig erklärt hat, führte diese Rechnung aus. Sie hat freilich bis jetzt nur den Sinn eines ungefähren Ueberschlages, da sie auf sehr unvollkommene Data mit zu Hülfenahme immerhin einigermaßen willkürlicher Annahmen über die Lage des Knotenpunktes gegründet werden mußte. Müller erhielt für den Abstand des Gefäßbaumes von der empfindenden Schicht Werthe, die zwischen 0,17 und 0,36^{mm} schwanken, sich aber in der Mehrzahl zwischen den Gränzen 0,2 und 0,3 halten. Die anatomischen Messungen hatten nun ergeben, daß die Schicht der Stäbchen und Zapfen etwa 0,2 bis 0,3^{mm} hinter der innersten gefäßführenden Schicht der Netzhaut liegt. Man sieht also, daß diese Rechnung sehr laut zu Gunsten der Annahme spricht, welche den Stäbchen und Zapfen die Function der Licht-

*) Verhandl. d. med.-phys. Ges. zu Würzburg. Bd. IV, S. 100; Bd. V, Lief. 3.

empfindung zuweist. Die Begründung der Rechnung ist leicht zu übersehen und glaubte ich sie deshalb nicht ausführen zu müssen. Jedenfalls wird ein Blick auf Fig. 117 genügen, wenigstens das darzuthun, daß die wirkliche und folglich auch die scheinbare Verschiebung der Schatten bei gleicher Verschiebung der Lichtquelle um so größer ausfällt, je weiter die Gefäße von der empfindenden Schicht entfernt sind.

Die dritte Methode zur Hervorrufung der Purkinje'schen Aderfigur ist eigentlich eine unvollkommenere Modification der soeben beschriebenen zweiten. Sie besteht nämlich darin, daß man sich wieder — den Blick auf dunklen Hintergrund gerichtet — eine punktförmige Lichtquelle an dem Augengrund verschafft, weit ab von der Pupille, so daß sie die Schatten der Gefäße auf ungewohnte Stellen wirft. Man verschafft sie sich diesmal aber nicht dadurch, daß man Licht durch die Sclerotica scheinen läßt, sondern dadurch, daß man eine helle Lampenflamme weit seitlich vor dem Auge aufstellt, die auf der gegenüberliegenden Seite der Netzhaut ein optisches Bild entwirft. Dieses Bildchen wirkt hier, vermöge der Lichtstrahlen, die nicht vom Pigmente der Choroidea absorbirt, sondern in allen Richtungen diffus zurückgeworfen werden, als Lichtquelle. Die Anwesenheit solchen diffusen Lichtes im Glaskörper macht sich zunächst dadurch bemerklich, daß sich ein weißlicher Schimmer über den vor dem Auge befindlichen dunklen Hintergrund legt. Bewegt man nun die objective Lichtquelle rasch hin und her, so tauchen aus dem jetzt relativ hellen Grunde die Gefäßbäumchen als dunkle Zeichnung auf und bewegen sich gleichfalls. Die Bewegungsrichtung eines bestimmten Schattenpunktes ist scheinbar gleichsinnig mit der der objectiven Lichtquelle, wenn die Bewegung der letzteren geschieht in einer Ebene, welche die Lichtquelle, ihr Bild (also auch den Knotenpunkt) und den schattengebenden Punkt enthält. Die schematische Fig. 118, deren Ebene die soeben definirte ist, giebt davon Rechenschaft. *k* ist der Knotenpunkt, *a* und *b* zwei Lagen der Lichtquelle, *a'* und *b'* die entsprechenden Lagen ihres Bildes, *v* der schattengebende Punkt, *α* und *β* die beiden Lagen seines Schattens, *A* und *B* die beiden scheinbaren Lagen desselben. Hat sich also die Lichtquelle nach links — von *a* nach *b* — verschoben, so verschob sich gleichfalls der scheinbare Ort des Schattens von rechts nach links, von *A* nach *B*. Das Entgegengesetzte findet statt für den Schatten desselben Punktes *v*, wenn die Bewegung der Lichtquelle geschieht in einer Ebene, die senkrecht zu der steht, welche den Punkt *v*, die Lichtquelle und ihr Bild enthält. Man denke sich nur *a* wäre nicht nach *b* in der Ebene der

Fig. 118.

Zeichnung, sondern aus derselben herausgerückt, z. B. über dieselbe emporgehoben, dann wäre das Bild von a unter die Ebene der Zeichnung gekommen, der durch das Bild veranlaßte Schatten von v über dieselbe und sein scheinbarer Ort darunter.

Ich stelle noch eine Erscheinung hierher zu den entoptischen, weil sie wenig- 240
stens das mit ihnen gemein hat, daß sie dem Auge gewisse Eigenschaften der eigenen brechenden Medien sichtbar macht. Ich meine die nach ihrem Entdecker sogenannten Haidinger'schen Polarisationsbüschel. Die Erscheinung ist einfach folgende. Wird die Netzhaut objectiv ganz gleichmäßig durch weißes polarisirtes Licht erleuchtet, so empfindet sie diese Erleuchtung nicht überall gleichmäßig und weiß. Es zeigt sich vielmehr in dem hellen Felde um den Punkt des deutlichsten Sehens herum eine Figur, deren Gestalt immer dieselbe, deren Lage aber von der Lage der Polarisationsebene abhängig ist. In derjenigen zur Polarisationsebene senkrechten Ebene, welche durch die Gesichtsaxe gelegt werden kann, und deren Nachbarschaft zeigt sich zu beiden Seiten des fixirten Punktes ein gelblicher Schimmer, ungefähr begränzt von den beiden Aesten einer sehr spitzen Hyperbel, die den fixirten Punkt zum Mittelpunkt hat. In der Polarisationsebene selbst bemerkt man schwächere violette Büschel ebenfalls hyperbolisch begränzt. Verschafft man sich die polarisirte Beleuchtung dadurch, daß man, ein Nicol'sches Prisma vor dem Auge, nach einer hellen Wolke sieht, so gewährt die Erscheinung etwa den Fig. 119 dargestellten Anblick. In der kürzeren Diagonale des rhombisch begränzten Gesichtsfeldes, welche der Polarisationsebene parallel ist, sieht man die violetten Büschel (vv), in der längeren darauf senkrechten die gelben (gg). Uebrigens kann man die Erscheinung auch in anderweitig beschafftem polarisirten Lichte wahrnehmen, z. B. wenn man auf einen nicht metallischen Spiegel unter dem gehörigen Winkel sieht, in welchem sich der helle Himmel oder eine weiße Wand abspiegelt. In solchem Falle müßten die violetten Büschel in der Reflexionsebene als der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes erscheinen. Das Auge kann demnach geradezu ohne eine analysirende Vorrichtung polarisirtes Licht von natürlichem Lichte unterscheiden. Der blaue Himmel liefert im Allgemeinen theilweise polarisirtes Licht, von solchen Stellen, die vom jeweiligen Standpunkte der Sonne um einen Viertelkreis abstehen, sogar nahezu vollständig polarisirtes. In der That sieht man die Polarisationsbüschel auftreten, wenn man nach solchen Stellen des blauen Himmels mit ganz freiem Auge sieht. Haidinger sowohl als Andere, die sich später mit den Polarisationsbüscheln beschäftigten, geben an, daß es ihre Auffindung wesentlich erleichtert, wenn man in den Stellungen der Polarisationsebene raschen Wechsel eintreten läßt, so zwar, daß dieselbe allemal um einen Viertelkreis gedreht wird. Ueberhaupt giebt Haidinger in einer neueren

Fig. 119.



Notiz *) über diesen Gegenstand an, daß die Erscheinung der Büschel nur ein momentane ist, die in ihrer vollen Intensität nur vier Secunden dauert, nach späte stens zwölf Secunden aber gänzlich verschwunden ist, wofern die Polarisationseben ihre anfängliche Lage behauptet. Kommt diese freilich in eine neue Lage — durc Drehung des vor das Auge gehaltenen Nicol'schen Prismas —, so taucht di Erscheinung von Neuem an dem Platze, der ihr nunmehr zukommt, momenta auf, um ebenso bald zu verschwinden. Von den zahlreichen Erklärungsversuchen welche diese höchst auffallende Erscheinung hervorgerufen hat, ist keiner auch nu annähernd als gelungen anzusehen, sie müssen daher hier mit Stillschweige übergangen werden, um so mehr, da keiner sich auch nur eines irgend namhafte Beifalls erfreut.

Siebentes Capitel.

Von den Farben.

241 Die Netzhaut des menschlichen Auges hat die Fähigkeit, Aetheroscillationen wenn ihre Dauer zwischen gewissen Gränzen eingeschlossen ist, zu empfinden Wir bezeichnen diese Empfindung als Helligkeit oder Licht. Sie kann verschie dene Qualitäten haben, die Farben genannt werden; jedoch lassen sich dies Qualitäten entschieden nicht näher physikalisch definiren. Eine bestimmte Qua lität der Empfindung oder eine bestimmte Farbe tritt im Allgemeinen dann her vor, wenn die Netzhaut durch einen ebenso bestimmten Oscillationszustand de Aethers in Erregung versetzt wird. Man hat daher die Benennung Farbe gera dezu auf den Oscillationszustand des Aethers übertragen. In diesem Sinn nennt man eine einfache oder homogene Farbe einen solchen Oscillationszu stand, bei welchem die Aethertheilchen nur eine einzige Art von Schwingunge von bestimmter Dauer ausführen. Ein complicirterer Schwingungszustand, w die Aethertheilchen — was wegen der Coexistenz kleiner Bewegungen imme möglich ist — gleichzeitig mehrere Schwingungen von ungleicher Dauer ausfüh ren, heißt eine Mischfarbe. Eine solche kann auf das Auge einen Eindruc machen, der einer homogenen Farbe mehr oder weniger ähnlich ist, aber es i auch möglich, daß der Eindruck der Mischung ein von allen Farben gleichmäßi (wir sagen absichtlich nicht gleich) verschiedener ist, daß mit einem Worte di Mischung den Eindruck des Weißen macht. Es ist bei dieser Entwickelung di Möglichkeit offen gelassen, daß der Eindruck des Weißen durch ganz verschiede zusammengesetzte Schwingungszustände hervorgebracht werden könne, und wi werden nach einigen vorbereitenden Bemerkungen bald darauf kommen, daß die

---

*) Poggend. Annal., Bd. 93, S. 318.

in der That der Fall ist. Es ist nur behauptet, daß ein einfacher Schwingungszustand unter gewöhnlichen Verhältnissen nie den Eindruck des Weißen macht. Unter ungewöhnlichen Verhältnissen scheint sogar dies der Fall sein zu können. Es ist nämlich von vielen Beobachtern ausdrücklich erwähnt und ohne Zweifel von Jedem gesehen worden, daß eine homogene Farbe bei ganz enormer Intensität einen dem weißen Licht ähnlichen Eindruck hervorbringt. Man überzeugt sich hiervon leicht, wenn man durch ein Prisma geradezu in die Sonne sieht, so daß die einzelnen homogen gefärbten Lichtbündel mit der Intensität, mit der sie von der Sonne ausgesandt werden, die Netzhaut direct treffen. Das geblendete Auge, das darum allerdings nicht mehr für normal gelten kann, sieht alsdann alle Theile des Spectrums weiß, mit einem bloßen Anklang an die betreffende Farbe. Man könnte durch Zusammenhalten dieser Beobachtung mit dem, was noch später über die Entstehung des Weiß wird beigebracht werden, sich fast veranlaßt fühlen, in dem Weißen den Ausdruck des Tumultuarischen, Unregelmäßigen, sei es in Quantität, sei es in Qualität, zu sehen. Man könnte geneigt sein, zu sagen, das Bewußtsein nennt Weiß die Empfindung von einem Zustande des Organes, in dem es demselben schwer gemacht wird, die Regel der erregenden Bewegung zu durchschauen, oder die Periodicität der erregenden Ursachen herauszuerkennen. In der That haben manche Physiker gern die Empfindung des Weiß der Empfindung des Geräusches im Bereiche des Schalles verglichen. Wir erinnern hier gleich noch daran, daß die Qualität der Empfindung einigermaßen abhängt von dem physiologischen Zustande des Organes; es ist z. B. allgemein bekannt, daß einem durch rothe Strahlen längere Zeit afficirt gewesenen Auge Gelb leicht so vorkommt, als wäre es grünlich, was in einem anderen Zustande nicht so gewesen wäre. Dadurch ist es gerechtfertigt, wenn oben gesagt wurde, daß nur im Allgemeinen eine gewisse Farbenempfindung einem gewissen Oscillationszustande entspricht.

Wir haben aber alle diese Einschränkungen bloß deshalb vorangestellt, um nunmehr mit um so größerer Bestimmtheit einer von der großen Autorität Brewster's vertretenen irrigen Ansicht entgegentreten zu können, nach welcher ein und derselbe Farbeneindruck, z. B. Gelb, bei gleicher Intensität und gleichem Zustande des Auges durch Aetherоscillationen von sehr verschiedener Dauer hervorgerufen werden könnte, oder durch Strahlen von sehr verschiedener Brechbarkeit; Brechbarkeit und Oscillationsdauer ist nämlich vollkommen gleichbedeutend. Dem gegenüber stellen wir, auf die Versuche von Helmholtz*) gestützt, die Behauptung als unumstößlich erwiesen hin: Zu jeder bestimmten Brechbarkeit gehört unter sonst gleichen Verhältnissen auch eine ganz specifische Farbenempfindung, und Strahlen von verschiedener Brechbarkeit bringen in normalen Augen auch verschiedene Farbenempfindungen hervor. Jedoch würde man sehr irren, wenn man den Unterschied in der Qualität der Empfindung etwa für direct proportional hielte den Unterschieden in der Brechbarkeit oder Oscillationsdauer. Die Unterschiede in jener sind zwar nicht meßbar wie

*) Poggend. Annal., Bd. 86, S. 501.

diese, aber es wird doch Niemandem zweifelhaft sein, daß zwischen der Empfindung von Orangefarben und der von Grün ein größerer Unterschied besteht, als in der Empfindung von Cyanblau und Indigoblau, und doch ist der Unterschied in der Oscillationsdauer hier größer als dort. Unbestreitbar ist wohl noch der Satz: wenn für zwei Strahlen der Unterschied in der Brechbarkeit unendlich klein ist, so ist auch der Unterschied zwischen den Empfindungen unendlich klein, welche beide hervorbringen. Oder mit anderen Worten: wenn man ohne sprungweise Aenderung durch continuirlichen Uebergang von einem Strahle zu einem Strahle von anderer Brechbarkeit übergeht, so geht die Empfindung ebenso continuirlich von einer Empfindung zu einer anderen über. Bemerkenswerth ist es, daß sich dieser Satz nicht umkehren läßt; denn es kann die Empfindung einen continuirlichen Uebergang machen, während in der Oscillationsdauer oder Brechbarkeit der erregenden Strahlen eine sprungweise Aenderung eintritt; es giebt freilich nur ein einziges Beispiel dafür, das ist der Uebergang zwischen Roth und Violett, der in der Empfindung ohne allen Zweifel auf continuirliche Weise bewerkstelligt werden kann, ohne daß man dabei die Farben durchläuft, welche den dazwischen liegenden Brechbarkeiten entsprechen.

242 Wir betrachten jetzt die Wirkungen der Farbenmischung genauer. Es ergiebt sich zuvörderst der Satz: Wenn man zwei Strahlen auf der Netzhaut mischt, deren Brechbarkeit nur wenig von einander verschieden ist, so ist der Eindruck einer homogenen sehr ähnlich, deren Brechbarkeit zwischen den Brechbarkeiten der beiden Componenten liegt. Jedesmal unterscheidet sich jedoch der Eindruck der Mischfarbe von dem der ähnlichsten homogenen Farbe durch ein wenig beigemischtes Weiß, oder um dem gewöhnlichen Sprachgebrauche zu folgen: die Mischfarbe sieht »blässer«, »weniger gesättigt« aus als die ähnlichste homogene Farbe. Die relative Menge des beigemischten Weiß wächst bis zu einer gewissen Gränze, wenn die Brechbarkeiten der gemischten Strahlen weiter auseinanderrücken. Für jede homogene Farbe giebt es außerdem eine andere, welche mit ihr gemischt den Eindruck von reinem Weiß hervorbringt, ohne allen Anklang an eine bestimmte Nüance des Sonnenspectrums. Ein Paar in dieser Weise zusammengehöriger homogener Farben heißt ein Paar Complementärfarben. Dieser Satz kann a priori bewiesen werden, wenn man einige Voraussetzungen annimmt, gegen deren Richtigkeit übrigens schwerlich ein Zweifel erhoben werden dürfte. Der Gedankengang, den zu diesem Ziele Graßmann*) einschlägt, ist folgender. Als Basis dient ihm ein freilich von Graßmann nicht ausdrücklich hervorgehobener Grundsatz, der nicht weiter bewiesen werden kann, der jedoch soweit die Erfahrung reicht, immer bestätigt gefunden und der auch schon in den Bisherigen stillschweigend vorausgesetzt wurde. Er lautet so: Wenn man beliebig viele homogene Farben in beliebiger Intensität mischt, so entsteht immer ein Eindruck, welcher auch hervorgebracht werden könnte durch eine einzelne homogene Farbe mit zugemischtem Weiß. Soll diesem Grundsatze ganz allgemeine Geltung beigelegt werden, so muß zu den homogenen Farbeneindrücken noch der

*) Zur Theorie der Farbenmischung. Poggend. Annal. 1853. Nr. 5.

vorhin schon erwähnte Uebergang zwischen Roth und Violett gerechnet werden. Wir werden nun künftig unter Ton einer Mischfarbe diejenige homogene Farbe verstehen, durch deren Vermischung mit einer gewissen Quantität weißen Lichtes genau der Eindruck der gegebenen Mischfarbe entsteht.

Eine beliebige Lichtempfindung ist abhängig von drei Elementen: 1) dem *Farbenton* (d. h. der Schwingungsdauer oder Brechbarkeit); 2) der Intensität dieser Farbe, und 3) der Intensität des beigemischten Weiß. Aendert sich eines dieser Elemente continuirlich, so ändert sich auch die Qualität des Lichteindrucks continuirlich. Von der *Empfindung* Roth zur Empfindung Violett findet ein stetiger Uebergang statt durch Mitteltöne, ohne daß man nöthig hätte, das ganze Spectrum zu durchlaufen oder den Uebergang durch Weiß zu machen. Es ist aber dabei nicht ausgeschlossen, daß die Mitteltöne, die mit Purpur bezeichnet werden mögen, im prismatischen Spectrum nicht vorkommen; es soll in dem Satze auch gar nichts ausgesagt sein über die Art und Weise, wie die Empfindung der Mitteltöne hervorgerufen werden könne. Diese Mitteltöne sollen — wie schon bemerkt — den homogenen *Farbenempfindungen* beigezählt werden, nicht als ob ihre Erregungsursachen auch nothwendig homogene Strahlen im gewöhnlichen Sinne sein müßten. Wir können somit die homogenen Farbenempfindungen graphisch auf einer geschlossenen Ringcurve anordnen, so daß sie sich continuirlich aneinanderschließen und man ohne Unterbrechung der Stetigkeit wieder zum Ausgangspunkte zurückkommen kann, z. B. von Gelb durch Grün und Blau zu Violett, weiter durch Purpur zum Roth, Orange und wieder zu Gelb. Man kann jetzt von einer homogenen Farbenempfindung zu einer beliebigen anderen einen stetigen Uebergang machen auf zwei ganz verschiedene Arten. Entweder man ändert den Farbenton stetig, indem man auf der bezeichneten Farbencurve von dem Anfangspunkte bis zum Zielpunkte weiter geht; da die Curve aber geschlossen ist, so kann natürlich der Uebergang in zwei entgegengesetzten Richtungen geschehen, man kann z. B. von Gelb zu Blau sowohl über Grün gelangen, als auch rückwärts über Orange, Roth, Purpur und Violett. Oder man kann zweitens den Uebergang durch Weiß bewerkstelligen, d. h. man mischt der gegebenen Farbe, deren Intensität man stetig abnehmen läßt, in steigender Intensität Weiß bei, bis darin die ursprüngliche Farbe verschwunden ist, und aus dem reinen Weiß, dessen Intensität man nunmehr wieder bis zu Null vermindert, läßt man die verlangte Farbe mit von Null an wachsender Intensität auftauchen. Wir treten nach diesen Vorbereitungen den apagogischen Beweis des Satzes an: *zu jedem homogenen Farbenton a giebt es einen anderen homogenen complementären Farbenton*, der mit ihm gemischt reines Weiß liefert, wobei jedoch, wie schon bemerkt, die Mitteltöne zwischen Roth und Violett mitzählen. Gesetzt, es gäbe keinen, so sei x ein beliebiger Farbenton von der Intensität y, den man dem Tone a zumischt; man lasse jetzt y von Null bis zu einer Größe anwachsen, gegen welche die constante gegebene Intensität von a verschwindend klein ist, dann wird ein continuirlicher Uebergang von der Farbenempfindung a zur Farbenempfindung x stattgefunden haben, denn die verschwindende Intensität von a kann die bei der Schlußanordnung stattfindende Qualität der Empfindung nicht merklich bestimmen.

Dieser Uebergang konnte aber nicht durch Weiß stattfinden, da ja angenommen wurde, a hat keine Complementärfarbe, es ist also auch x in irgend einer Intensität keine solche. Der Uebergang mußte also durch stetige Aenderung des Farbentones allein zu Stande kommen. Er konnte demgemäß ein positiver oder negativer sein, d. h. er konnte durch alle Zwischentöne auf der geschlossenen Farbencurve erfolgt sein in der Richtung von Roth durch Gelb zu Violett, oder in der umgekehrten Richtung. Liegt der Ton x dem Ton a in der positiven Richtung unendlich nahe, so ist der Uebergang jedenfalls ein positiver; denn wäre der Uebergang in diesem Falle ein negativer, so müßte es eine Intensität y von x geben, für welche die Mischung einen von a endlich verschiedenen Farbenton hätte; nun giebt aber eine in ihrem Tone mit a übereinstimmende Farbe von der Intensität y zu a gemischt selbstverständlich wieder den Ton a, während eine Zumischung einer im Tone unendlich nahe an a liegenden Farbe von derselben Intensität einen endlich verschiedenen Ton hervorbringen sollte, was widersinnig ist. Umgekehrt müßte aus denselben Gründen der Uebergang nothwendig ein negativer sein, wenn x nach der negativen Richtung hin unendlich nahe an a läge. Man gebe jetzt dem Farbenton x nach einander, in stetiger Aufeinanderfolge nach der positiven Richtung fortschreitend, alle möglichen Werthe, bis man auf der Farbencurve wieder zum Punkte a zurückgekommen ist. Der bei der Mischung mit steigender Intensität von x erzielte Uebergang vom Tone a zu x war anfangs ein positiver, zuletzt ein negativer, wie soeben bewiesen ist. Er muß also nothwendig, wenn man mit x an einem gewissen Punkte der Farbencurve angekommen ist, plötzlich seine Richtung verkehren. Sei a' der bestimmte Farbenton, bei welchem diese Aenderung eintritt, d. h. bei Zumischung irgend eines Farbentones vor a' findet bei steigender Intensität desselben der Uebergang von a zu a' in positiver Richtung statt; bei Zumischung irgend eines Farbentones, der über a' hinaus liegt, findet derselbe in negativer Richtung statt. Nehmen wir jetzt zwei unendlich benachbarte Farbentöne x_1 und x_2, von denen der eine diesseits, der andere jenseits a' liegt. Es müßte sich für x_1 eine Intensität y angeben lassen, in welcher x_1 zu a gemischt einen Farbenton z hervorbringt, der in positiver Fortschreitungsrichtung zwischen a und x_1 oder a' liegt, weder dem einen noch dem andern unendlich nahe. Mischte man jetzt x_2 in derselben Intensität y zu a, so müßte ein Farbenton z' entstehen, der bei negativer Fortschreitungsrichtung zwischen a und a' zu treffen wäre, der also von z jedenfalls nothwendig um ein Endliches verschieden sein müßte. Es ist aber ein offenbarer Widerspruch, daß zwei unendlich benachbarte Farbentöne x_1 und x_2 in derselben Intensität y zu a gemischt zwei Eindrücke z und z' hervorbringen sollten, welche nicht ebenfalls einander unendlich ähnlich wären, die durch einen endlichen Unterschied von einander abständen. Zu diesem Absurdum führt aber die Annahme, es gäbe zu irgend einer homogenen Farbe a keine homogene Complementärfarbe; folglich ist sie unrichtig, was zu beweisen war.

243 In Wahrheit ist nun der Uebergang aus einer Farbe a in eine andere x bei dem vorhin angenommenen Mischungsmodus, wo die Intensität von x bis zum vollkommenen Ueberwiegen stetig gesteigert wird, dieser: Eine Zumischung

von Weiß, eine Abblassung oder Verminderung der Sättigung tritt unter allen Umständen ein, wie schon weiter oben bemerkt wurde; die Intensität dieses Weiß steigt bei einer gewissen Intensität von x zu einem Maximum und nimmt darüber hinaus wieder ab. Und neben diesem Weiß durchläuft der Farbeneindruck allmälig die zwischenliegenden Töne, jedoch nicht in gleicher Stärke, so daß, wenn die beiden gemischten Farben a und x einigermaßen entfernt von einander liegen, die mittleren Töne, wenn sie an die Reihe kämen, kaum neben dem Weiß durchschimmern, während die a benachbarten Töne im Anfange, die x benachbarten am Ende des Herganges in überwiegender Stärke hervortreten. Ist man mit dem Farbenton x in eine gewisse Entfernung, d. h. gerade zu der Complementärfarbe von a gekommen, so tauchen bei der Intensitätssteigerung von x die mittleren Töne gar nicht mehr aus dem Mischungsweiß auf, sondern machen bei einer gewissen Intensität von x einem reinen Weiß Platz, aus dem bei weiter gesteigerter Intensität von x die diesem benachbarten Töne sich heraus entwickeln. Aus dieser Annahme kann das obige Absurdum nicht gefolgert werden.

Helmholtz hat nun den bewiesenen Satz erfahrungsmäßig bestätigt und 244
eine hinlänglich große Anzahl von complementären Farbenpaaren bestimmt, so daß man auf dem Wege der Interpolation zu jeder Farbe ihre Complementärfarbe finden kann. Zu diesem Ende muß man ein Mittel in Händen haben, zwei beliebige Partien des Sonnenspectrums auf eine weiße Fläche gleichzeitig fallen zu lassen. Helmholtz wandte das folgende an. Ein parallelstrahliges Bündel directen Sonnenlichts fällt vom Spiegel des Heliostaten durch eine erste Spalte auf ein Prisma p (in Fig. 120 a. f. S.). Es wird alsdann, wie man aus der allgemeinen Optik weiß, von jedem Punkte der hinteren Fläche ein Lichtbündel divergiren, dessen Strahlen der Reihe nach violett, indigo, blau, grün ꝛc. gefärbt sind. Einen Theil dieser sämmtlichen Strahlen, von denen einzelne in der Figur gezeichnet sind, läßt man durch eine Oeffnung im Schirm SS hindurchgehen. Jedenfalls darf die Oeffnung nur so groß sein, daß die farbigen Säume noch nicht in ihr Bereich fallen, daß also z. B. der unterste rothe und der oberste violette vom Prisma ausgehende Strahl (wie auch die Figur andeutet) abgefangen werden. Es wird somit auch von jedem Punkte der Oeffnung aus ein Lichtbündel divergiren, dessen oberster Strahl violett, dessen unterster roth ist; die in der Mitte liegenden sind der bekannten Reihenfolge nach gefärbt. Von diesen sämmtlichen Strahlen sind in der Figur gezeichnet: die blauen und gelben, welche durch die Punkte a, b, c, d und e der Oeffnung gehen, sowie noch die rothen und violetten, welche durch die Endpunkte der Oeffnung gehen. Der durch b gehende blaue Strahl kommt von einem anderen Punkte p des Prismas, als der ebenfalls durch b gehende gelbe Strahl, welcher von q kommt. Man kann aber auch zweitens die Sache so ansehen, als gingen durch die Oeffnung in SS unter verschiedenen Winkeln parallelstrahlige homogen gefärbte Bündel, z. B. ein gelb gefärbtes in der Richtung qb, ein blau gefärbtes in der Richtung pb. Das ganze durch die Oeffnung gedrungene Licht fällt auf eine achromatische Linse LL, welche bekanntlich die Eigenschaft hat, einen rothen Strahl schließlich gerade so abzulenken, wie einen blauen oder anders gefärbten. Verfolgen wir

zunächst die zweite Auffassung des durch die Oeffnung gedrungenen Lichtes, so wird die Linse jedes der homogen gefärbten parallelstrahligen Bündel in einem Punkte ihrer Hauptbrennebene zur Vereinigung bringen; auf einem daselbst aufgestellten Schirme $S'S'$ wird demnach ein reines Spectrum entstehen, in dem das violette parallelstrahlige Bündel in v, das blaue in b, das gelbe in g, das rothe in r zur Vereinigung kommt. Sehen wir die Sache aus dem Gesichtspunkte der ersten Auffassung an, so wird die Linse LL jedes der divergenten verschiedenfarbigen Bündel etwas weniger divergent entlassen, so daß ein ungefärbtes (weißes) virtuelles Bild von der Oeffnung des Schirmes SS entsteht auf derselben Seite der Linse, und in einer Entfernung von ihr, die zu der Entfernung zwischen SS und LL als conjugirte Vereinigungsweite gehört. Dies Bild würde von einem hinlänglich großen achromatischen Auge wahrgenommen werden können. Man kann es aber auch objectiv wieder in ein reelles verwandeln, d. h. man kann die von den einzelnen Punkten des virtuellen Bildes divergirenden Bündel (wenn auch ihre Strahlen verschieden gefärbt, also für gewöhnlich verschieden brechbar sind) durch eine zweite achromatische Linse $L'L'$ wieder vereinigen. Die Vereinigung kommt zu Stande in einer Entfernung von $L'L'$, welche der Entfernung des vorerwähnten virtuellen Bildes von ebendaselbst als conjugirte Vereinigungsweite zugeordnet ist. Stellte man hier (etwa in $S''S''$) einen Papierschirm auf, so würde man auf demselben ein umgekehrtes Bild der Oeffnung ae ohne Färbung sehen.

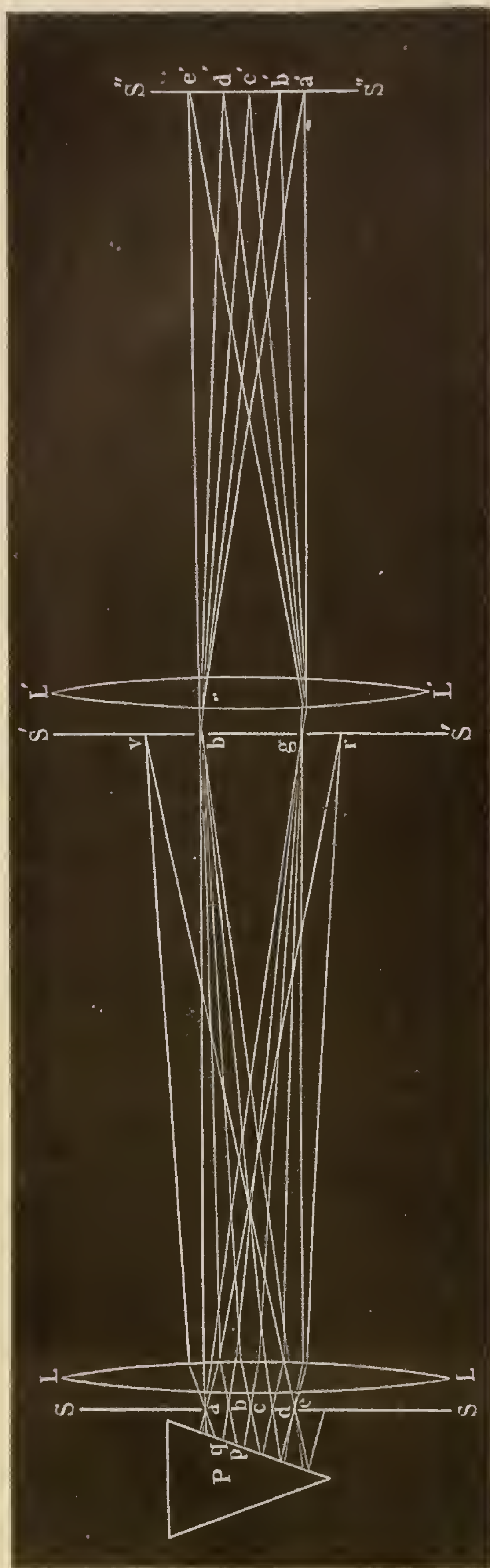


Fig. 120.

Zu jedem Punkte dieses Bildes würden nämlich Strahlen aller Farben beitragen. Durch einen in $S' S'$ aufgestellten Schirm mit einzelnen beweglichen Spalten kann man nun aber die Strahlen von gewissen Farben verhindern dies zu thun, und es wird alsdann das Bild bloß noch von den übrigen, welche durch die Spalten gehen, verursacht, es muß also in der aus diesen gemischten Farbe erscheinen. In der Figur ist als Beispiel der Fall gezeichnet, wo das Bild $a'e'$ in der Mischfarbe aus Indigoblau und Gelb (die übrigens weiß ist) erscheint. Es geht von a ein divergentes Strahlenbündel aus, dessen Strahlen nach der Brechung in LL von einem ein wenig mehr zurückliegenden Punkte divergiren, sie würden sich nach der Brechung in $L'L'$ in a' vereinigen; dahin gelangen aber nur die Strahlen des Bündels, welche durch b und g gegangen sind, weil nur hier Löcher in dem Schirm $S' S'$ sind; es kommt also auf dem weißen Papier in a' ein blauer und ein gelber Strahl, ebenso kommt in b' ein blauer und ein gelber Strahl zur Vereinigung, welche beide durch den Punkt b des ersten Spaltes gegangen sind, ebenso in den Punkten c', d', e'. Alle diese Strahlen sind in der Figur ausgezogen und verfolgbar. Das ganze Stück $a'e'$ muß also in der Mischfarbe aus Blau und Gelb erscheinen. Man kann auf diese Weise die Mischfarben aus beliebigen Paaren in größter Vollkommenheit auf einer weißen Fläche erzeugen, wenn man dem Schirm $S' S'$ eine Einrichtung giebt, daß man auf ihm zwei Spalten anbringen kann, wo man will.

So hat Helmholtz eine Reihe von Paaren durchprobirt und hat nament- 245
lich complementäre Paare herausgesucht.

Solche complementäre Farbenpaare sind:

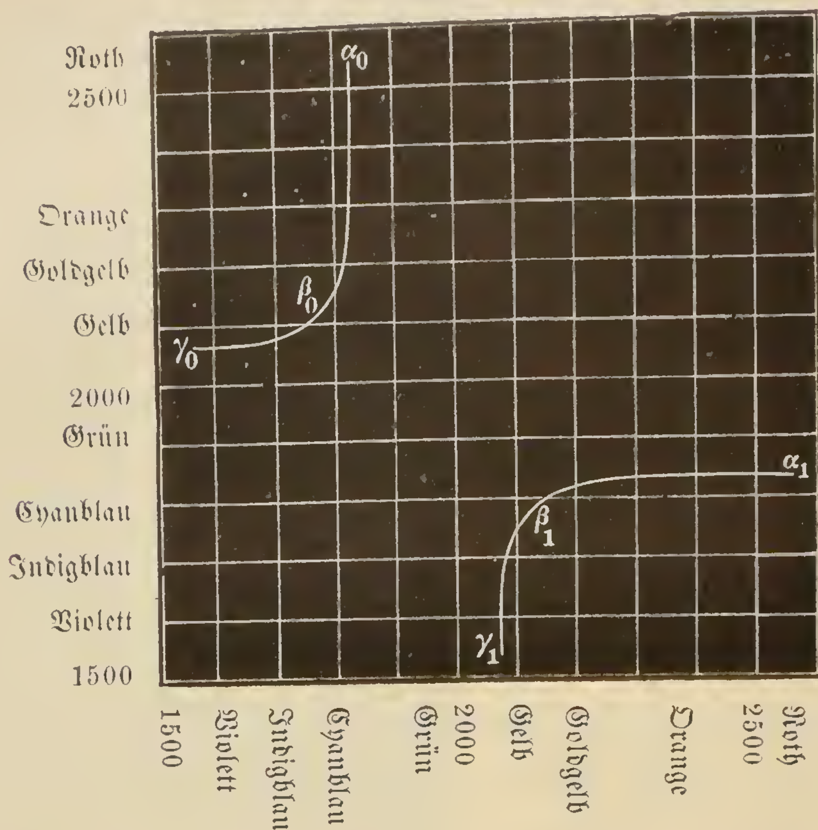
Violett — Grünlichgelb,
Indigblau — Gelb,
Cyanblau — Goldgelb,
Grünlichblau — Roth.

Zu Grün, hat Helmholtz gefunden, existirt im Spectrum keine homogene complementäre Nüance, es bedarf mindestens zweier, um Grün zu Weiß zu ergänzen. Man muß nämlich Roth und Violett zumischen; diese beiden Farben geben aber für sich gemischt jenen Mittelton zwischen beiden — Purpur genannt, — der den Ring der homogenen Farbenempfindungen zusammenschließt. Die Resultate dieser Untersuchung können übersichtlich graphisch dargestellt werden und es springen dabei noch einige Folgerungen in die Augen. In Figur 121 (a. f. S.) sind die Wellenlängen (die bekanntlich den Schwingungsdauern proportional sind) complementärer Farbenpaare als Abscissen und Ordinaten einer Curve $\alpha^0 \beta^0 \gamma^0$, $\alpha' \beta' \gamma'$ aufgetragen*). Man kann also zu einer beliebigen Farbe, z. B. Orange, die complementäre finden, wenn man an dem Punkte der Abscissenaxe, welcher der Wellenlänge von Orange entspricht, ein Perpendickel errichtet, bis dasselbe die

*) Als Einheit ist der hundertmillionste Theil eines Pariser Zolles angenommen. Mit 1500 solcher Einheiten der Wellenlänge gewisser violetter Strahlen beginnen die Coordinaten.

Curve $\alpha_1 \gamma_1$ schneidet. Die Länge dieses Perpendickels drückt im gleichen Maße den Ueberschuß der Wellenlänge der gesuchten Complementärfarbe über die von Violett aus, oder wenn man von dem Durchschnittspunkte des Perpendickels mit der Curve horizontal nach links geht, so kann man geradezu die Complementärfarbe an der Ordinatenaxe ablesen.

Fig. 121.



Es ist höchst bemerkenswerth: während das äußerste Roth und Goldgelb im Spectrum weit aus einander liegen, d. h. ihre Wellenlängen sehr verschieden sind, liegen ihre beiden Complementärfarben, Grünlichblau und Cyanblau, dicht neben einander, oder sind die Wellenlängen ihrer Complementärfarben fast gleich. Ebenso nehmen Violett und Indigblau einen breiten Raum ein, während ihre Complemente vom Grünlichgelb bis zum Gelb nur einen schmalen Streifen bilden. Es dürfte wohl damit in Zusammenhang zu bringen sein, daß in den Räumen des Spectrums, für welche die Complementärfarben eng bei einander liegen, auch die Qualität des subjectiven Farbeneindruckes sich fast gleich bleibt. So ändert sich der Ton des Rothen kaum merklich vom Anfange des Spectrums bis zur Fraunhofer'schen Linie *C*, ebensowenig der Ton des Violetten von *G* bis *H*. Umgekehrt ändert sich der Farbenton mit rapider Schnelligkeit an den Stellen des Spectrums, deren Complementärfarben einen großen Raum einnehmen; es muß dies, wie unsere graphische Darstellung lehrt, an beiden Gränzen des Grünen gelten, und in der That ist im prismatischen Spectrum Grün selbst ein äußerst schmaler Streif, der fast ohne Vermittelung in Blau und Gelb übergeht. Das Verhältniß der Wellenlängen in einem complementären Farbenpaare ist nicht

twa constant; vergleicht man es mit musikalischen Intervallen, so schwankt es wischen einer Quart = 1,333 und einer kleinen Terz = 1,20; am kleinsten t es für das Paar Goldgelb-Cyanblau.

Wenn die complementären Wellenlängen gefunden sind, oder wenn man 246 veiß, welche Farbentöne gemischt den Eindruck von Weiß erzeugen, so entsteht och die Frage, in welcher Intensität müssen sie gemischt werden, um Weiß zu eben. Um die dahin zielenden Bestrebungen von Helmholtz zu übersehen, nd einige Vorbemerkungen über Lichtintensitätsvergleichungen im Allgemeinen rforderlich. Der mechanische Begriff von Intensität eines gefärbten Strahles t bekanntlich die lebendige Kraft, die durch ihn repräsentirt wird; sie ist bei leicher Wellenlänge, wie aus den Grundsätzen der Mechanik leicht ersichtlich, em Quadrate der Excursionsweite eines im Strahle schwingenden Aethermoleüles proportional. Diese Größe ist aber bis jetzt weder directer Messung noch ndirecter Berechnung zugänglich. Der einzige Grundsatz, der als unumstößlich stehend angenommen werden darf und mittelbar zu numerischen Intensitätsergleichungen führen kann, ist der, daß zwei im mechanischen Sinne gleich intenive Strahlen, auf gleich empfindliche Stellen derselben Netzhaut fallend, daselbst uch den subjectiven Eindruck gleicher Helligkeit hervorbringen. Diese gleiche elligkeit kann bei gleicher Farbe mit großer Genauigkeit unter günstigen Umänden beurtheilt werden, und man kann daher auf andere Verhältnisse der ntensität zurückschließen, wenn man durch besondere Kunstgriffe, die in der hotometrie gelehrt werden, den einen der zu vergleichenden Strahlen, bevor er ie Netzhaut trifft, in bekanntem Verhältnisse abschwächt, bis er dem anderen an Birkung gleich kommt.

Bei verschieden gefärbten Strahlen kann der erste Grundsatz der Photometrie, aß der Eindruck gleicher Helligkeit von Oscillationen gleicher lebendiger Kraft ervorgebracht werden müsse, nicht mehr a priori behauptet werden. Soll daher och noch davon die Rede sein, die Intensitätsverhältnisse complementärer Strahlen zu finden, in welchen gemischt sie wirklich Weiß hervorbringen, so üssen wir den streng mechanischen Begriff von Intensität eines Lichtstrahles bei Seite setzen und dem Worte eine physiologische Bedeutung geben, d. h. unter ntensität geradezu den Grad von Helligkeit verstehen, welchen der Strahl im luge hervorbringt. Dabei ist wohl zu beachten, daß die subjective Messung ieser Größe niemals eine sehr scharfe sein kann, wenn es sich um Vergleichung erschieden gefärbter Strahlen handelt, weil die qualitative Verschiedenheit des indruckes die Vergleichung der Quantitäten zu sehr stört. Von vornherein önnte man nun geneigt sein, einen zweiten Grundsatz über diese physiologisch efinirte Intensität gelten zu lassen, den nämlich, daß sie für zwei gleich efärbte Strahlen der mechanischen Intensität proportional wäre, d. h. daß in mechanisch doppelt so intensiver Strahl auch eine doppelt so große Helligeit hervorbrächte, was auch seine Farbe sei; das ist aber nicht der Fall. Diesen merkwürdigen Umstand hat Helmholtz mit dem vorhin beschriebenen lpparate, der ihm zu seiner ganzen Untersuchung diente, schlagend bestätigt. Man sieht nämlich leicht, eine directe Consequenz aus der Proportionalität

der mechanischen und physiologischen Intensität gleichgefärbter Strahlen wäre diese: Erscheinen bei gewissen unbekannten Intensitäten i und i' zwei verschieden gefärbte Lichtmassen gleich hell, so müssen sie auch noch gleich hell erscheinen, wenn man i und i' verdoppelt oder beide sonst in einem beliebigen Verhältniß ändert; es müßten sich nämlich die Helligkeiten in demselben Verhältniß ändern, wodurch ihre Gleichheit nicht aufgehoben würde. Scheidet man nun aus einem gegebenen weißen Lichtbündel eine blaue und eine gelbe Lichtmasse ab, die zwei Stücke derselben Fläche gleich hell erscheinen lassen, so müßten sie noch immer gleich hell erscheinen, wenn man auf irgend eine Weise die Intensität des weißen Lichtbündels in irgend einem Verhältnisse änderte; denn man kann sicher darauf rechnen, daß dadurch die blaue und die gelbe Lichtmasse ihre Intensität in demselben Verhältnisse ändern. Dies zu entscheiden, bietet offenbar unser Apparat die Mittel. Hält man zwischen die Linse $L'L'$ und den letzten Schirm da, wo sich die Strahlen schneiden, einen schattenmachenden Stift in geeigneter Lage, so kann man es offenbar dahin bringen, daß man von dem Flächenstück $a'c'$ das blaue, von $c'e'$ das gelbe Licht abschneidet, man hat dann ein gelb erleuchtetes Stück $a'c'$ neben einem blau erleuchteten $c'e'$; beide beziehen ihre Erleuchtung aus demselben weißen Bündel. Da bekanntlich das im Sonnenlichte vorhandene gelbe Licht viel heller ist als das blaue, so wird, wenn die Spalten g und b im Schirme $S'S'$ gleich weit offen stehen, das Flächenstück $a'c'$ viel heller erscheinen als $c'e'$; durch Verengerung der Spalte g oder Verringerung der gelben Lichtmasse kann man also bewirken, daß beide gleich hell erscheinen. Dies sei geschehen. Wir vermindern jetzt die Intensität des einfallenden weißen Lichtes; Helmholtz that es durch Einführung eines durchscheinenden Gewebes (Tüll) auf dem Wege des unzerstreuten weißen Bündels (vor dem Prisma), das einen Theil des weißen Lichtes gänzlich abschneidet. Sogleich erschienen die beiden Flächenstücke nicht mehr gleich hell, sondern das blaue heller als das gelbe. Der Unterschied liegt entschieden außerhalb der, wie oben bemerkt wurde, allerdings weiten Fehlergränzen. Auf Grund des beschriebenen und anderer Versuche kann der schon von Dove vermuthungsweise ausgesprochene Satz als bewiesen angesehen werden: Zwei gleich hell erscheinende Farben erscheinen bei Verdoppelung des weißen Lichtes, aus dem sie stammen, nicht mehr gleich hell, vielmehr erscheint alsdann die weniger brechbare heller; wird umgekehrt das ursprüngliche weiße Licht halbirt oder überhaupt vermindert, so erscheint die stärker brechbare heller.

Mit diesen Erfahrungen und Begriffen ausgerüstet, können wir uns nun die bestimmte Frage stellen: In welchem Verhältnisse müssen die beiden Helligkeiten eines complementären Farbenpaares stehen, damit ihre Mischung den Eindruck »Weiß« hervorbringt? Helmholtz fand, daß dies Verhältniß dasselbe ist, in welchem die einzelnen Farben im weißen Lichte enthalten sind. Es ist demnach unseren Sätzen zufolge variabel mit dem absoluten Werthe der Helligkeit einer der componirenden Farben, oder variabel mit der Intensität des weißen Lichtes, aus welchem die complementären Strahlen gewonnen wurden; denn es wurde ja gezeigt, daß in sehr hellem weißen Lichte die weniger brechb

en Farben gegen die stärker brechbaren heller erscheinen als in schwächerem
weißen Lichte. Die numerischen Resultate stellt Helmholtz in folgender Tabelle
usammen, giebt sie übrigens, wie aus dem Bisherigen schon zu schließen ist,
ur für ungefähre erste Annäherungen aus.

	Bei starkem Lichte.	Bei schwachem Lichte.
Violett zu Grüngelb . .	1 : 10 . .	1 : 5
Indigo zu Gelb . . .	1 : 4 . .	1 : 3
Cyanblau zu Orange . .	1 : 1 . .	1 : 1
Grünblau zu Roth . .	1 : 0,44.	

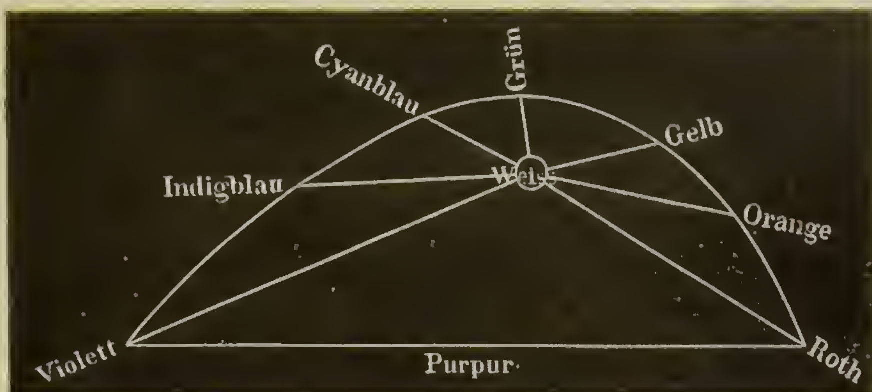
Die Principien der Methode, nach welcher diese Resultate gewonnen wurden, iegen schon in der obigen Beschreibung der Vorversuche, es genügen daher venige Worte über dieselbe. Daß die complementären Farben in der Intensität gemischt werden müssen, in welcher sie im weißen Lichte enthalten sind, um selbst Weiß zu geben, geht daraus hervor, daß die Spalten im Schirme $S'S'$ immer gleich weit sein mußten, wenn $S''S''$ weiß erscheinen sollte, mochte nun das ungeschwächte oder das geschwächte Sonnenlicht angewandt werden. Um aber as Verhältniß der Helligkeit selbst numerisch zu bestimmen, diente wieder der chattenwerfende Stift. Nehmen wir wieder als Beispiel den in der Fig. 120 gezeichneten Fall; bei gleich weiten Spalten g und b wird das gelbe Flächenstück $c'c'$ heller erscheinen, wie oben ebenfalls vorausgesetzt wurde. Wir denken uns wiederum, die Spalte bei g würde so lange verengert, bis $a'c'$ mit dem blauen Stück $c'e'$ gleich hell erschiene; hätte man zu diesem Ende die Spalte g soweit verengern müssen, daß ihre Breite $\frac{1}{n}$ der Spalte b betrüge, so wäre offenbar die Helligkeit des gelben Lichtes für das $n$fache der Helligkeit des blauen zu halten. Bei schwächerer weißer Beleuchtung war nun eben eine geringere Verengerung von g nothwendig als bei stärkerer.

Diese ganzen Experimentaluntersuchungen sucht Helmholtz in eine empirische 247
Regel über graphische Darstellung von Mischfarben zusammenzufassen, ähnlich der allgemein bekannten, von Newton gegebenen. Obgleich dieselbe im Einzelnen noch bedeutender Modificationen bedarf, so ist doch ihr Princip als anwendbar anzuerkennen, und basirt auch die von Helmholtz gegebene darauf. Eine eingehende Kritik der Newton'schen Regel ist hier begreiflicherweise nicht am Platze; wir beschränken uns daher darauf, die neue einfach hinzustellen. Man hat die Berechtigung und Möglichkeit, alle Farbeneindrücke in einem geschlossenen Flächenstücke vertheilt zu denken, so daß an jeden Punkt derselben ein bestimmter Farbeneindruck geknüpft zu denken ist, und ferner so, daß folgende Beziehung zwischen den einzelnen Punkten und den zugehörigen Farbeneindrücken stattfindet: Denkt man sich zwei oder mehrere Punkte der Farbenfläche mit Gewichten belastet, welche durch ihre Größen die Intensitäten der zugehörigen Farben darstellen, und sucht für dieses System den Schwerpunkt, so ist der ihm zugehörige Farbeneindruck der Eindruck, welchen die gedachten Farben in den gedachten Intensitäten gemischt hervorbringen. Auf der Farbenfläche muß ein

Punkt sein, der Weiß bedeutet; um ihn herum müssen die homogenen Farben des Spectrums nebst den Uebergangstönen zwischen Roth und Violett in geschlossener Ringcurve sich anordnen. Complementäre Farben müssen auf dieser Curve diametral gegenüber liegen, so daß der weiß repräsentirende Punkt auf jeder Verbindungslinie eines complementären Farbenpaares liegt. Denn Weiß muß unter Umständen im Schwerpunkte des Systemes liegen, das aus zwei als schwere Punkte angesehenen Complementärfarben besteht; der Schwerpunkt zweier Punkte liegt aber immer auf ihrer Verbindungslinie, folglich muß Weiß auf der Verbindungslinie eines jeden Complementärfarbenpaares liegen. Die Curve, auf der die homogenen Farben liegen, darf aber kein Kreis sein, der Weiß zum Mittelpunkte hat, aus mehreren Gründen. 1) Stehen nicht alle Farben qualitativ gleich weit von Weiß ab; das Grün und Gelb des Sonnenspectrums gleicht dem Weiß weit mehr als Violett und Roth. Demgemäß ist die Figur entworfen. 2) Der Schwerpunkt einer Zusammenstellung von zwei gleich schweren Punkten liegt in der Mitte zwischen beiden. Läge also Weiß im Centrum eines Kreises, auf dessen Peripherie die homogenen Farben liegen, so müßte man zweien diametral gegenüber liegenden Farben — zweien Complementärfarben — gleiche Intensität geben, damit die Mischung Weiß giebt; man müßte im Bilde die beiden diametral gegenüber liegenden Punkte gleich stark beschweren, damit der Schwerpunkt (der die Mischfarbe andeutet) ins Centrum (Weiß) fällt. Nun haben wir aber gesehen, daß z. B. Violett in viel geringerer Intensität genommen werden muß, als das ihm complementäre Grünlichgelb, damit beide zusammen Weiß geben. In unserer Figur ist dies deutlich zu sehen; im Punkte Violett braucht man ein viel geringeres Gewicht anzubringen, als in dem diametral gegenüber liegenden Punkte (zwischen Grün und Gelb), damit der Schwerpunkt ihrer Zusammenstellung in den Punkt Weiß falle. 3) Um Grün herum geben sehr nahe bei einander gelegene Farben schon eine dem Weiß sehr nahe gelegene (viel Weiß enthaltende) Mischfarbe. Gleichweit abstehende Farben in der blauen und rothen Gegend des Spectrums geben eine Mischfarbe, die dem Weiß viel unähnlicher ist; demgemäß kann wiederum die Curve der homogenen Farben kein Kreis sein, denn sie muß in der Gegend von Grün viel stärker gekrümmt sein, so daß die Gerade, welche zwei Punkte von gewissem Bogenabstande verbindet und welche den Schwerpunkt der Zusammenstellung beider enthalten muß, näher an Weiß vorbeigeht als die Gerade, welche gleichweit von einander abstehende Punkte in der blauen und rothen Gegend verbindet. Allen diesen Bedingungen entspricht wenigstens dem Sinne nach, die Curve Fig. 122, jedoch macht sie keineswegs den Anspruch, alle Verhältnisse quantitativ getreu wiederzugeben; so ist namentlich die Lücke zwischen Roth und Violett gewissermaßen nur provisorisch durch ein gerades Stück ausgefüllt, weil genaue Untersuchungen fehlen. In der Figur ist nach diesen Erläuterungen die ganze Lehre von der Farbenmischung enthalten, wenn man noch die Regel hinzufügt, daß im umschlossenen Raume die Mischfarbeneindrücke so angeordnet zu denken sind, daß auf irgend einem Radiusvector vom Punkte Weiß zu irgend einem Punkte der Peripherie, z. B. Cyanblau, alle diejenigen Eindrücke liegen, die in ihrer Färbung cyanblau sind und sich von

nander nur durch die Menge des beigemischten Weiß unterscheiden, so daß, je äher man dem Weiß kommt, um so mehr dieses vorherrscht; je näher man der

Fig. 122.



Peripherie kommt, um so gesättigter ist die Farbe. Es ist dies der graphische der symbolische Ausdruck des oben (Seite 352) hingestellten Grundsatzes, daß ede Mischfarbe aus noch so vielen Componenten einen Eindruck hervorbringt, er auch hervorgebracht werden könnte durch Zumischung von Weiß zu irgend iner homogenen Farbe.

Kürzlich ist noch der Versuch gemacht worden, den hier vorgetragenen rein 248
mpirischen Lehren von der Empfindung der Mischfarben eine physikalische Deuung zu geben *). Grailich, von dem dieser Versuch herrührt, stellt sich der Einfachheit wegen vor, die beiden zu mischenden Farbenstrahlen seien in derselen Ebene polarisirt, so daß also alle in Betracht kommenden Oscillationen in ine und dieselbe Ebene fallen und eine einfache algebraische Summirung der lusschläge hinreicht, die resultirende Bewegung des von beiden Strahlen getroffeen Netzhautmoleküles zu finden. Das kann auf graphische Weise geschehen, nd wollen wir es durch einige Beispiele anschaulich machen, obwohl Grailich eine schließlich benutzten numerischen Resultate auf anderem Wege durch Rechnung efunden hat. In Fig. 123 (a. f. S.) stelle die seicht ausgebuchtete von den beiden chwach gezeichneten Wellenlinien den Bewegungszustand dar, in welchen ein violetter Strahl ein Netzhautelement versetzt, das er erregt, in der Weise, daß die Abscissen ie Zeiten bedeuten, die Ordinaten die zugehörigen Ausweichungen aus der Gleichgewichtslage, so daß z. B. nach Ablauf der Zeit ab das Nervenelement um ine der zugehörigen Ordinate bc proportionale Größe aufwärts von seiner Gleichgewichtslage abgewichen ist. Die stärker ausgebuchtete, schwach gezeichnete Wellenlinie bedeutet in derselben Weise den Bewegungszustand, den ein rother Strahl für sich in demselben Netzhautelement hervorbringen würde. Wirken etzt beide gleichzeitig ein, so geräth das Netzhautelement in einen resultirenden Bewegungszustand, dessen graphische Darstellung sofort gefunden ist, wenn man ie gleichzeitigen Ordinaten der componirenden Bewegungszustände algebraisch

*) Grailich, Beitrag zur Theorie der gemischten Farben. Sitzungsbericht der . k. Akademie zu Wien, Bd. XIII. S. 201.

summirt und die Summen als Ordinaten des resultirenden Zustandes ansieht. D. h. also, die Ordinaten werden zu einander addirt, wenn sie auf derselben, von einander subtrahirt, wenn sie auf entgegengesetzten Seiten der Abscissenaxe gemessen sind. So ist die stark ausgezogene Wellenlinie construirt, die also den aus Violett und Roth resultirenden Bewegungszustand oder die Mischfarbe graphisch darstellt. Es fragt sich nun, wie ist eine solche Curve für die Deutung der Mischfarben-empfindungen zu verwerthen? Man sieht sogleich, daß eine Verwerthung nicht möglich ist, ohne eine Erweiterung des Begriffes Farbe; denn die resultirende Bewegung ist einer Periodicität unterworfen, die nicht so einfach ist wie die Periodicität bei einem homogenen Farbenstrahle. Zwar geht auch hier das Molekül von Zeit zu Zeit durch die Gleichgewichtslage, zwar erreicht es auch hier von Zeit zu Zeit ein Maximum des Ausschlages nach der einen und der anderen Seite, um wieder umzukehren; aber ein wesentlicher Unterschied von dem Bewegungszu-stande, den ein homogener Farbenstrahl hervorbringt, liegt darin, daß bei letzterem die Maximalausschläge sowohl als die Durchgänge durch die Gleichgewichtslage durch ein und dasselbe constante Zeitintervall getrennt sind, wäh-rend bei jenem resultirenden Bewegungszustande diese Zeitintervalle verschieden sind und namentlich auch zwei auf einander folgende Maximalausschläge durch einen anderen Zeitraum getrennt sein können als zwei consecu-tive Durchgänge durch die Gleichgewichtslage. Nach einer gewissen Zeit freilich, das sieht man von vornherein, wird auch in der resultirenden Bewegung derselbe Ver-lauf von Neuem beginnen. In unserem Beispiele beginnt offenbar nach der Zeit, welche zur Vollendung von fünf hal-ben Oscillationen im violetten und von drei halben Oscilla-tionen im rothen Strahle verwandt wird, für die resulti-rende Bewegung von Neuem genau derselbe Cyklus von Erscheinungen, welcher zuerst ablief. Mit anderen Worten: die resultirende Bewegung besteht aus größeren Perioden, von denen jede in eine Reihe von Hin- und Hergängen des Moleküles zerfällt, die nicht isochron sind.



Fig. 123.

249 Grailich macht nun folgende physiologische Hypothesen: 1) Das Element der Farbenempfindung ist eine Verschiebung des Netzhautmoleküles aus der Gleichgewichtslage und das wieder Dahinzurückkehren. Die Zeit, während welcher es aus der Gleichgewichtslage herausgerückt war, ist maßgebend für den qualita-tiven Charakter dieses Elementes der Farbenempfindung, gleichgültig, ob es während dieser Zeit noch andere Bewegungen ausführt, oder ob der Hin- und

urückgang regelmäßig oder unregelmäßig geschieht. 2) Die Quantität dieses mpfindungselementes ist zu messen durch den Flächenraum, den in der graphi- hen Darstellung des Hin- und Herganges das Curvenstück nebst dem betreffen- n Stücke der Abscissenaxe umspannt. So z. B. würde in unserem Falle der ste Hin- und Hergang (aufwärts) der resultirenden Bewegung anzusehen sein s ein Element einer orangerothen Farbenempfindung, da die Zeitdauer *am* r halben Oscillationsdauer eines orangerothen Strahles gleichkommt, und die ntensität derselben hätte zum Maße den Flächenraum *amn*. Der zweite Hin- d Hergang (abwärts) gehörte als Element zu einer anderen Farbenempfindung, elche übrigens zufällig im Sonnenspectrum nicht vorkommt, da die Zeitdauer *o* größer ist als die halbe Oscillationsdauer der äußersten sichtbaren rothen trahlen. So setzt sich also die große Periode aus lauter Elementen zusammen, elche in jeder in derselben Aufeinanderfolge wiederkehren. Grailich macht noch die physiologische Hypothese, die übrigens durch anderweitige bekannte ersuche gestützt wird, daß eine gemischte Farbenempfindung entstehen kann durch sches Aufeinanderfolgen der einzelnen Eindrücke, und so würden also die gleich- tigen Elemente der auf einander folgenden Perioden zunächst ebenso viele ein- che Farbenempfindungen zusammensetzen, als die einzelne Periode verschiedene emente hat, und diese Empfindungen würden wegen der raschen wechselnden ufeinanderfolge ihrer Elemente gemeinschaftlich zur Erzeugung des ganzen Ein- uckes der Mischfarbe beitragen.

Die Periode, welche sich bildet, wenn in der erörterten Weise Indigo und elb (ein complementäres Farbenpaar) zusammenwirken, hat Grailich in die emente zerlegt, welche in folgender Tabelle verzeichnet sind. Die Zahl bedeutet relative Intensität der Elemente, der Farbenname bezeichnet die homogene pectralfarbe, deren halbe Oscillationsdauer der Dauer des betreffenden Ele- ntes gleich ist. Es muß jedoch dazu bemerkt werden, daß das der Berechnung terzogene Farbenpaar nicht ganz genau mit dem von Helmholtz als comple- ntär bezeichneten übereinstimmt; das hier gewählte Gelb liegt näher an der ränze des Grün; auch das hier angenommene Indigo ist etwas brechbarer als s von Helmholtz. Die Intensitäten wurden nach Frauenhofer's Angaben er die Intensitäten der Farben des Sonnenlichtes angesetzt.

109 Schwachgrünlichgelb,
97 Gelb,
84 Orangegelb,
80 Gelblichorange,
91 Schwachorangelichgelb,
105 Grünlichgelb,
101 Grünlichgelb,
105 Grünlichgelb,
91 Gelb,
80 Orange,
84 Orangegelb,
99 Gelb,

109 Grünlichgelb,
109 Grünlichgelb,
97 Gelb,
84 Orangegelb,
80 Orange,
91 Gelb,
105 Grünlichgelb,
101 Grünlichgelb,
105 Grünlichgelb,
91 Orangelichgelb,
80 Gelblichorange,
84 Orangegelb,
90 Gelb,
109 Schwachgrünlichgelb.

Wenn die physiologischen Hypothesen Grailich's richtig sind, so setzt si hiernach der Eindruck des Weißen zusammen aus den rasch abwechselnden Ein- drücken der mittleren Töne des Spectrums von Gelblichgrün bis Orange. E wäre nun zu prüfen, ob auch bei den anderen complementären Farbenpaare dasselbe Verhalten hervortritt, d. h. ob die für dieselben zu berechnenden größere Perioden ebenfalls in Elemente zerfallen, die größtentheils in ihrer Dauer mi der halben Oscillationsdauer der Mitteltöne des Spectrums übereinstimmen

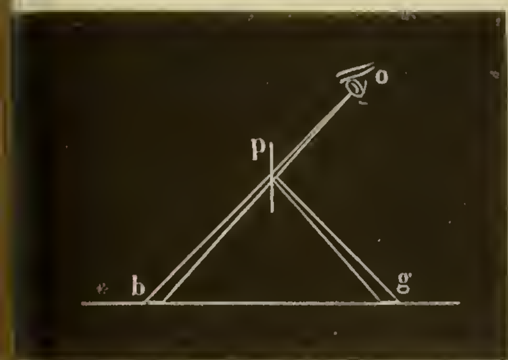
250 Die Methoden, welche man früher anwenden zu dürfen glaubte, um übe die Wirkungen der Farbenmischungen Aufschluß zu erhalten, bedürfen nach diese Erläuterungen einer neuen Durchsicht. Man kann alle Methoden der Farben mischung eintheilen in zeitliche und räumliche. Die zeitlichen bestehen darin daß man in außerordentlich rascher wechselnder Aufeinanderfolge die zu mischende Farbeneindrücke demselben Punkte der Netzhaut beibringt. Sie beruhen auf de soeben erwähnten Hypothese, daß nämlich ein rascher Wechsel überhaupt z einer gemischten Empfindung führt. Ist aber diese Hypothese richtig, so habe alle die Verfahrungsarten, die zu zeitlicher Farbenmischung angewandt worde sind, nichts Ungereimtes — der Farbenkreisel, das oscillirende Prisma. Au führen sie, wenn man gehörig homogene Farben anwendet — und das ist ein Bestätigung der zu Grunde liegenden Hypothese —, zu Resultaten, welche gu mit unseren obigen Lehrsätzen übereinstimmen. Abweichende Angaben beruhe offenbar auf mangelnder Beobachtung; so glaube ich sicher behaupten zu dürfen daß noch nie Jemand Grün gesehen hat, wenn er auf dem Farbenkreisel Bla und Gelb mischte. Diese Methoden sind in den physikalischen Lehrbüchern m hinlänglicher Ausführlichkeit beschrieben und bedürfen daher keiner weitere Erörterung.

Unter den Methoden räumlicher Mischung steht natürlich als ganz vollkom men obenan diejenige, welche bereits beschrieben wurde und eben zur Gewinnun der in den vorigen Nummern mitgetheilten Resultate gedient hat. Früher hat Helmholtz eine andere angewandt, bei der man ebenfalls sicher ist, es m

›mogenen Farben zu thun zu haben, die aber den Uebelstand hat, daß man le Farben auf einmal übersehen muß. Er sah nämlich durch ein mit Prisma rsehenes Theodolithen-Fernrohr nach einem Vförmigen Spalt, so daß die iden Spectra sich kreuzten.

Will man auf die absolute Homogeneität verzichten, so kann man sich, um h gelegentlich ohne große Vorbereitungen von den Hauptsätzen der Farben-ischungslehre zu überzeugen, eines anderen, von Helmholtz vorgeschlagenen, ›r einfachen und sinnreichen Mittels bedienen: man sieht nach einem farbigen unkte durch eine Glasplatte und läßt sich in derselben einen anderen gefärbten unkt spiegeln, so daß sein Spiegelbild mit dem ersten Punkte zusammenfällt. ebenstehende Figur 124 giebt eine deutliche Anschauung von der Methode.

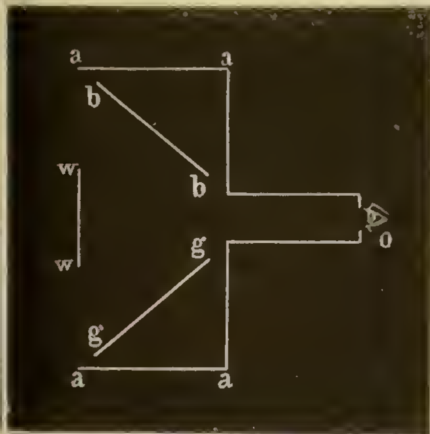
Fig. 124.



Bei b und g mag z. B. eine blaue und gelbe Oblate auf dem Tisch liegen; das Auge o sieht durch ein wie p gehaltenes Glasplättchen nach b und sieht g an derselben Stelle gespiegelt, es kommt also blaues und gelbes Licht auf dieselbe Stelle der Netzhaut; durch Veränderung der gegenseitigen Stellung kann man jedes beliebige Verhältniß zwischen den Intensitäten der beiden Lichtarten hervorbringen, wenn man nur daran denkt, daß die Intensität gespiegelten Lichtes : dem Einfallswinkel wächst, während die Intensität durchgelassenen Lichtes t demselben abnimmt.

Durch einen Fig. 125 dargestellten Apparat kann man auf eine weiße

Fig. 125.



Fläche verschieden gefärbte Lichtmassen bringen. $aaaa$ ist der senkrechte Durchschnitt eines parallelepipedischen Kastens. Er ist vorn offen bis auf einen Streifen, dessen Durchschnitt bei ww zu sehen ist, der eine weiße Fläche dem Inneren des Kastens zukehrt. Im Kasten können nun farbige Flächen, etwa blaues und gelbes Papier, angebracht werden, so daß z. B. bb der Durchschnitt des blauen, gg der des gelben Papieres ist; sie empfangen Tageslicht von vorn durch die Oeffnung des Kastens. enn im Uebrigen der Kasten inwendig gut geschwärzt ist, so fällt auf die ißе Fläche ww kein anderes als das von bb und gg diffus zurückgeworfene, s aber eben die betreffenden Farben, die man mischen will, hat. Die so belchtete Fläche betrachtet ein Auge bei o durch ein Ansatzstück mit einem engen hlitze. Es ist bei diesem Instrumente sehr leicht, den mehrfach ausgesprochenen d angewandten Satz zu bestätigen, daß eine Mischfarbe allemal, selbst wenn

sie aus ziemlich benachbarten Tönen des Spectrums besteht, einen blasseren, fahleren, weniger gesättigten oder brennenden Eindruck macht als eine homogene Farbe; mit einem Worte: jede Farbenmischung enthält Weiß.

251 Wir haben jetzt noch die principielle Unzulässigkeit einer Methode nachzuweisen, deren Anwendung viel Verwirrung in die Theorie der Farbenmischung gebracht hat. Man hat bekanntlich oft Farben zu mischen geglaubt, wenn man Pigmente oder farbige Pulver mischte, oder wenn man farbige Gläser hinter einander vor das Auge brachte. Es läßt sich mit einem Worte das Unrichtige dieser Verfahrungsarten bezeichnen, wenn man bedenkt, daß man durch sie eine Subtraction von Farben ausführt, während doch eine Farbenmischung eine Addition von Farben sein soll. Daß dieser Vorwurf das Hintereinanderhalten von zwei farbigen Gläsern trifft, springt unmittelbar in die Augen. Man denke sich z. B., man sehe durch ein blaues Glas nach einem weißen Gegenstande. Das Glas absorbirt die gelben und rothen Strahlen fast vollständig, die grünen läßt es schon etwas durch, die blauen schwächt es wenig und auch die violetten läßt es zum Theil durch; man bekommt also durch ein solches eine Lichtmasse in das Auge, in welcher die blauen Töne entschieden vorherrschen, so daß sie für den Farbeneindruck maßgebend sind; daneben tritt aber auch noch violettes und grünes Licht auf. Bringt man nun noch ein gelbes Glas vor das Auge, so wird dadurch von der beschriebenen Lichtmasse noch ein Theil subtrahirt oder ausgelöscht, denn ein gelbes Glas läßt nur rothes, gelbes und grünes Licht durch, blaues und violettes dagegen sehr wenig. Da das gelbe und rothe Licht aber bereits von dem blauen Glase fast ganz verschluckt waren, so können sie in der schließlich in das Auge gelangten Lichtmasse keinen merklichen Einfluß mehr äußern. Es wird demgemäß in derselben nur das grüne Licht, das sowohl vom blauen als vom gelben Glase in namhafter Intensität durchgelassen wird, tonangebend auftreten können. Man sieht in der That — was allgemein bekannt ist — durch zwei hinter einander gehaltene Gläser, von denen das eine blau, das andere gelb ist, einen weißen Gegenstand grün. Aber weit entfernt, daraus zu schließen, daß Grün die Mischfarbe aus Blau und Gelb sei, können wir bloß das mit Sicherheit daraus ableiten: Grünes Licht allein geht durch jedes der beiden Gläser in namhafter Intensität hindurch, während jede andere Lichtart entweder von dem einen oder von dem anderen oder von beiden Gläsern absorbirt wird. Man sieht noch besser, daß diesem Verfahren ein principieller Fehler zu Grunde liegt, wenn man sich einen extremen Fall denkt, der freilich praktisch nicht herzustellen ist. Hätte man zwei Gläser, deren jedes wirklich nur eine einzige homogene Farbe durchließe, so würde durch beide hinter einander ein weißer Gegenstand nicht etwa in der Mischfarbe dieser homogenen Farben, sondern gar nicht gesehen werden — die Zusammenstellung beider Gläser wäre eben vollkommen undurchsichtig. Versuche mit zwei hinter einander gehaltenen farbigen Gläsern widersprechen auch, weil sie eben keine Farbenmischungen sind, unserem Grundsatze von der Abfahlung durch Mischung, im Gegentheile erscheint die übrig bleibende Farbe nicht weißlicher als die Farbe der einzelnen Gläser, sondern vielmehr gesättigter und

mogener, was ganz natürlich ist, da das zweite Glas noch fernere Theile des [S]pectrums auslöscht, die durch das erste Glas durchgegangen waren; außerdem [er]scheint begreiflicherweise das übrig bleibende Licht schwächer als die durch ein [Gl]as durchgehenden Mengen; man könnte sich bildlich so ausdrücken: es wird [Sc]hwarz zugemischt, während in einer eigentlichen Farbenmischung immer mehr [od]er weniger Weiß erscheint.

Wir haben den Fall zweier farbiger Gläser, obgleich derselbe wenig zu [Sch]lußschlüssen über Farbenmischung ausgebeutet worden ist, doch so ausführlich [beh]andelt, deshalb, weil in der Mischung von farbigen Pulvern oder Pigmenten, [au]f welche sonst immer die ganze Lehre von der Farbenmischung gegründet [wu]rde, ganz dasselbe Princip, wenn auch etwas versteckt, zu Grunde liegt. Fragt [ma]n nämlich, woher das Licht kommt, welches ein farbiges Pulver farbig erschei[ne]n läßt, so kann die Antwort nur die sein: das aus dem Inneren herkommende [Lic]ht ist das gefärbte, und zwar ganz wie bei einem farbigen Glase durch Ab[sor]ption, das von der Oberfläche zurückgeworfene ist im Allgemeinen weiß. Man [ka]nn jetzt also ganz wie oben schließen: Mischt man ein blaues und ein gelbes [Pu]lver, so werden überall gelbe und blaue durchsichtige Körnchen über einander [lie]gen, und von dem aus der Tiefe zurückgestrahlten Lichte absorbiren die blauen [Kö]rnchen die rothen und gelben Theile und lassen grüne, blaue und violette [Lich]ttheile übrig; hiervon absorbiren die gelben Körnchen noch Blau und Violett, [so] daß nur Grün übrig bleibt. Diesem mischt sich freilich noch der schwache [we]iße Schimmer bei, der von dem an der äußersten Oberfläche zurückgeworfenen [Lic]hte herrührt. Aus diesem Gesichtspunkte erklären sich alle Erscheinungen [un]gezwungen, die bei Mischung farbiger Pulver oder Pigmente wahrgenommen [we]rden; vor Allem die auffallende Verdunkelung der Farben, welche bei solchen [M]ischungen wahrgenommen wird. Ferner erklärt sich so auch der Umstand, daß [bei] manchen complementären Mischungen wirklich Weiß entsteht — oder vielmehr [eig]entlich Schwarz. Wenn nämlich die Absorption ganz vollständig ist, d. h. [we]nn das eine Pulver gar keine derjenigen Lichtarten durchläßt, welche das an[de]re durchläßt, so strahlt aus dem Inneren gar kein Licht mehr zurück und es [bl]eibt nur das wenige von der äußersten Oberfläche reflectirte weiße Licht übrig, [da]s auf der wegen gänzlichen Lichtmangels schwarzen Grundlage den Eindruck [jen]es »abscheulichen« Grau macht, das Goethe den Physikern nicht müde wurde [vor]zurücken. Wenn der Vorwurf sich auf diesen Versuch beschränkt hätte, so [wä]re er gegründet gewesen.

Siebenter Abschnitt.

Elektricitätslehre.

Erstes Capitel.

Elektrische Strömungserscheinungen in nicht prismatischen Leitern.

252 Wir legen hier durchweg die gemeiniglich angenommene Ansicht zu Grund nach welcher die elektrischen Strömungserscheinungen hervorgebracht werden dur das wirkliche Strömen eines Stoffes. Insbesondere schließen wir uns d Hypothese an, die zwei heterogene Fluida, die negative und positive Elektricitä anerkennt, welche immer und überall bei Strömungserscheinungen in gleich Mengen und mit gleichen Geschwindigkeiten, aber in entgegengesetzter Richtu in Bewegung begriffen sind. Wir folgen bloß dem positiven Strome, inde wir den negativen als selbstverständlich mit Stillschweigen übergehen. In all bekannten Leitern wird der Bewegung der Elektricität ein Widerstand entgege gesetzt, sei es nun, daß derselbe dem Reibungswiderstande, den Flüssigkeiten bei Durchströmen von Röhren erleiden, analog zu denken ist, sei es, daß er, w Weber*) will, der Wechselwirkung der entgegengesetzten positiven und negativ Strömungen verdankt wird. Soll nun in einem Leiter ein dauernder elektrisch Strom erhalten werden, so muß an jedem Orte desselben eine Kraft wirke welche die daselbst befindliche elektrische Masse in Bewegung setzt, denn sie würd da ihr Beharrungsvermögen nur in verschwindend kleinem Grade zukommt, sell wenn sie mit einer gewissen Geschwindigkeit begabt ankäme, durch den Wide stand augenblicklich zur Ruhe gebracht werden. Man setzt deshalb auch d Intensität der Strömung an jedem Punkte geradezu den hier wirkenden Trie kräften proportional. Diese treibenden Kräfte sind in der Regel die abstoßend Wirkungen anderer gleichnamiger (resp. Anziehungen ungleichnamiger) elektrisch Massen.

Begreiflicherweise wird ein elektrisches Theilchen von irgend einem Punk aus immer dahin getrieben werden, wo weniger Abstoßungen (resp. mehr A

---

*) Elektrodynamische Maßbestimmungen, II. Heft.

hungen)*) wirksam sind. Es läßt sich noch näher eine von den wirksamen ktrischen Massen abhängige Größe angeben, die im Allgemeinen in einem rchströmten Leiter von Punkt zu Punkt variirt und welche die Eigenschaft hat, ß die Raschheit ihrer Abnahme von irgend einem Punkte aus nach irgend ier Richtung hin geradezu die Triebkraft mißt, die das in diesem Punkte befind- he Theilchen nach dieser Richtung hin zu bewegen strebt. Diese Größe, die fenbar mit dem, was man bei Flüssigkeitsströmen Druck nennt, viele Ana- gie zeigt, nennt man »Spannung«. Wir können also den ausgesprochenen atz noch so ausdrücken: ein elektrisches Theilchen strömt immer von Punkten herer zu Punkten niederer Spannung. In früherer Zeit nahm man mit hm**), dem Begründer der ganzen Theorie der galvanischen Kette, an, die pannung sei in jedem Punkte des Leiters gleichbedeutend mit der in diesem unkte angehäuften freien (d. h. nicht durch ein gleiches Quantum entgegen- setzter Elektricität neutralisirten) Elektricitätsmenge. In der That würde diese ypothese richtig sein, wenn die elektrischen Abstoßungskräfte nur in unendlich inen Entfernungen wirksam wären, es könnte alsdann nur an Ort und telle angehäufte freie Elektricität eine Spannung hervorbringen. Man eiß aber, daß die elektrischen Abstoßungen auch auf endliche Abstände wirken, d es muß daher die Spannung an jedem einzelnen Punkte ebensowohl von fernen ktrischen Massen abhängen, als von den im Punkte selbst befindlichen. Man***) mmt sogar jetzt allgemein, im Einklange mit den Principien der Elektrostatik, ı, daß auch in einem durchströmten Leiter niemals Anhäufungen freier lektricität an Punkten des Inneren vorkommen können, daß vielmehr hier erall und immer gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität (freilich entgegengesetzter Richtung bewegt) vorhanden sein müssen. Ansammlungen eier Elektricitätsmengen können nur an der Oberfläche vorkommen. Die nähere efinition der Spannung kann hier nicht gegeben werden, man sieht nur so el, daß sie eine Größe ist, die mit der Vertheilung der freien elektrischen lassen in einem mathematisch angebbaren Zusammenhange steht. In einem stimmten Leiter mit bestimmter Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche at sie für jeden Punkt im Inneren einen angebbaren Werth; sie ist — wie r Mathematiker sich ausdrückt — eine Function der Lage des Punktes oder iner Coordinaten. Es mag noch bemerkt sein, daß die Function, welche die pannung in den Coordinaten des Punktes ausdrückt, in der Kunstsprache der lathematik Potentialfunction heißt.

Wir denken uns jetzt einen Leiter mit irgend einer Vertheilung freier 253
lektricität an der Oberfläche, die verschiedene Spannungen an verschiedenen tellen seines Inneren zur Folge hat. Augenblicklich wird die Elektricität von

*) Der Kürze wegen soll im Folgenden im Zweifel immer nur von Abstoßungen e Rede sein und als selbstverständlich hinzugedacht werden, daß die gleiche Wir- ng auch durch Anziehungen ungleichnamiger elektrischer Massen hervorgebracht erden kann.

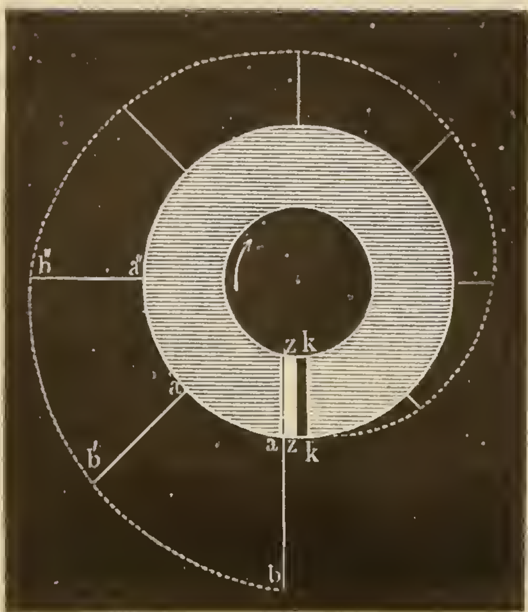
**) Die galvanische Kette mathematisch behandelt.

***) Kirchhoff in Poggend. Annal. Bd. 64. S. 497.

allen Punkten höherer Spannung zu den benachbarten Punkten niedriger Spannung hinfließen und daselbst die Spannung vermehren. Dies wird lange dauern, bis sich die Spannungen durch den ganzen Leiter ausgeglich haben, d. h. an jedem Punkte derselben dieselbe Spannung herrscht. Vo diesem Momente an wird Ruhe stattfinden, die nur dann einer neuen Bewegun Platz machen würde, wenn sie von außen gestört wird. Der Vorgang wä dem vergleichbar, wenn in einem Augenblicke Wassermassen am oberen Ende ein geneigten Canales angehäuft sich selbst überlassen werden. Einer Stelle höher Spannung des Leiters entspricht eine höher gelegene Stelle des Canales. Jed Wassertheilchen wird nämlich von der höheren Stelle zur tieferen streben, un es tritt Ruhe ein, wenn die Wassermasse sich in der tiefsten Gegend des Canal gesammelt hat, so daß jedes Theilchen den tiefsten Stand, dessen es unter de angenommenen Bedingungen fähig ist, einnimmt. In diesem Wassercanale wi aber sofort ein andauernder Strom Platz greifen, wenn eine der Schwere d Wassers fremde Kraft vorhanden ist, die das unten angekommene Wassertheilch wieder zu einem höher gelegenen Punkte, zum oberen Anfange des Canal emporhebt. Eine entsprechende Bedingung muß nun auch erfüllt sein, wen ein andauernder elektrischer Strom zu Stande kommen soll. Es genügt nich daß in irgend einem Anfangszeitpunkte verschiedene Spannungen im Leiter stat fanden, denn diese würden sich ausgleichen; es muß vielmehr an irgend ein Stelle desselben eine fremde Kraft ihren Sitz haben, die den elektrischen A stoßungen zum Trotz ein elektrisches Massentheilchen von einem Punkte geringer Spannung immer wieder zu einem benachbarten Punkte höherer Spannung hi treibt. Solche Kräfte, deren Wesen uns zwar völlig unbekannt ist, deren Ex stenz aber fest steht, nennen wir elektromotorische Kräfte.

Sei in Fig. 126 der schraffirte Ring ein geschlossener Leiterkreis zweit

Fig. 126.



Classe (etwa aus Wasser), in den e einer Stelle ein Zinkkupferplattenpa bei zk eingeschaltet ist. Sei nun d Vertheilung freier Elektricität an d Oberfläche des Ringes so beschaffen, da die Spannungen in allen Punkten ein Querschnittes gleich, aber von Que schnitt zu Querschnitt derart variire daß sie vom Zink an links heru stetig abnehmen, den im Kreise heru gemessenen Entfernungen von z pr portional. Die punktirte Linie b', b'' ꝛc. stellt diese Anordnung d Spannungen graphisch dar, inde die Länge der Linien ab, $a'b'$ ꝛc. d Spannungen der Querschnitte bei a' ꝛc. messen soll. In diesem System würde ohne elektromotorische Kra ein ausgleichender Strömungsvorgang entstehen, der überall Elektricität vo

unkten höherer zu solchen niederer Spannung führen würde, also im Allge-
einen in der Richtung des Pfeiles, nur bei z auch in entgegengesetzter, weil hier
ch nach rechts ein Punkt niederer Spannung angränzt. Nun hat aber an
r Berührungsstelle*) zwischen Zink und Kupfer eine elektromotorische Kraft
ren Sitz, welche vom Kupfer zum Zink positive Elektricität hinüberschafft,
lbst wenn daselbst eine höhere Spannung schon herrscht. Ist sie so groß,
ß sie gerade Gleichgewicht hält dem Bestreben des elektrischen Theilchens bei z,
s ihm vermöge der Spannung ab zukommt, nach dem benachbarten Punkte k,
r die Spannung Null**) hat, überzufließen, so wird sie jedes von rechts her
n ankommende Theilchen, weil dasselbe die Spannung in k vergrößert und
so die ihr entgegenstehende Differenz vermindert, hinüber nach z schaffen, und
entsteht jetzt ein continuirlicher Strom. Von jedem Punkte höherer
pannung wird in der Richtung des Pfeiles Elektricität zu Punkten niederer
pannung gefördert durch die der Elektricität eigenen abstoßenden Kräfte, und
i kz wird durch die elektromotorische Kraft Elektricität von Punkten nie-
erer zu Punkten höherer Spannung getrieben.

Dem Leser dürfte wohl die Vorstellung vom Blutkreislaufe eines Thieres 254
läufiger sein als die von elektrischen Strömen. Ich will daher auf die Analo-
e dieser beiden Vorgänge hier noch aufmerksam machen, obwohl es eigentlich
e Erläuterung eines Einfacheren durch ein Verwickelteres ist; denn in der That
der Blutkreislauf, selbst auf sein einfachstes Schema (siehe Nr. 106) zurück-
bracht, noch immer unvergleichlich verwickelter als der hier betrachtete elektrische
trömungsvorgang. Die Analogie stellt sich heraus, wenn wir an die Stelle
s elektrischen, in sich selbst zurückkehrenden Leiters das ebenfalls ringförmig
schlossene Gefäßsystem setzen (und zwar wollen wir uns, was ja am Wesen des
organges nichts ändert, den kleinen Kreislauf ausgeschaltet denken, so daß das
lut aus dem rechten Vorhofe unmittelbar in den linken Ventrikel käme), an die
telle der strömenden Elektricität das strömende Blut. Den Druckdifferenzen
n Gefäßsystem entsprechen nun offenbar die Spannungsdifferenzen in der ge-
hlossenen galvanischen Kette; denn wie das Blut immer von Punkten höheren

*) Ich folge im Texte der strengen Contacttheorie, nicht weil ich sie für richtig
alte, sondern weil sie am bequemsten eine anschauliche Formulirung zuläßt. Es
ird dem, welcher die chemische Theorie vorzieht, leicht sein, durch Verlegung des
itzes der elektromotorischen Kraft (deren Natur doch immer dieselbe bleiben müßte)
n eine andere Stelle das hier Vorgetragene in seine Anschauungsweise zu über-
tzen.

**) Um Mißverständnissen zu begegnen, sei noch besonders bemerkt, daß keines-
egs nothwendig auf der einen Seite der elektromotorischen Fläche die Spannung
ull zu sein braucht, sie kann vielmehr, je nach der Natur des besonderen Falles,
den beliebigen positiven oder auch negativen Werth haben. Ja man kann sogar
jedem Falle, in Gedanken sowohl wie in Wirklichkeit, an irgend einem Punkte
lso auch an der einen Seite der elektromotorischen Fläche) ganz willkürlich über
en Werth der Spannung verfügen; dadurch ist dann aber in diesem bestimmten
alle über die Spannungen in allen anderen Punkten mitverfügt, weil mit dem
trömungsvorgange eben die Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punkt, nicht
er die absoluten Werthe derselben in einem nothwendigen Zusammenhange stehen.

Druckes zu solchen niederen Druckes — von der Aorta zu den Zweigen, von de Zweigen zu den Capillaren, von den Capillaren zu den Venen, von den Ven zum Hohlvenensacke — strömt, so strömt die Elektricität beständig von Punkt größerer zu Punkten geringerer Spannung. Man könnte geradezu in Fig. 12 den Ring das Gefäßsystem darstellen lassen; dann wäre die daselbst gezeichne Curve der Spannungen die Curve der Drucke, und man müßte bei zz d Aortenanfang, bei kk den Hohlvenensack denken. Endlich wäre die Kraft d Herzens das Analogon zur elektromotorischen Kraft. Wie sich im Gefäßsyster sofort der Druck ausgleichen und der Strom aufhören würde, wenn nicht bestä dig der Herzmuskel, dem Ausgleichungsbestreben zum Trotze, durch seine Kräf Blut aus dem Hohlvenensacke in den Aortenanfang, also von Punkten nieder zu Punkten höheren Druckes hinschaffte, so würden sich in der galvanischen Ke die Spannungen ausgleichen und der Strom aufhören, wenn nicht beständig d elektromotorische Kraft Elektricität von einem Punkte geringerer zu einem Punk größerer Spannung, ebenfalls dem eigenen Bestreben des Theilchens zum Trotz hintriebe.

255 Es ist jetzt leicht ersichtlich, daß die eine Bedingung für einen continui lichen Strom, nämlich die beharrenden Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punk sich sofort von selbst erfüllen muß, sowie die andere erfüllt ist, daß irgendwo im Leit eine elektromotorische Kraft ihren Sitz hat. Nur darf die elektromotorische Kra nicht ihren Sitz in einer solchen Fläche haben, welche den ganzen Leiter i zwei Theile so theilt, daß man vom einen zum anderen auf keinem We kommen kann, der nicht die Fläche durchschneidet, oder mit anderen Worte wenn durch eine elektromotorische Kraft ein dauernder Strom entstehen soll, muß es im Leiter Wege geben, die von der einen Seite der elektromotorisch Fläche zur anderen hinführen, ohne die Fläche selbst zu durchsetzen.

Wir dachten bisher, ohne es ausdrücklich zu verabreden, gleichsam unwil kürlich an eine ringartige Anordnung des Leiters. Wenn bei einer solchen, w Fig. 126 angenommen war, ein ganzer Querschnitt elektromotorisch wirksam i so fließt offenbar die Elektricität in einer Richtung; alle elektrischen Masse theilchen beschreiben kreisförmige, der Axe des Ringes parallele Bahnen, we eben nur dieser eine Weg von der einen Seite der elektromotorischen Fläc zur anderen führt, ohne sie selbst zu durchsetzen. Dieser Fall wäre eine lineä Elektricitätsbewegung, denn offenbar wird an den Gesetzen dieser Bewegun nichts geändert, wenn man den ganzen Leiter sich auf eine Linie ohne Que schnitt zusammenschrumpfen läßt.

Wir wollen uns im Gegentheile jetzt einen irgendwie gestalteten Leit denken und irgendwo in demselben eine elektromotorische Kraft ihren Sitz au schlagen lassen. Wenn im ersten Augenblicke noch Alles im Gleichgewicht wa so wird jetzt die erwachende elektromotorische Kraft anfangen, Elektricität vo der einen Seite der Fläche, in der sie sitzt, nach der anderen hinzuschaffen; da durch wird hier die Spannung vergrößert, dort verringert. Diese Spannunge differenz wird, vermöge der eigenen elektrischen Abstoßungskräfte — wie wi oben sahen — streben, sich auszugleichen. Die so in Bewegung gesetzten elektri

...en Massen werden offenbar auf allen Wegen, die ihnen offen stehen, ohne die ...ktromotorische Fläche zu durchsetzen, von deren einer Seite zu der anderen ...nfließen, um dann wieder von der elektromotorischen Kraft nach der ersteren ...rch die Fläche selbst hindurchgeführt zu werden. Offenbar wird sich alsbald ...n beharrender Zustand von selbst herstellen, der jedem Punkte des Leiters eine ...stimmte Spannung vorschreibt, so daß dieselbe an der elektromotorisch wirk... ...men Fläche sich sprungweise ändert. Diese unstetige Differenz müßte wieder, ...ie im obigen Beispiele, gerade so groß sein, daß die dadurch wachgerufenen ...bstoßungskräfte der elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht halten; d. h. ...n elektrisches Theilchen in der Fläche, die Sitz der elektromotorischen Kraft ist, ...legen, muß vermöge der Spannungsdifferenz ebenso stark nach der einen Seite ...rch die Fläche hindurchgedrückt werden, wie es durch die elektromotorische ...raft nach der entgegengesetzten Seite gedrückt wird. So lange dies noch nicht ...r Fall wäre, würde ja in der That durch die elektromotorische Kraft mehr ...lektricität hinübergeführt, als der elektrische Strom herbeiführt.

Man sieht ebenso leicht, wie die Vertheilung der Spannungen sich im All...meinen an den übrigen Punkten des Leiters gestalten müsse. Sie müssen nämlich ...ffenbar so angeordnet sein, daß die durch Spannungsdifferenzen in jedem Punkte ...ach gerufenen bewegenden Kräfte daselbst eine Bewegung erzeugen, die folgen...r Bedingung unterworfen ist: Denken wir uns irgendwo im Leiter ein voll...ändig begränztes, unendlich kleines Volum, so wird vermöge der zwischen ihm ...nd seinen Nachbarpunkten bestehenden, theils positiven, theils negativen Span...ungsdifferenzen von manchen Seiten her Elektricität in das abgegränzte Volum...heilchen ein-, nach anderen solche ausströmen. Die Bedingung für den ...eharrenden Strömungszustand ist nun die, daß — wo man auch das Volum...heilchen greifen möge — die von den negativen Spannungsdifferenzen abhän...igen einströmenden Elektricitätsmengen gleich sind den während derselben ver...chwindend kleinen Zeit nach anderen Seiten ausströmenden Mengen; denn ...ffenbar kann sich unter dieser Bedingung nirgend mehr die Spannung und ...olglich auch nirgend mehr der Strömungsvorgang ändern. Daß*) sich aber diese ...ertheilung der Spannungen in irgend einem Leiter mit einer elektromotorischen ...Stelle, den man in irgend einem anderen Anfangszustande sich selbst überläßt, ...hne äußeres Zuthun alsbald herstellt, ist ebenfalls leicht zu sehen. Gesetzt, für ...rgend ein willkürlich gegriffenes Volumtheilchen wäre die Bedingung noch nicht ...rfüllt, es überwögen etwa noch die einströmenden Massen die ausströmen...en; dann würde sich hier die Spannung vermehren, und dadurch würden alle ...egativen Spannungsdifferenzen gegen außerhalb gelegene Nachbarpunkte an ...bsolutem Werthe vermindert werden. Da aber mit diesen der Zufluß gleich...eitig zu- und abnimmt, so würde er durch die Spannungsvermehrung selbst

*) Das Folgende macht keinen Anspruch auf absolute Strenge. Uebrigens ...önnen wir uns hier einer strengen theoretischen Beweisführung um so eher ...ntschlagen, als das Zustandekommen eines beharrlichen Stromes in einem mit ...lektromotorischen Kräften ausgerüsteten Leiter von einem beliebigen Anfangszustande ...us wenigstens durch Erfahrung hinlänglich fest steht.

verringert werden, bis er zuletzt mit dem aus demselben Grunde wachsend Abfluß ins Gleichgewicht käme. Dasselbe gilt aber von allen anderen Punkt wo noch eine Abweichung von der Bedingung in demselben Sinne vorkäm Natürlich gilt das Umgekehrte von Punkten, wo die Abweichung von unse Bedingung im entgegengesetzten Sinne statt hat; d. h., wo der Zufluß den A fluß überwiegt, da vermindert sich die Spannung so lange, bis der Abfl dem Zufluß gleich geworden ist.

256 Die soeben ausführlich besprochene Bedingung kann als Differentialgleichu geschrieben werden und bildet alsdann die allgemeinste Grundlage der mathem tischen Theorie elektrischer Strömungsvorgänge. Wir müssen hier natürl darauf verzichten, dieselbe in der einfachen und übersichtlichen Form algebraisch Symbolik weiter zu entwickeln; wir können nur noch einige allgemeine Fol rungen durch unmittelbare Anschauung ziehen. Man sieht, die weitere Entwic lung unserer Grundbedingung muß dazu führen, daß man sagen kann, an ein bestimmten Punkte des Leiters (dessen Coordinaten die bestimmten Werthe a, b haben) hat die Spannung einen bestimmten Werth u. Kurz, man muß d Spannung als »Function der Coordinaten« herstellen; es muß $u = f(x, y,$ sein, wo $f(x, y, z)$ eine gewisse algebraische Verwickelung der Coordinaten $x,$ und z bedeutet, die einen bestimmten Werth bekommt, wenn man darin $x, y,$ bestimmte Werthe giebt. Man wird nun unter den gesammten Punkten d Leiters Systeme von Punkten gleicher Spannung heraussuchen können. E solches wird allemal eine Fläche sein, die wir eine »isoelektrische« Fläc nennen wollen. Keine isoelektrische Fläche kann den ganzen Leiter in zwei vo ständig begränzte Stücke theilen, man muß vielmehr immer von einer Se einer solchen zur anderen kommen können, ohne sie zu durchsetzen. Die Au suchung dieser Flächen hat keine Schwierigkeit mehr, sobald die soeben erwähn Function $u = f(x, y, z)$ wirklich hergestellt ist. Wollte man z. B. die Fläc finden, in deren sämmtlichen Punkten die Spannung einen bestimmten constant numerischen Werth, den wir durch *const.* bezeichnen wollen, hat, so braucht wir nur *const.* $= f(x, y, z)$ zu setzen und die zusammengehörigen Werthe v x, y, z herauszusuchen, welche diese Gleichung befriedigen; sie müssen Punkt einer continuirlichen Fläche angehören. Man muß wohl beachten, daß, da m den numerischen Werth *const.* durch unendlich kleine Zuwachse verändern kan die Anzahl der isoelektrischen Flächen unendlich groß ist und daß sie ein Syste von Flächen gleicher geometrischer Natur bilden, die den ganzen Leiter in unen lich dünne Schichten zerlegen. Schneiden können sich zwei isoelektrische Fläch nicht, weil ja sonst an der Stelle des Durchschnittes zwei verschiedene Spannu gen statt haben müßten. Diese Flächen sind nun von der größten Wichtigke weil auf ihrer Kenntniß die Kenntniß der Strömungscurven oder (wenn ma die Analogie mit Flüssigkeitsströmen betonen will) Stromfäden beruht. S nennen wir jeden Weg, den eine bestimmte unendlich kleine elektrische Mas wirklich zurücklegt. Offenbar sind die Strömungscurven solche, die auf de isoelektrischen Flächen überall senkrecht stehen. Durch diese Definition sind sie ab ganz bestimmt gegeben, so daß jede einzelne verzeichnet werden kann, wenn ma

einen ihrer Punkte kennt. Es gehöre z. B. die mit u bezeichnete punktirte Linie, Fig. 127, derjenigen isoelektrischen Fläche an, in welcher die Spannung u (unter u ist hier ein bestimmter numerischer Werth zu verstehen) herrscht; die benachbarte punktirte Linie gehöre derjenigen isoelektrischen Fläche an, wo die Spannung äußerst wenig von u verschieden, $= u - \delta$ ist, u. s. w. Wir denken uns jetzt eine unendlich kleine elektrische Masse bei a; sie wird nach Punkten niederer Spannung hinstreben; nach allen in der Fläche u begriffenen Richtungen liegen aber am Punkte a andere Punkte gleicher Spannung an, daher in allen diesen Richtungen keine Kraftcomponenten wirksam sind; nur in der bei a zur Fläche u senkrechten Richtung ab (die eine ganz bestimmte ist) nimmt die Spannung ab. Die elektrische Masse kann sich deshalb nur senkrecht gegen die Fläche u von dieser entfernen, wird also auf dem Wege ab nach der isoelektrischen Fläche $u - \delta$ gelangen.

Fig. 127.

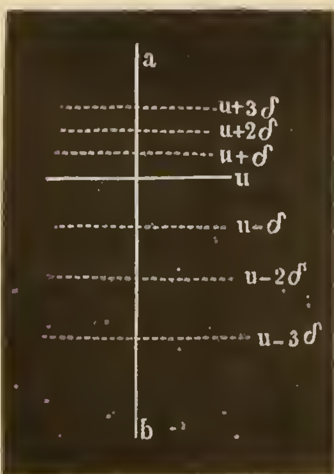
Von dieser entfernt sie sich wiederum senkrecht u. s. w., so daß sie über c und d nach e gelangt. In der Figur 127 sind noch einige Strömungscurven als ausgezogene Linien gezeichnet. Es ist übrigens zu beachten, daß keineswegs das ganze Fig. 127 gezeichnete Liniensystem nothwendig in einer Ebene begriffen sein muß. Streng genommen sind nun die Stromfäden nicht Linien, sondern vielmehr unendlich enge canalartige Räume, welche nothwendig ringartig geschlossen in sich zurücklaufen, so daß die darin strömende Masse immer wieder zu ihrem Ausgangspunkte zurückkehrt, um den Kreislauf von Neuem zu beginnen. Sie muß auf diesem Wege auch nothwendig einmal die Fläche schneiden, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, denn sonst könnte sie ja nicht von einem Orte geringerer Spannung wieder zu einem höherer gelangen. Ein solches Strombett kann sich nun stellenweise erweitern und verengern, so daß dieselbe Elektricitätsmenge bald über einen größeren Raum verbreitet, bald in einem engeren zusammengedrängt ist. Ein Bild davon kann schon die Fig. 127 gewähren, wenn man die beiden Linien ae und $a'e'$ so nahe zusammen denkt, daß auf beiden kein wesentlich verschiedener Vorgang statt haben und daß man folglich den zwischen ae und $a'e'$ begriffenen Raum als elementares Strombett denken kann; es erweitert sich, wie man sieht, von aa' gegen ee' hin.

Wir haben hiermit die ganze Strömung in dem beliebig gestalteten Leiter aufgelöst in ein System von einzelnen, in sich geschlossenen Stromfäden, von denen jeder für sich durch eine isolirende Scheidewand abgegränzt sein dürfte, ohne daß dadurch irgend etwas an dem ganzen Strömungsvorgange geändert würde; denn die in der einzelnen Strombahn kreisende Elektricität hat so wie so gar nicht das Streben, dieselbe zu verlassen, und würde also durch eine hinzu-

gedachte isolirende Wandung nicht behindert. Jeden solchen Stromfaden kann man nun nach den Ohm'schen*) Principien wie einen geschlossenen linearen Leiter behandeln und die Intensität der darin vorhandenen Strömung bestimmen. Sie ist als die Elektricitätsmenge, welche während der Zeiteinheit einen Querschnitt der Strombahn durchsetzt, natürlich überall in einer solchen gleich groß und findet sich bekanntlich als der Quotient der in der Strombahn wirksamen elektromotorischen Kraft, dividirt durch den ganzen Leitungswiderstand, welchen die Bahn bietet*). Nicht so ist die Stromdichtheit an allen Stellen einer elementaren Strombahn gleich groß; sie ist dem, wie wir sahen, variabelen Querschnitte derselben umgekehrt proportional.

257 Neben der bisher entwickelten Grundbedingung giebt es noch drei Nebenbedingungen für das Bestehen eines beharrlichen Stromes. Sie würden bei einer mathematischen Behandlung des Problems gleich von Anfang an in die Rechnung eingegangen sein und auf die besondere Gestalt der gefundenen Strömungscurven von wesentlichem Einfluß gewesen sein. Die eine, deren Nothwendigkeit eigentlich ohne Weiteres einleuchtet, lautet so: Die äußere Oberfläche des ganzen Leiters muß selbst eine Strömungsfläche, sie muß ein System von continuirlich neben einander liegenden Strömungscurven sein, oder, was dasselbe sagt: alle isoelektrischen Flächen, welche überhaupt die äußere Oberfläche des Leiters schneiden, müssen dieselbe senkrecht schneiden. Diese Bedingung drückt eben einfach aus, daß die Elektricität sich nicht über die äußere Gränze des Leiters hinaus fortpflanzt. — Die andere Bedingung bezieht sich auf solche Stellen des Leiters, wo Theile von verschiedener Leitungsfähigkeit an einander stoßen, ohne daß daselbst eine elektromotorische Kraft säße. Gränzt z. B. bei Fig. 128, eine Substanz geringerer Leitungsfähigkeit (oben) an eine andere größerer (unten), so müssen isoelektrische Flächen gleicher Spannungsdifferenz oben näher an einander liegen als unten, so daß auf dieselbe Wegstrecke der Strömungscurve (ab) entlang oben eine größere Spannungsdifferenz — und somit eine größere treibende Kraft — kommt als unten. Im oberen Theile geringerer Leitungsfähigkeit ist ja in der That eine bedeutendere Triebkraft nothwendig als im unteren, damit in jedem Augenblicke eben soviel Elektricität gegen ein Flächenelement bei u hingeschafft wird, als sich davon nach unten entfernt. Die dritte Hülfsbedingung endlich sagt aus, daß an jedem Punkte, wo eine elektromotorische Kraft sitzt, die Spannung eine sprungweise Aenderung erleidet, wie schon weiter oben gezeigt wurde.

Fig. 128.



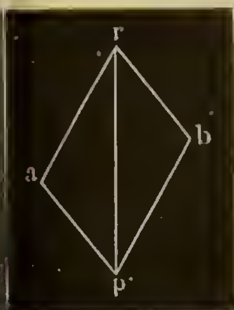
258 Wir haben uns bisher nur eine elektromotorische Stelle in dem körperlichen Leiter gedacht; soll nun nach der im allgemeinsten Umrisse hier vorgetr

*) Siehe Bd. II. unter der Ueberschrift: Ohm'sches Gesetz.

zenen Theorie der Strömungsvorgang in einem Leiter mit mehreren elektromotori-ichen Stellen beurtheilt werden, so ist sie noch durch ein neues Princip zu vervollstän-digen, das sich übrigens aus den aufgestellten Grundsätzen mathematisch ableiten läßt — das Princip »der Superposition der elektrischen Ströme« *). Das Princip vird in folgender Form ausgesprochen wenigstens einigermaßen anschaulich und vahrscheinlich sein. Denken wir uns zuerst alle elektromotorischen Kräfte bis uf die erste weg und berechnen für jeden Punkt des Leiters die Spannung, velche ihm jene, allein vorhanden, ertheilen würde. Denken wir uns zweitens lle elektromotorischen Kräfte weg, außer der zweiten, und berechnen wieder die Spannungen für alle Punkte des Leiters. Kurz, berechnen wir jedesmal, so iele elektromotorische Kräfte vorhanden sind, die Spannungen, welche jede der-lben einzeln in allen Punkten hervorbringen würde. Die Spannung, die in gend einem Punkte des Leiters herrscht, wenn alle elektromotorischen Kräfte usammen wirken, ist nun die algebraische **) Summe der sämmtlichen Spannungen, elche daselbst vorhanden sein würden, wenn die elektromotorischen Kräfte einzeln orhanden wären.

Bloß ein anderer Ausdruck für dasselbe Princip ist es, wenn man in eziehung auf die Stromelemente sagt: Das in einem Punkte durch mehrere ektromotorische Kräfte hervorgebrachte Stromelement ist nach Richtung und röße gleich der Resultante der als Kräfte nach der Regel des Parallelogramms behandelten Stromelemente, welche an demselben Punkte die einzelnen elektromotorischen Kräfte allein wirksam hervor-bringen würden. Stellte also z. B. die Linie pa (Fig. 129) nach Richtung und Größe das Stromelement vor, welches in p unter dem alleinigen Einflusse einer elektromotorischen Kraft A vorhanden wäre. Wäre ebenso pb das da-selbst vorhandene Stromelement, wenn nur die Kraft B wirkte, so würde unter dem gemeinsamen Einfluß von A und B in p ein Stromelement fließen, das nach Richtung und Größe durch die Diagonale pr dargestellt würde.

Fig. 129.



Nach diesen Vorbereitungen wollen wir einige besondere Strömungsvor- 259
inge ***), die in das Verständniß der thierisch elektrischen Erscheinungen einführen, was genauer betrachten. Wir beginnen mit der von du Bois als flaches rregerpaar bezeichneten Vorrichtung. Der Boden eines parallelepipedischen efäßes sei zur Hälfte mit einer Zink-, zur anderen Hälfte mit einer Kupfer-atte bedeckt, welche — beide rechteckig — in einer zu den längeren Seiten-änden des Gefäßes senkrechten Linie zusammenstoßen. Das ganze Gefäß ist

---

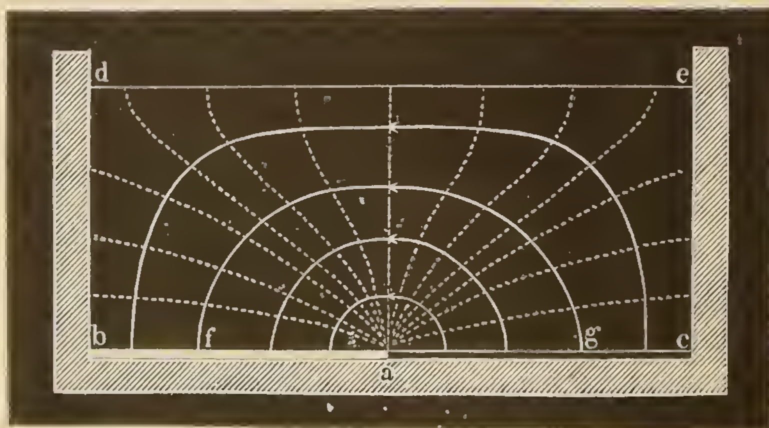
*) Von Smaasen zuerst ausgesprochen (Poggend. Annal. Bd. 69. S. 161); n du Bois-Reymond angewandt (Untersuchungen über thierische Elektricität d. I. S. 647); von Helmholtz zuerst allgemein bewiesen (Poggend. Annal. d. 89. S. 212).

**) D. h. negative Spannungen sind als Subtrahenden zu behandeln.

***) Du Bois-Reymond, Untersuchungen. Bd. I. Abschn. 3. §. 2.

mit einer elektrolytischen Flüssigkeit, etwa mit Wasser, gefüllt. Alle Bedingungen zum Entstehen von elektrischen Strömungen sind hier gesetzt, denn man hat eine elektromotorisch wirksame Berührung heterogener Metalle und außerdem noch leitende Verbindung zwischen anderen Stellen der beiden Metalle hergestellt durch Leiter zweiter Classe, d. h. Elektrolyten. Zwei Besonderheiten dieser Vorrichtung fallen sofort in die Augen. Die Fläche, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, ist auf eine Linie ohne Breite zusammengeschrumpft, wenigstens wenn man die Dicke der Metallplatten gegen die Höhe der darüber stehenden Flüssigkeit vernachlässigt. Diese elektromotorische Linie ist die Berührungslinie der Zink- und Kupferplatte. Sie muß nach unseren oben aufgestellten Grundsätzen von allen Strömungscurven geschnitten werden. Zweitens: Alles, was in einer den langen Wänden des Gefäßes parallelen Ebene vorgeht, ereignet sich genau ebenso in jeder anderen. Wir brauchen also nur die Elektricitätsbewegung nach zwei Ausmessungen in einer solchen Ebene zu verfolgen; sofort haben wir darum nicht mehr von isoelektrischen Flächen, sondern von isoelektrischen Curven zu sprechen, und die elektromotorisch wirksame Stelle zieht sich nun gar auf einen Punkt zurück, nämlich den Durchschnittspunkt der linearen Zinkkupfergränze, mit derjenigen dazu senkrechten und zu den langen Wänden parallelen Ebene, welche wir als Vertreterin aller solchen herausgegriffen haben. Die Fig. 130 stellt einen solchen Längendurchschnitt des flachen Erregerpaares dar. Das schräg Schraffirte ist die Wand; *bced* ist der Binnenraum; von *b* bis *a* erstreckt sich am Boden die Kupferplatte, von *a* nach *c* die Zinkplatte. Da die Metalle der Ausgleichung elektrischer Spannungen nur einen verschwindenden Widerstand entgegensetzen, im Vergleich mit dem Wasser, so wird sich die an der elektromotorischen Stelle *a* auf der Zinkseite statt habende positive Spannung über das ganze Zink ohne Unterschied verbreiten; ebenso die negative Spannung auf der Kupferseite bei *a* über das ganze Kupfer. Die Zinkfläche wird also die erste isoelektrische Fläche mit der größten, die Kupferoberfläche die letzte mit der kleinsten Spannung sein. Auf unserem Durchschnitte wäre also *ac* die erste, *ab* die letzte isoelektrische Curve. Die übrigen werden sich, da sie alle die äußere Begränzung senkrecht treffen müssen, etwa wie die in der Fig. 130 gezeichneten punktirten Linien ausnehmen. Senkrecht zu diesen steht das System der Strömungscurven in der Figur ausgezogen. Durch Pfeilspitzen in der Mitte ist die Richtung der Strömung in ihnen angedeutet. Man sieht, daß diese Curven, wie die Theorie verlangt, sich nach außen immer mehr der äußeren (gebrochenen) Begränzungs-

Fig. 130.



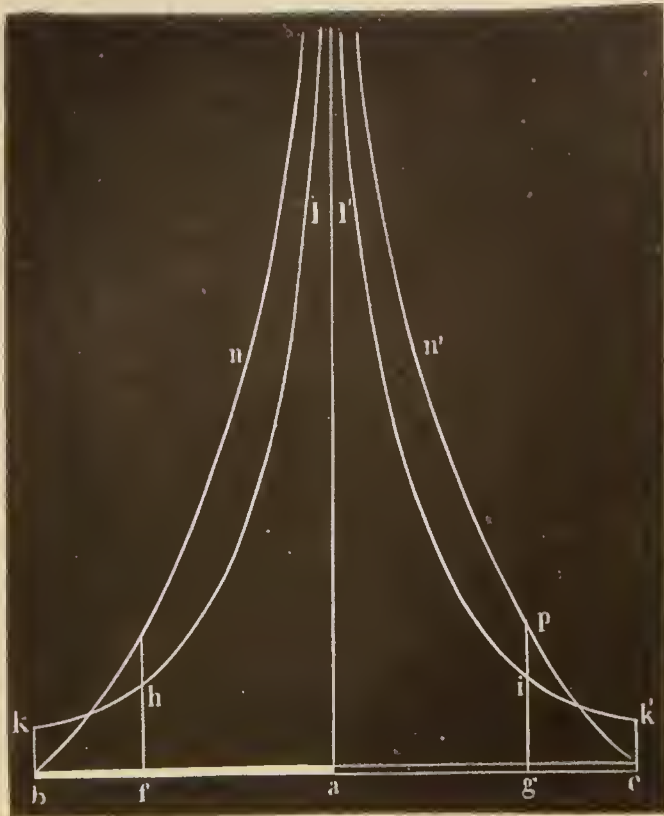
linie des ganzen Leiters anschließen. Zu jeder Strömungscurve ist übrigens noch als Schluß des Kreislaufes das zwischen ihren Endpunkten enthaltene Stück der Linie bc zu rechnen. So z. B. besteht die dritte Strömungscurve von a aus gerechnet aus dem gekrümmten Stücke, das die punktirten Linien senkrecht schneidet, und aus dem geraden Linienstücke fg, so daß sie im Ganzen einen in sich geschlossenen Ring darstellt. In der That verfolgen wir ein diese Bahn durchlaufendes elektrisches Theilchen: bei g verläßt es, durch die hier herrschende größte positive Spannung gedrückt, das Zink, durchsetzt alle isoelektrischen Curven senkrecht, indem es immer von einer solchen höherer zu einer niederer Spannung getrieben wird, so gelangt es endlich bei f zur Kupferoberfläche; in derselben schießt es gleichsam momentan im Vergleich zu der Zeit, die es brauchte, auf dem Wege durch die Flüssigkeit — nach der elektromotorischen Stelle a hin, und wird hier durch die elektromotorische Kraft von der Kupferseite auf die Zinkseite, der dort herrschenden höheren Spannung zum Trotze, hinübergeschafft; ebenso momentan gleitet es an der Zinkfläche wieder nach g hin, um den geschilderten Kreislauf von Neuem zu beginnen.

Was die Intensität der Strömung in den einzelnen Strömungscurven unserer Vorrichtung betrifft, so läßt sich nur wenig darüber aus unmittelbarer Anschauung sagen. So viel sieht man auf den ersten Blick, daß die Strömungscurven, je weiter sie beiderseits von a entfernt auf den Metallen aufstehen, einen um so schwächeren Strömungsvorgang führen müssen, weil sie bei gleicher elektromotorischer Kraft eine um so größere Länge und folglich einen um so größeren Leitungswiderstand besitzen. Die Strömungscurve unmittelbar um den Punkt a herum sollte theoretisch, weil sie unendlich kurz ist, einen unendlich starken Strom führen; doch »kann dies Unendlichwerden« — um mit du Bois-Reymond's Worten zu reden — »ebensowenig stattfinden, als die gewöhnliche Ohm'sche Formel sich verwirklicht finden kann, wenn man den Nenner derselben gleich Null setzt; es ist deutlich, daß man in Gedanken die Bedingung festzuhalten hat, dieser Nenner (der Widerstand, der Wegstrecke direct proportional) könne nie Null werden, nie unter den Werth einer sehr kleinen Constanten sinken, welche den Widerstand ausdrückt, den ein aus drei kleinsten einander berührenden Theilen der drei ungleichartigen Stoffe dem Strome darbietet«.

Bedeutet in Fig. 131 (a. f. S.) a den Ursprung eines Coordinatensystems und die nach b und c hin gemessenen negativen und positiven Abscissen die Entfernungen der einzelnen Punkte der Metalloberfläche unseres flachen Erregerpaares von der Zinkkupfergränze, so wird etwa die Curve $kl\ l'k'$ die Intensitäten der einzelnen Stromfäden graphisch darstellen; eine Ordinate dieser Curve soll nämlich die Intensität desjenigen Stromfadens darstellen, welcher in der ihrer Abscisse entsprechenden Entfernung von der Zinkkupfergränze in die Metallfläche einmündet, so daß z. B. fh die Intensität in dem Stromfaden ist, der bei f in das Kupfer geht. Dieselbe Ordinate ig $(= fh)$ muß auf g stehen, wenn $ag = fa$ ist, weil ja derselbe Stromfaden, der bei f in das Kupfer einmündet, bei g aus dem Zink wieder auftaucht. Die Curve muß natürlich mit einer gewissen kleinen endlichen Ordinate bk beginnen und mit einer gleich großen ck'

schließen — dem äußersten an der Wand laufenden Stromfaden entsprechend. Ueber *a* muß sie sich jederseits der Ordinatenaxe asymptotisch nähern, jedoch in einer endlichen, wenn auch noch so großen Höhe abbrechen.

Fig. 131.



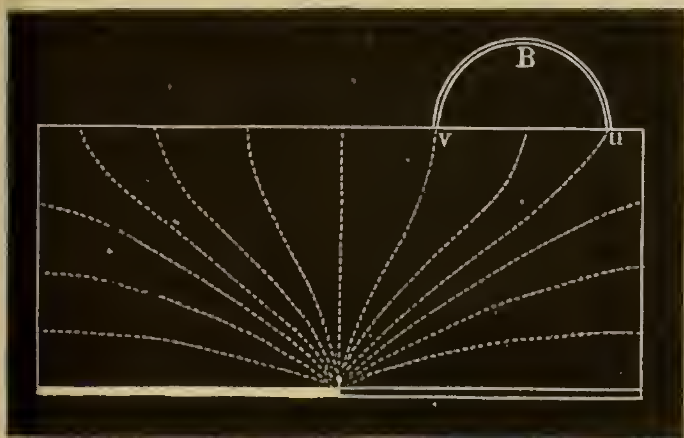
Die Intensität des Totalstromes, welcher einen irgendwo gelegten ganzen senkrechten Querschnitt der Vorrichtung durchfließt, oder die gesammte Elektricitätsmenge, welche einen solchen ganzen Querschnitt während der Zeiteinheit durchsetzt, ist begreiflicherweise gleich der Summe derjenigen Partialströme, welche von der Stelle des Querschnittes bis an das nächste Ende der ganzen Vorrichtung aus der Metallfläche auftauchen, resp. darin verschwinden (wenn nämlich der gedachte Querschnitt in das Bereich des Kupfers fällt). Stellte man z. B. auf den Punkt *g* einen senkrechten Querschnitt, so würde derselbe offenbar von allen den Strömungscurven geschnitten, die jenseits *g*, d. h. zwischen *g* und *c* auf dem Zinkboden fußen. Die Gesammtmasse der diesen Querschnitt durchströmenden Elektricität wäre also derjenigen gleich, welche auf die Strecke *gc* aus dem Zinke hervorquillt. Ebenso ließe ein durch *f* gelegter Querschnitt offenbar die ganze (jener übrigens gleiche) Elektricitätsmenge passiren, die auf der Strecke *fb* sich in das Kupfer ergießt. Man kann somit (vorausgesetzt, daß die Curve der Partialstromstärken bekannt ist) leicht eine Curve der Gesammtstromstärken verzeichnen, d. h. eine Curve, deren Ordinaten die Intensität des Gesammtströmungsvorganges in den Querschnitten messen, welche am Endpunkte der betreffenden Abscissen angelegt werden. Jede Ordinate dieser Curve müßte nämlich proportional gemacht werden dem Flächenraum zwischen dem Stücke der Abscissenaxe von der betreffenden Abscisse bis zum Ende des metallischen Bodens, dem darüber liegenden Stücke der Partialstromcurve und den beiden Gränzordinaten dieses Stückes derselben Curve. Eine solche Curve der Gesammtströmungen in den ganzen Querschnitten ist die aus den beiden Zweigen *bn* und *cn'* bestehende, in Fig. 132; sie muß natürlich bei *b* und *c* vom Werthe Null an wachsen und sich über *a* der Ordinatenaxe asymptotisch nähern, ohne jedoch aus den schon angeführten Gründen einen unendlich großen Werth in Wirklichkeit zu erreichen. Ihre Ordinate *gp* über dem Punkte *g* wäre der Definition gemäß proportional dem Flächenraume *gck'i*.

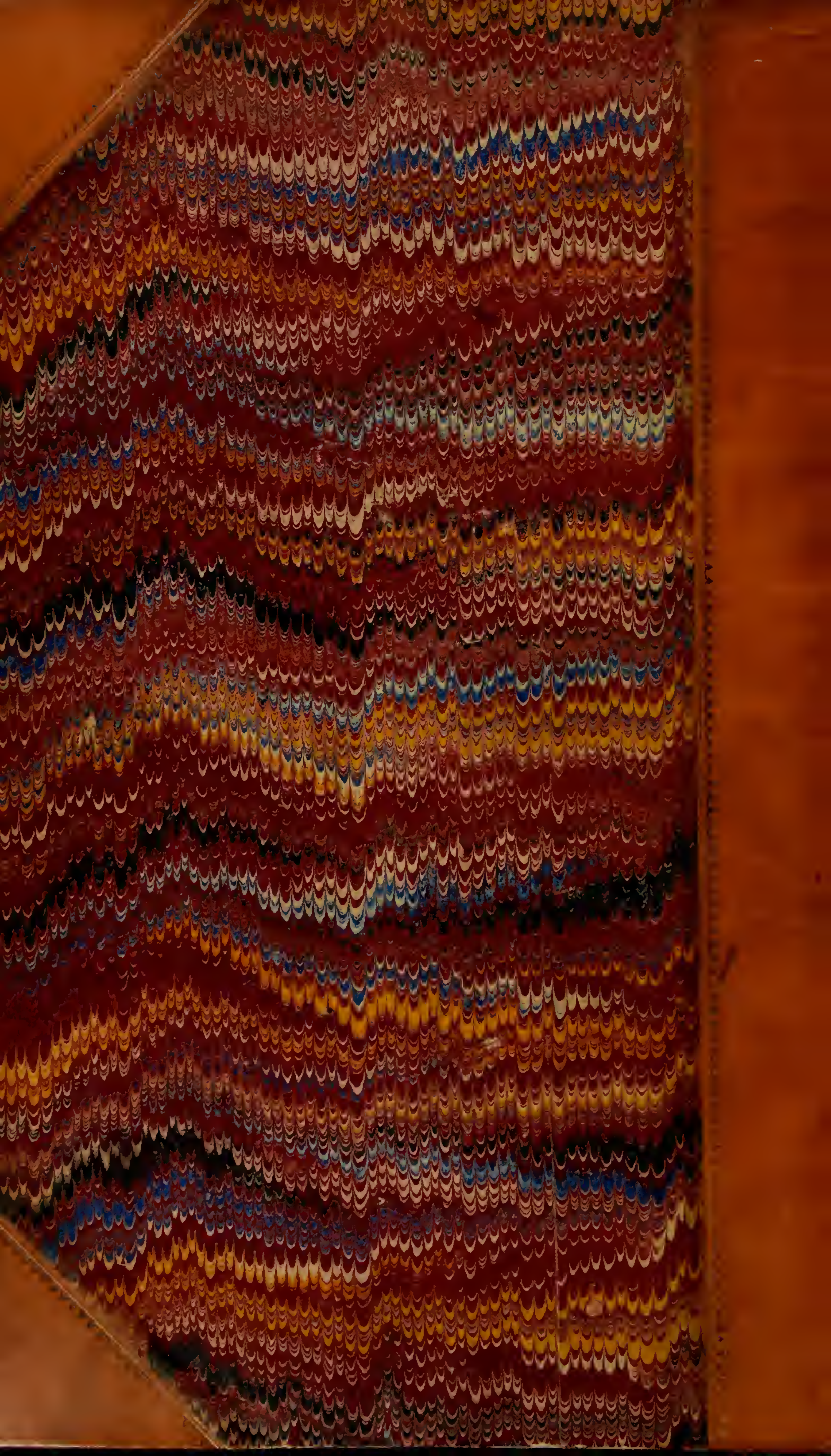
Für die Beurtheilung der thierisch-elektrischen Erscheinungen ist es nun 260
ganz besonders wichtig, im Voraus zu wissen, wie große Stromantheile sich von einem körperlichen Leiter abzweigen, wenn man an bestimmten Stellen der Oberfläche desselben die Endpunkte eines leitenden (linearen) Bogens unwirksam anlegt, d. h. so daß an den Berührungsstellen nicht neue elektromotorische Kräfte wach gerufen werden. Wie eine solche unwirksame Anlegung eines metallischen Leiters an flüssige Körper zum Behufe thierisch-elektrischer Versuche zu ermöglichen sei, kann hier einstweilen unerörtert bleiben. Wir können uns ja den angelegten leitenden Bogen aus derselben Substanz wie den körperlichen Leiter selbst bestehend denken, und sind alsdann sicher, daß seine Anlegung elektromotorisch unwirksam ist.

Ein wesentlich neues Problem liegt in dem Leiter mit angelegtem Bogen nicht vor. Es läßt sich ja die Zusammenstellung beider von vornherein als ein körperlicher Leiter betrachten. Die Stromvertheilung darin könnte also nach den im Anfange dieses Capitels erläuterten Grundsätzen ermittelt werden. Diese schließen an sich keine noch so complicirte Form des Leiters aus, also z. B. auch nicht die eines Parallelepipeds mit einem frei hervorragenden linearen Bogen, der nur an zwei Punkten an die Oberfläche jenes anstößt. Gleichwohl hat du Bois in seinen Untersuchungen mit Recht die durch lineäre angelegte Leiter abgezweigten Stromtheile einer gesonderten Betrachtung unterworfen, weil man sich leichter orientirt, wenn man zuerst die Stromvertheilung in dem regelmäßig gestalteten körperlichen Leiter für sich bestimmt und hernach die Störungen, welche eine lineäre Abzweigung hervorbringt, untersucht. Helmholtz hat für diese Lehren neue einfache Gesichtspunkte aufgestellt, die im Folgenden dargestellt werden sollen.

Wir nehmen unser Beispiel von oben wieder vor und denken uns an die Oberfläche des Parallelepipedums den leitenden Bogen B (Fig. 132) in u und v unwirksam angelegt, gerade da, wo die isoelektrischen Flächen von der Spannung u und v ($u > v$) an die Oberfläche anstoßen. Wir stellen uns nun zunächst vor, am linken Fuße des Bogens hätte eine elektromotorische Kraft ihren Sitz, welche hinreichte, ein elektrisches Theilchen von der Spannung Null zu einem benachbarten Punkte von der Spannung v zu treiben in der Richtung vom Bogen nach dem Inneren des Leiters, d. h. also eine Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= v$ Gleichgewicht hält (Fig. 132). Ebenso denken wir uns am rechten Fuße des Bogens eine von außen nach innen gerichtete elektromotorische Kraft wirksam, die der Spannungsdifferenz u Gleichgewicht hält (sie müßte also unter

Fig. 132.





NARROW GUTTERS
(1-2 CHARACTERS
LOST ON
SEVERAL PAGES)

unseren Voraussetzungen z. B. größer als jene sein). Wären die Füße des Bogens zu groß, um für Punkte zu gelten oder im Bereiche einer einzigen isoelektrischen Fläche liegend angesehen zu werden, so müßten die den einzelnen Punkten jedes Fußes inwohnenden elektromotorischen Kräfte verschieden gedacht werden, und zwar jedem Punkte müßte eine so große innewohnen, daß die ihr Gleichgewicht haltende Spannungsdifferenz gerade gleich der Spannung derjenigen isoelektrischen Fläche ist, welche hier aufsteht. Unter dieser Voraussetzung wird offenbar in dem angelegten Bogen kein Strom kreisen und der Strömungsvorgang in dem körperlichen Leiter wird genau so bleiben, wie er ohne angelegten Bogen gewesen wäre. Die eingebildeten elektromotorischen Kräfte in den Füßen des Bogens würden nämlich im Erfolge ganz mit isolirenden Scheidewänden zwischen Leiter und Bogen übereinkommen; ein elektrisches Theilchen bei u z. B. würde vermöge der gewöhnlichen elektrischen Abstoßungskräfte zwar nach dem benachbarten Punkte des angelegten Bogens, weil dort die Spannung kleiner — der Voraussetzung nach gleich Null — ist, hinstreben, wird aber sofort durch die ebenfalls vorausgesetzte elektromotorische Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= u - 0 = u$ Gleichgewicht hält, am Ueberströmen verhindert, genau als wäre hier eine isolirende Scheidewand. Das Theilchen wird also die Bahn weiter verfolgen, wie wenn der Bogen nicht angelegt wäre. Man kann nun aber diesen Erfolg unter dem Gesichtspunkte der Superposition der Ströme (siehe Nr. 258) auch anders ansehen. Die Spannung in jedem Punkte des aus Bogen und Leiter zusammengesetzten Systemes muß nach dem angezogenen Principe sein: die algebraische Summe derjenigen Spannung, welche die elektromotorische Kraft des am Boden liegenden flachen Erregerpaares, allein in dem ganzen Systeme gedacht, an dem gewählten Punkte hervorbringen würde, und derjenigen Spannung, welche die in der Oberfläche des Leiters bei den Fußpunkten des Bogens angenommenen elektromotorischen Kräfte, ebenfalls für sich allein im System wirksam gedacht, an ebendemselben Punkte hervorbringen würden. Wir wollen jetzt die Spannungen im ganzen Systeme (aus Leiter und Bogen), wie sie durch das flache Erregerpaar hervorgebracht werden würden, durch P_1 bezeichnen, und die durch die angenommenen elektromotorischen Kräfte in den Bogenfüßen für sich hervorgebrachten durch P_2. Natürlich sind P_1 und P_2 nicht constante Größen, vielmehr hat jede für jeden Punkt des Leitersystems einen im Allgemeinen verschiedenen Werth, beide Größen sind — mathematisch gesprochen — Functionen der Coordinaten der Punkte des Systemes. Bezeichnen wir noch ebenso durch P die Spannung, welche jeder Punkt des Systemes bei vereinter Wirksamkeit der beiden elektromotorischen Kräftearten annimmt, so ist offenbar für alle Punkte des Systemes die Gleichung gültig $P_1 + P_2 = P$. Eine ähnliche Beziehung, nur nicht so einfach durch eine Gleichung darstellbar, besteht für die Stromelemente in jedem Punkte, so nämlich, daß in jedem Punkte das Stromelement, was das flache Erregerpaar gleichzeitig mit den Oberflächenkräften an den Bogenfüßen wirksam gedacht hervorbringt, die Resultante darstellt aus dem, was das flache Erregerpaar allein, und aus dem, was die Oberflächenkräfte allein hervorbringen würden. Wir kennen nun in dem vorlie-